

УДК 621.317.4

## ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ СЕМЕЙСТВА ОСНОВНЫХ КРИВЫХ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СТАЛЕЙ

Стеценко И.А., Сомова А.А., Ланкина М.Ю.

ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», Новочеркасск, e-mail: lankinjohn@yandex.ru

В данной статье исследована применимость степенной полиномиальной функции и функции арктангенса для построения основных кривых намагничивания электротехнических сталей с использованием натурно-модельного подхода. При решении задач определения магнитных характеристик электротехнических сталей возникает необходимость выражения магнитной характеристики в виде конкретной функции. Рассмотрено применение степенной функции нечетных степеней от 3 до 15 и функции арктангенса для материалов с различной магнитной проницаемостью. В ходе исследований проведен анализ полученных основных кривых намагничивания электротехнических сталей, доказана возможность применения аппроксимаций совместно с натурно-модельным подходом. Применение исследованных аппроксимаций позволит уменьшить время решения обратной задачи и упростить процедуры обработки данных, что приведет к более эффективному решению задачи контроля электротехнических сталей.

**Ключевые слова:** обратные задачи, степенной полином, аппроксимация магнитных характеристик, электротехнические стали

## RESEARCH AND ANALYSIS OF FAMILY OF MAIN CURVES OF MAGNETIZATION OF ELECTROTECHNICAL STEELS

Stetsenko I.A., Somova A.A., Lankina M.Yu.

Federal State Budget Educational Institution of Higher Professional Educational «Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI)», Novocherkassk, e-mail: lankinjohn@yandex.ru

In this paper, the applicability of the power polynomial function and the arc tangent function for constructing the main magnetization curves of electrotechnical steels using the natural-model approach is investigated. When solving the problems of determining the magnetic characteristics of electrotechnical steels, it becomes necessary to express the magnetic characteristics in the form of a specific function. The application of the power function of odd powers from 3 to 15 and the function of the arc tangent for materials with different magnetic permeabilities is considered. In the course of the research, the analysis of the main magnetization curves of electrotechnical steels was carried out, the possibility of applying approximations together with the natural-model approach was proved. The application of the approximations studied will allow to reduce the time of solving the inverse problem and simplify the data processing procedures, which will lead to a more efficient solution of the problem of controlling electrical steel.

**Keywords:** inverse problems, power polynomial, approximation of magnetic characteristics, electrical steel

При решении обратных задач диагностики знание магнитных характеристик ферромагнитных материалов является необходимым условием. Чаще всего в качестве магнитной характеристики, подлежащей диагностике, используется основная кривая намагничивания (ОКН)  $B(H)$ . Ввиду того, что различные участки магнитопровода ЭУ намагничиваются по-разному, требуется информация о координатах точек ОКН в диапазоне от нулевого магнитного поля до насыщения. Таким образом, необходимо хранить большой массив данных о координатах точек ОКН (экспериментальные исследования показали, что необходимо использовать массив не менее чем из 1000 точек) или представить этот массив в виде аналитического выражения. Кроме того, ОКН обладает явно выраженной нелинейностью. Недостатки существующих методов определения магнитных характеристик требуют разработки новых эффективных

подходов, позволяющих уменьшить время решения обратной задачи и упростить процедуры обработки данных.

Одним из возможных решений поставленной задачи является представление магнитной характеристики в виде аппроксимирующей функции, наиболее точно описывающей ее форму. К аппроксимирующим функциям предъявляются определенные требования [1].

Большое количество работ посвящено применению различных аппроксимирующих выражений для описания магнитных характеристик электротехнических изделий. Проведены сравнения этих выражений между собой применительно к различным магнитным материалам [2–4]. Анализ этих работ показывает, что универсального аппроксимирующего выражения нет. Для разных видов материалов, для разных задач требуется выбор своей аппроксимирующей функции.

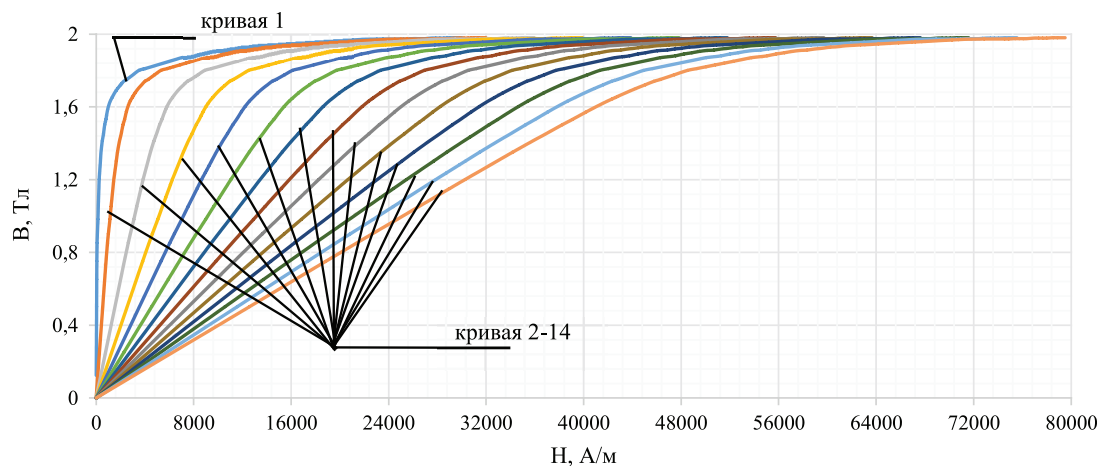


Рис. 1. Основные кривые намагничивания

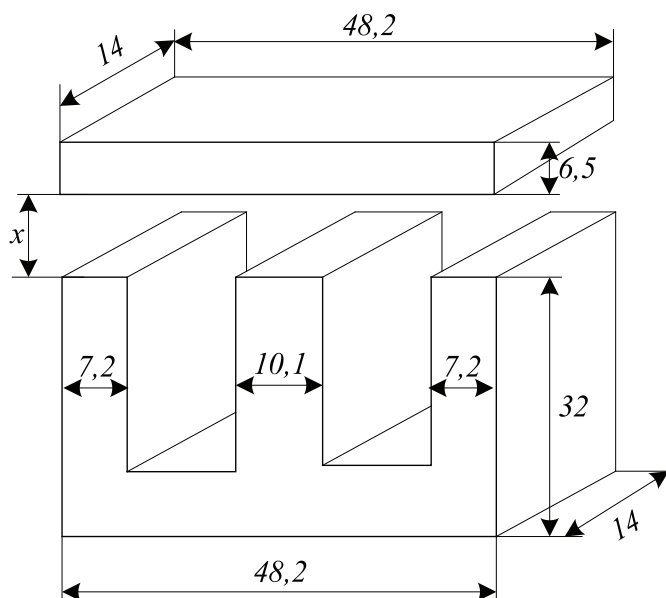


Рис. 2. Конструкция магнитопровода

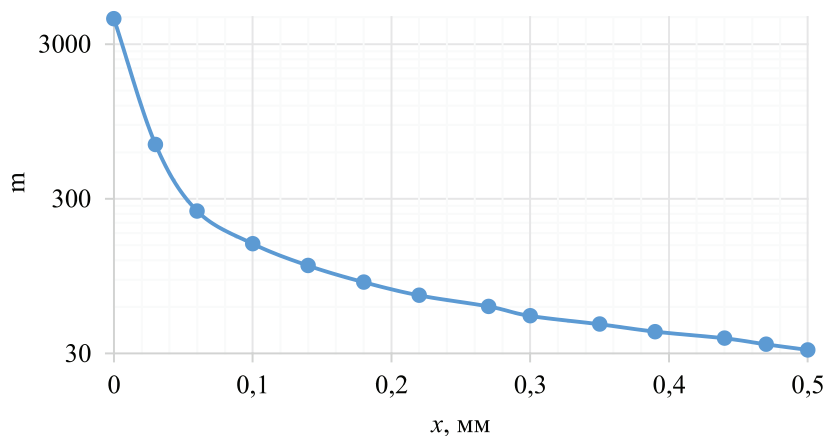


Рис. 3. Изменение магнитной проницаемости магнитопровода

Так при определении ОКН методом решения обратной задачи гармонического баланса [5–7] удобно использовать степенную полиномиальную функцию, состоящую из членов с нечетными степенями вида

$$B = \sum_1^n k_{2m-1} H^{2m-1}, \quad (1)$$

где  $B$  – магнитная индукция,  $H$  – напряженность магнитного поля,  $k_{2m-1}$  – коэффициенты аппроксимации,  $2n - 1$  – максимальная степень полинома.

Погрешность, с которой степенной полином аппроксимирует ОКН, определяется количеством членов степенного ряда, т.е. значением  $n$ .

Исследуем зависимость погрешности аппроксимации ОКН от количества слагаемых полинома для магнитных материалов с различной максимальной проницаемостью. Для этого, используя ОКН электротехнической стали 3411 (кривая 1 на рис. 1) и модель Джилса – Аттертона [8–10] рассчитаны ОКН ряда магнитных материалов с различной относительной магнитной проницаемостью  $\mu$ . (кривые 2–14 на рис. 1). Эти ОКН получены в программном пакете ANSYS путем изменения зазора  $x$  в Ш-образном магнитопроводе (рис. 2) в диапазоне от 0 до 0,5 мм. с шагом 0,03 мм. При этом относительная магнитная проницаемость  $\mu$  изменялась от 4379 до 32 соответственно. (Характер изменения  $\mu$  представлен на рис. 3).

Результаты аппроксимации оценивались по погрешности [11], вычисленной как расстояние между исходной ОКН и кривой, полученной по аппроксимирующему выражению (1).

Для определения коэффициентов  $k_{2m-1}$  выражения (1) проводилось получение

аппроксимации полученных ОКН в программном пакете Statistica, а для расчета погрешности – программа [12], разработанная авторами. В табл. 1 представлены результаты этих исследований.

Из табл. 1 видно, что использовать степенной полином в качестве аппроксимации магнитных характеристик можно, когда магнитная проницаемость не превышает 250 (для критерия была взята погрешность, допустимая ГОСТ для магнитных измерений  $\pm 3\%$ ).

При решении задач моделирования работы исполнительных электромагнитов [13, 14] требуется знать ОКН для различных положений якоря:

$$B = f(H, x), \quad (2)$$

где  $x$  – немагнитный зазор.

В таких задачах аппроксимирующее выражение в виде степенного полинома (1) неприемлемо, в нем отсутствует вторая независимая переменная  $x$ .

Используя семейство ОКН (рис. 1), построена зависимость магнитной индукции от зазора в магнитопроводе при различных значениях напряженности магнитного поля (рис. 4).

Представленные на этом рисунке кривые были аппроксимированы с помощью программного пакета Statistica выражениями

$$B = -0,387817 + \frac{0,091158}{0,038022 + x} + 0,640725 \cdot x,$$

$$B = 3,11910 + \frac{-0,20754}{0,15710 + x} - 4,19501 \cdot x,$$

$$B = 9,66333 + \frac{-7,08199}{0,90067 + x} - 6,73988 \cdot x.$$

Таблица 1

Погрешность аппроксимации

Магнитная проницаемость	4379	674	250	154	111	87	71	60	52	46	42	38	34	32
Степень полинома														
3	71,72	58,12	38,12	26,77	21,59	17,37	14,01	11,33	9,17	7,42	5,98	4,78	3,78	<b>2,93</b>
5	67,27	47,73	23,42	15,48	10,14	6,42	3,82	2,51	2,96	3,16	3,20	<b>3,12</b>	<b>2,97</b>	<b>2,78</b>
7	63,12	39,01	15,01	7,95	3,68	3,68	<b>2,93</b>	<b>2,81</b>	<b>2,46</b>	<b>2,14</b>	<b>1,89</b>	<b>1,78</b>	<b>1,62</b>	<b>1,42</b>
9	59,83	32,01	10,05	3,45	<b>2,67</b>	<b>2,60</b>	<b>2,15</b>	<b>1,75</b>	<b>1,47</b>	<b>1,18</b>	<b>0,88</b>	<b>0,72</b>	<b>0,73</b>	<b>0,82</b>
11	57,38	26,19	6,78	<b>2,02</b>	<b>2,35</b>	<b>1,88</b>	<b>1,31</b>	<b>0,91</b>	<b>0,65</b>	<b>0,79</b>	<b>0,85</b>	<b>0,80</b>	<b>0,69</b>	<b>0,63</b>
13	55,11	21,31	4,07	<b>2,02</b>	<b>1,83</b>	<b>1,22</b>	<b>0,75</b>	<b>0,74</b>	<b>0,79</b>	<b>0,65</b>	<b>0,56</b>	<b>0,50</b>	<b>0,44</b>	<b>0,38</b>
15	53,11	18,56	<b>2,19</b>	<b>1,91</b>	<b>1,30</b>	<b>0,70</b>	<b>0,75</b>	<b>0,67</b>	<b>0,53</b>	<b>0,46</b>	<b>0,37</b>	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>

Кривые на рис. 4 имеют сильные отличия друг от друга, но описываются аппроксимирующими выражениями вида

$$B = k_0 + \frac{k_1}{k_2 + x} + k_3 \cdot x,$$

что указывает на наличие общих закономерностей у них.

Используя метод размагничивающего фактора [15], можно определить ОКН  $B_1(H_1)$  зная значение зазора в магнитопроводе и ОКН магнитного материала  $B(H)$  из которого он изготовлен.

Известно, что коэффициент размагничивания пропорционален значению магнитного зазора и сильно влияет на наклон ОКН магнитопровода [12]:

$$H_1 = H \left( 1 + \frac{x}{l} \right) - \frac{x}{l \cdot \mu_0} B,$$

$$H_1 = H + \frac{x}{l} H - \frac{x}{l \cdot \mu_0} B,$$

где  $l$  – средняя магнитная линия и отсюда

$$B = \frac{(H - H_1)}{x} \cdot l \cdot \mu_0 + H \cdot \mu_0.$$

Используя вид последнего выражения, авторами предлагается аппроксимирующее выражение, учитывающее зависимость маг-

нитной индукции от напряженности магнитного поля и зазора магнитопровода:

$$B = \frac{f^{[1]}(H)}{1+x} + f^{[1]}(H), \quad (3)$$

с учетом зависимости  $B(H)$ , заданной в виде полинома (1):

$$B = \frac{\sum_1^n k^{[1]}_{2m-1} H^{2m-1}}{1+x} + \sum_1^n k^{[2]}_{2m-1} H^{2m-1}. \quad (4)$$

Для предложенной аппроксимации (4) рассчитана погрешность для полиномов третьей, пятой и седьмой степеней. В табл. 2 представлены результаты этих исследований.

Из табл. 2 видно, что выражению (4), описывающему зависимость магнитной индукции от напряженности и зазора в магнитопроводе, свойственны такие же значения погрешности, что и выражению (1), описывающему зависимость магнитной индукции только от напряженности (см. табл. 1). Таким образом, можно утверждать, что предложенный вид аппроксимирующей функции семейства ОКН (3) удачен, однако требует удвоения количества коэффициентов аппроксимации  $k_{2m-1}$ . Поэтому степенной полином нельзя считать удачной функцией для аппроксимации семейства ОКН.

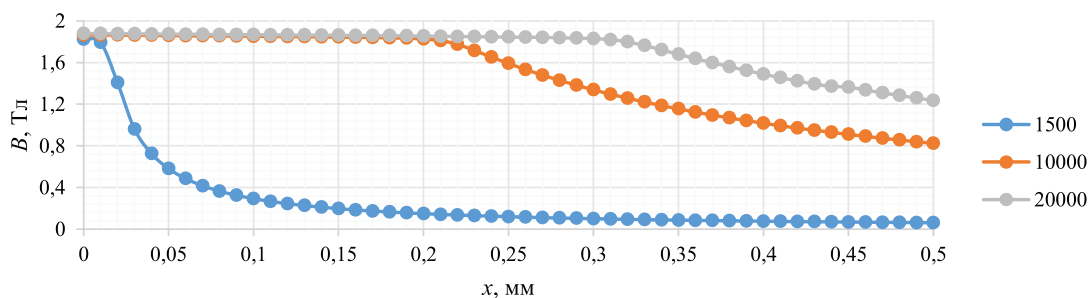


Рис. 4. Зависимость магнитной индукции от зазора в магнитопроводе при различных значениях напряженности магнитного поля

Таблица 2

Погрешность аппроксимации

Магнитная проницаемость	4379	674	250	154	111	87	71	60	52	46	42	38	34	32
Степень полинома														
3	72,22	58,53	38,39	26,96	21,74	17,49	14,11	11,41	9,23	7,47	6,02	4,81	3,81	<b>2,95</b>
5	67,74	48,06	23,58	15,59	10,21	6,46	3,85	2,53	2,98	3,18	3,22	<b>3,14</b>	<b>2,99</b>	<b>2,80</b>
7	63,56	39,28	15,12	8,01	3,71	3,71	<b>2,95</b>	<b>2,83</b>	<b>2,48</b>	<b>2,15</b>	<b>1,90</b>	<b>1,79</b>	<b>1,63</b>	<b>1,43</b>

Таблица 3

Погрешность аппроксимации

Магнитная проницаемость	4379	674	250	154	111	87	71	60	52	46	42	38	34	32
Погрешность, %	8,65	4,90	3,91	4,25	4,29	4,23	4,13	4,02	3,90	5,01	5,41	5,16	5,92	5,68

Таблица 4

Погрешность аппроксимации

Магнитная проницаемость	4379	674	250	154	111	87	71	60	52	46	42	38	34	32
Погрешность, %	8,71	4,93	3,94	4,28	4,32	4,26	4,16	4,04	3,93	5,05	5,44	5,20	5,96	5,71

Меньшее количество коэффициентов аппроксимации  $k_j$  требуется при использовании выражений на основе арктангенса:

$$B = k_1 \cdot \arctan(k_2 \cdot H) + k_3 \cdot H. \quad (5)$$

В табл. 3 приведены погрешности аппроксимации этим выражением семейства ОКН (рис. 1).

Из табл. 3 видно, что погрешность для всех магнитных проницаемостей не превысила 9%, что позволяет использовать такую функцию при решении задач методом натурно-модельного эксперимента [5, 14].

Как и в случае степенного полинома, необходимо построить зависимость магнитной индукции не только от напряженности магнитного поля, но и от немагнитного зазора. Для этого, используя выражение (3) и функцию арктангенса (5), получим выражение

$$B = \frac{k_1^{[1]} \cdot \arctan(k_2^{[1]} \cdot H) + k_3^{[1]} \cdot H}{1 + x} + k_1^{[2]} \times \arctan(k_2^{[2]} \cdot H) + k_3^{[2]} \cdot H. \quad (6)$$

Полученная аппроксимация (6) имеет всего шесть коэффициентов  $k_j$ , что существенно меньше, чем при применении аппроксимации вида (4).

Определены значения погрешностей аппроксимации выражением (6), они приведены в табл. 4.

Результаты, приведенные в табл. 4, как и результаты табл. 3, показывают, что учет зависимости от зазора не приводит к существенному увеличению погрешности.

Применение аппроксимирующих функций способствует повышению скорости решения задачи диагностики электротехнических устройств, путем упрощения процедуры обработки данных за счет использования аппроксимирующего выражения вместо объемных массивов данных. Полученные аппроксимирующие выражения (1), (4), (5) и (6) применимы при определении магнитных характеристик решением обратной задачи гармонического баланса методом натурно-модельного эксперимента, однако для задач, где допустима погрешность до 10%, предпочтительнее выражения (5) и (6), требующие мень-

шего количества коэффициентов аппроксимации  $k_j$  для достижения указанной точности.

### Список литературы

1. Подберезная И.Б. Алгоритмы моделирования магнитного гистерезиса / И.Б. Подберезная // Известия вузов. Электромеханика. – 2015. – № 6 (542). – С. 5–13.
2. Гречихин В.В. О численных методах минимизации функционалов прямых и обратных задач / В.В. Гречихин, А.Л. Юфанова // Известия вузов. Электромеханика. – 2015. – № 6 (542). – С. 93–96.
3. Кадочников А.И. Аппроксимация основной кривой намагничивания параболической сплайн-функцией / А.И. Кадочников, Е.Б. Хан // Электромеханика. – 1991. – № 3. – С. 70–73.
4. Ланкин А.М., Ланкин М.В. Программа нахождения погрешности измерных вебер-амперных характеристик электротехнических устройств // Компьютерные технологии в науке, производстве, социальных и экономических процессах: материалы XV Междунар. науч.-практ. конф., Новочеркасск, 12 дек. 2014 г. / Юж.-Рос. гос. политехн. ун-т (НПИ) имени М.И. Платова. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2015. – С. 57–61.
5. Gorbatenko N.I., Lankin A.M., Lankin M.V., Shayhudinov D.V. Determination Of Weber-Ampere Characteristic For Electrical Devices Based On The Solution Of Harmonic Balance Inverse Problem // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Vol. 10, № 3. – P. 6509–6519.
6. Гречихин В.В. Применение математического моделирования в задачах определения петель гистерезиса электротехнических материалов / В.В. Гречихин // Известия вузов. Электромеханика. – 2010. – № 3. – С. 13–18.
7. Ланкин А.М., Ланкин М.В. Определение погрешности измерения вебер-амперной характеристики Св. № 2015610308 Россия. – Заявл. 06.11.2014 Запр. 12.01.2015.
8. Gorbatenko N.I., Lankin M.V., Lankin A.M. The solution of the harmonic balance method of electrical devices natural-model tests inverse problem International Conference on Industrial Engineering // Procedia Engineering. – 2015. – № 129. – P. 799–803.
9. Grechihin V.V., Lankin M.V., Lankin A.M. Diagnosing electromagnets for weber-ampere characteristic of the operating cycle International Conference on Industrial Engineering // Procedia Engineering. – 2015. – № 129. – P. 793–798.
10. Матюк В.Ф. Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса / В.Ф. Матюк, А.А. Осипов // Неразрушающий контроль и диагностика. – 2011. – № 2. – С. 3–20.
11. Ланкин А.М., Ланкин М.В., Гречихин В.В., Шайхутдинов Д.В. Determination of Magnetic Characteristics of Alternative Current Electrotechnical // Research Journal of Applied Sciences – 2015. – № 10 (10). – P. 695–700.
12. Приборы и методы контроля магнитных свойств постоянных магнитов: монография / М.В. Ланкин. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2007. – 292 с.
13. Тутаев Г.М. Алгоритмы энергоэффективного управления асинхронизированным вентильным двигателем: монография / Г.М. Тутаев. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2014. – 100 с.
14. Шайхутдинов Д.В., Ланкин А.М., Наракидзе Н.Д., Гречихин В.В., Широков К.М., Горбатенко Н.И. Complex Predict Fault Diagnostics of Electromagnetic Actuators Based on the Principle Component Analyses // Research Journal of Applied Sciences. – 2015. – № 10 (10). – P. 555–557.
15. Кузьменко Н.И. К вопросу об аппроксимации основной характеристики намагничивания / Н.И. Кузьменко, Е.И. Гольдштейн // Электромеханика. – 1977. – № 7. – С. 760–764.