

УДК 519.718

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТЕЙ ПЕТРИ

**Корнеев А.М., Наги А.М.М.**

*ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет»,  
Липецк, e-mail: nagifarad@mail.ru*

В работе рассмотрены возможности применения сетей Петри для моделирования сложных технологических процессов. Использование сетей Петри позволяет моделировать сложную пространственно-распределенную производственную систему. При этом формируются функциональные блоки, соответствующие отдельным стадиям обработки. При моделировании формируется сеть Петри, состоящая из нескольких «слоев», соответствующих этапам обработки. Этап состоит из нескольких переходов и позиций и отвечает за реализацию отдельного этапа. Сочетания алфавитов случайных величин формируют возможные позиции сети Петри. Отдельное сочетание алфавитов определяет одну позицию. Из позиций исходят дуги в переходы к сочетаниям алфавитов следующего этапа производственного процесса. В обобщенном виде переходы могут быть представлены в виде связи  $n$ -мерных шаров, соответствующих сочетаниям алфавитов случайных величин. Для моделирования сети Петри используется ее матричное представление.

**Ключевые слова:** сети Петри, сложные производственные системы, алфавиты случайных величин, позиции и переходы сети Петри, маркировка сети Петри, матричное представление сети Петри

## MODELING OF COMPLEX PROCESSES USING PETRI NETS

**Korneev A.M., Nagi A.M.M.**

*Lipetsk State Technical University, Lipetsk, e-mail: nagifarad@mail.ru*

The paper discusses the possibility of using Petri nets for modeling complex processes. The use of Petri nets allows the modeling of complex spatially distributed production system. In this case, the functional blocks are formed corresponding to the individual processing steps. In modeling Petri net is formed, consisting of several «layers», corresponding to the processing steps. Step consists of several transitions and positions and is responsible for the implementation of individual stages. The combination of the alphabets of random variables form the possible positions of Petri nets. A separate combination of the alphabets determines one position Arcs emanate from positions to transitions to the combinations of the alphabets of the next stage of the production process. The generalized form of transitions can be represented as a relation of  $n$ -dimensional spheres, corresponding to the combinations of the alphabets of random variables. Matrix representation is used for modeling Petri nets.

**Keywords:** Petri nets, complex production systems, Alphabets of random variables, positions and transitions of Petri nets, marking Petri nets, Matrix representation of Petri nets

Особенностью сложных производственных систем является многостадийный процесс превращения сырья и исходных материалов в готовую продукцию. Каждый этап обработки накладывает свой отпечаток на регламентируемые стандартом показатели качества и определяет экономическую эффективность производства [10–14].

Одним из основных путей повышения эффективности работы таких производств являются разработка современных методов моделирования и создание соответствующего математического, алгоритмического и программного обеспечения. Важным является получение эффективных методов клеточно-иерархической идентификации и анализа сложных производств. Клеточно-иерархический подход основан на клеточной интерпретации и используется для описания сложных пространственно-распределенных производственных систем, характеризующихся многостадийностью обработки. Процесс обработки представляется в виде систем, образованных иерархией клеток,

каждая из которых соответствует отдельно технологическому агрегату или стадии обработки. Описание в виде входов, состояний и выходов характеристик сырья, технологических параметров и свойств готовой продукции дает возможность моделировать технологии обработки любых видов продукции. Использование конечных, клеточных и вероятностных автоматов, итеративных цепей и сетей дает возможность описывать сложные пространственно-распределенные производственные системы. Подходы, основанные на формировании математических образов сложных промышленных систем, методы и алгоритмы обработки ретроспективной, текущей и экспертной информации о пространственно-распределенных объектах позволяют адекватно описывать сложные производственные системы. Отсутствие однозначных функциональных зависимостей между факторами технологии и свойствами готовой продукции, наличие случайных величин, влияющих на процесс обработки и показатели качества, привели

к необходимости разработки методов оптимизации режимов функционирования сложных производственных систем и построению алгоритмов их реализации. Так как осуществляемые в них режимы обработки отличаются стохастическим характером протекающих процессов, разработаны методы моделирования, характеризующиеся учетом зависимости текущих состояний от всей предыстории.

Особенностью сложных пространственно-распределенных производственных систем является многостадийный процесс превращения сырья и исходных материалов в готовую продукцию. Каждый этап обработки накладывает свой отпечаток на регламентируемые стандартом показатели качества и определяет экономическую эффективность производства. Сложные системы, для которых принимаются решения, представляют собой совокупность взаимосвязанных объектов (стадий обработки, агрегатов, операций). Методология структурной клеточно-иерархической идентификации подходит для моделирования сложных пространственно-распределенных многостадийных промышленных объектов со стохастическим характером производства.

Для описания сложных промышленных объектов, базирующихся на клеточной ин-

терпретации процессов, создается дерево технологических операций, формируются технологические цепочки с указанием необходимых агрегатов, определяются усредненные технологические режимы.

Использование сетей Петри позволяет моделировать сложную пространственно-распределенную производственную систему [1–9]. Процесс моделирования начинается с формирования функциональных блоков, соответствующих отдельным стадиям обработки. Задание информации при дискретном подходе сводится к заданию конечных множеств входов, состояний и выходов. Алфавиты входов, состояний и выходов могут иметь различную размерность. Сочетания алфавитов случайных величин формируют возможные позиции сети Петри.

При моделировании формируется сеть Петри, состоящая из нескольких «слоев», соответствующих этапам обработки. Этап состоит из нескольких переходов и позиций и отвечает за реализацию отдельного этапа.

Пример сети Петри, моделирующей процесс, состоящий из 4 стадий, приведен на рис. 1.

Отдельная стадия описывается двумя случайными величинами. Для простоты каждая величина имеет двоичный алфавит. В итоге на каждой стадии рассматриваются 4 сочетания алфавитов  $\{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$ .

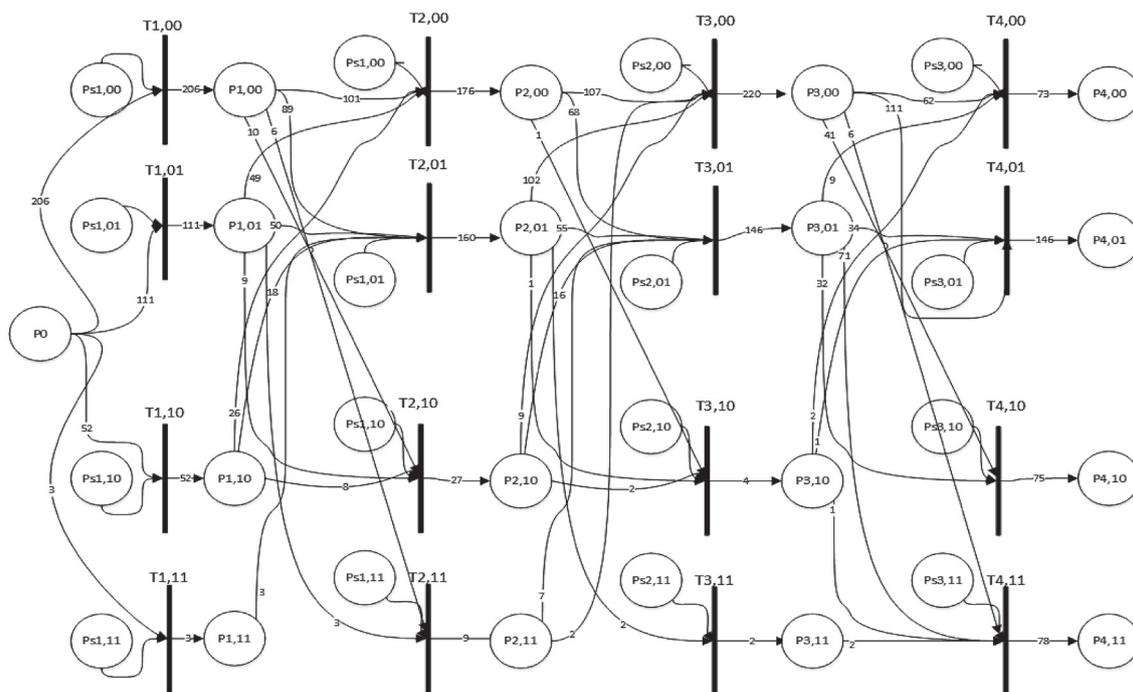


Рис. 1. Сеть Петри сложной пространственно-распределенной производственной системы

Отдельное сочетание алфавитов будет определять одну позицию, пометка в которой означает количество статистических данных, попавших в данный набор. Из указанной позиции исходят дуги в переходы к сочетаниям алфавитов следующего этапа производственного процесса. Для того, чтобы фишки из позиции перемещались только однократно через каждый переход, задается позиция-селектор  $Ps_i$ .

Построим описанную сеть Петри. Обозначим:

- В первом слое:
  - начальную позицию  $P_0$ .
  - позиции-селекторы, определяющие распределение по наборам первого этапа  $Ps_{0,00}, Ps_{0,01}, Ps_{0,10}, Ps_{0,11}$ ;
  - переходы  $T_{1,00}, T_{1,01}, T_{1,10}, T_{1,11}$ .
- Во втором слое:
  - входные позиции  $P_{1,00}, P_{1,01}, P_{1,10}, P_{1,11}$ ;

- позиции-селекторы, определяющие распределение по наборам второго этапа  $Ps_{1,00}, Ps_{1,01}, Ps_{1,10}, Ps_{1,11}$ ;

- переходы  $T_{2,00}, T_{2,01}, T_{2,10}, T_{2,11}$ .

– В третьем слое:

- входные позиции  $P_{2,00}, P_{2,01}, P_{2,10}, P_{2,11}$ ;

- позиции-селекторы, определяющие распределение по наборам второго этапа  $Ps_{2,00}, Ps_{2,01}, Ps_{2,10}, Ps_{2,11}$ ;

- переходы  $T_{3,00}, T_{3,01}, T_{3,10}, T_{3,11}$ .

– В четвертом слое:

- входные позиции  $P_{3,00}, P_{3,01}, P_{3,10}, P_{3,11}$ ;

- позиции-селекторы, определяющие распределение по наборам второго этапа  $Ps_{3,00}, Ps_{3,01}, Ps_{3,10}, Ps_{3,11}$ ;

- переходы  $T_{4,00}, T_{4,01}, T_{4,10}, T_{4,11}$ .

– Заключительные позиции, отвечающие за результаты работы многоэтапного процесса  $P_{4,00}, P_{4,01}, P_{4,10}, P_{4,11}$ .

Определим входные и выходные комплекты для переходов:

$$I(T_{1,00}) = \{Ps_{0,00}, 206 * P_0\}; I(T_{1,01}) = \{Ps_{0,01}, 111 * P_0\};$$

$$I(T_{1,10}) = \{Ps_{0,10}, 52 * P_0\}; I(T_{1,11}) = \{Ps_{0,11}, 3 * P_0\};$$

$$O(T_{1,00}) = \{206 * P_{1,00}\}; O(T_{1,01}) = \{111 * P_{1,01}\};$$

$$O(T_{1,10}) = \{52 * P_{1,10}\}; O(T_{1,11}) = \{3 * P_{1,11}\};$$

$$I(T_{2,00}) = \{Ps_{1,00}, 101 * P_{1,00}, 89 * P_{1,01}, 10 * P_{1,10}, 6 * P_{1,11}\};$$

$$I(T_{2,01}) = \{Ps_{1,01}, 49 * P_{1,00}, 50 * P_{1,01}, 9 * P_{1,10}, 3 * P_{1,11}\};$$

$$I(T_{2,10}) = \{Ps_{1,10}, 26 * P_{1,00}, 18 * P_{1,01}, 8 * P_{1,10}, 0 * P_{1,11}\};$$

$$I(T_{2,11}) = \{Ps_{1,11}, 0 * P_{1,00}, 3 * P_{1,01}, 0 * P_{1,10}, 0 * P_{1,11}\};$$

$$O(T_{2,00}) = \{176 * P_{2,00}\}; O(T_{2,01}) = \{160 * P_{2,01}\};$$

$$O(T_{2,10}) = \{27 * P_{2,10}\}; O(T_{2,11}) = \{9 * P_{2,11}\};$$

$$I(T_{3,00}) = \{Ps_{2,00}, 107 * P_{2,00}, 68 * P_{2,01}, 1 * P_{2,10}, 0 * P_{2,11}\};$$

$$I(T_{3,01}) = \{Ps_{2,01}, 102 * P_{2,00}, 55 * P_{2,01}, 1 * P_{2,10}, 2 * P_{2,11}\};$$

$$I(T_{3,10}) = \{Ps_{2,10}, 9 * P_{2,00}, 16 * P_{2,01}, 2 * P_{2,10}, 0 * P_{2,11}\};$$

$$I(T_{3,11}) = \{Ps_{2,11}, 2 * P_{2,00}, 7 * P_{2,01}, 0 * P_{2,10}, 0 * P_{2,11}\};$$

$$O(T_{3,00}) = \{220 * P_{3,00}\}; O(T_{3,01}) = \{146 * P_{3,01}\};$$

$$O(T_{3,10}) = \{4 * P_{3,10}\}; O(T_{3,11}) = \{2 * P_{3,11}\};$$

$$I(T_{4,00}) = \{Ps_{3,00}, 62 * P_{3,00}, 111 * P_{3,01}, 41 * P_{3,10}, 6 * P_{3,11}\};$$

$$I(T_{4,01}) = \{Ps_{3,01}, 9 * P_{3,00}, 34 * P_{3,01}, 32 * P_{3,10}, 71 * P_{3,11}\};$$

$$I(T_{4,10}) = \{Ps_{3,10}, 2 * P_{3,00}, 1 * P_{3,01}, 0 * P_{3,10}, 1 * P_{3,11}\};$$

$$I(T_{4,11}) = \{Ps_{3,11}, 0 * P_{3,00}, 0 * P_{3,01}, 2 * P_{3,10}, 0 * P_{3,11}\};$$

$$O(T_{4,00}) = \{73 * P_{4,00}\}; O(T_{4,01}) = \{146 * P_{4,01}\};$$

$$O(T_{4,10}) = \{75 * P_{4,10}\}; O(T_{4,11}) = \{78 * P_{4,11}\}.$$

Здесь запись вида  $73 * P_{4,00}$  означает, что в позицию  $P_{4,00}$  осуществлено 73 перехода. Такие записи позволяют отразить частоты реализации переходов исследуемого процесса.

Рассмотрено 372 опыта. Начальная маркировка для рассматриваемой задачи будет:  $M(P_0) = 372$ ,

$$\begin{aligned} M(P_{s_{1,00}}) &= M(P_{s_{1,01}}) = M(P_{s_{1,10}}) = M(P_{s_{1,11}}) = \\ &= M(P_{s_{2,00}}) = M(P_{s_{2,01}}) = M(P_{s_{3,10}}) = M(P_{s_{3,11}}) = \\ &= M(P_{s_{3,00}}) = M(P_{s_{3,01}}) = M(P_{s_{3,10}}) = M(P_{s_{3,11}}) = 1, \end{aligned}$$

для остальных позиций значение равно 0.

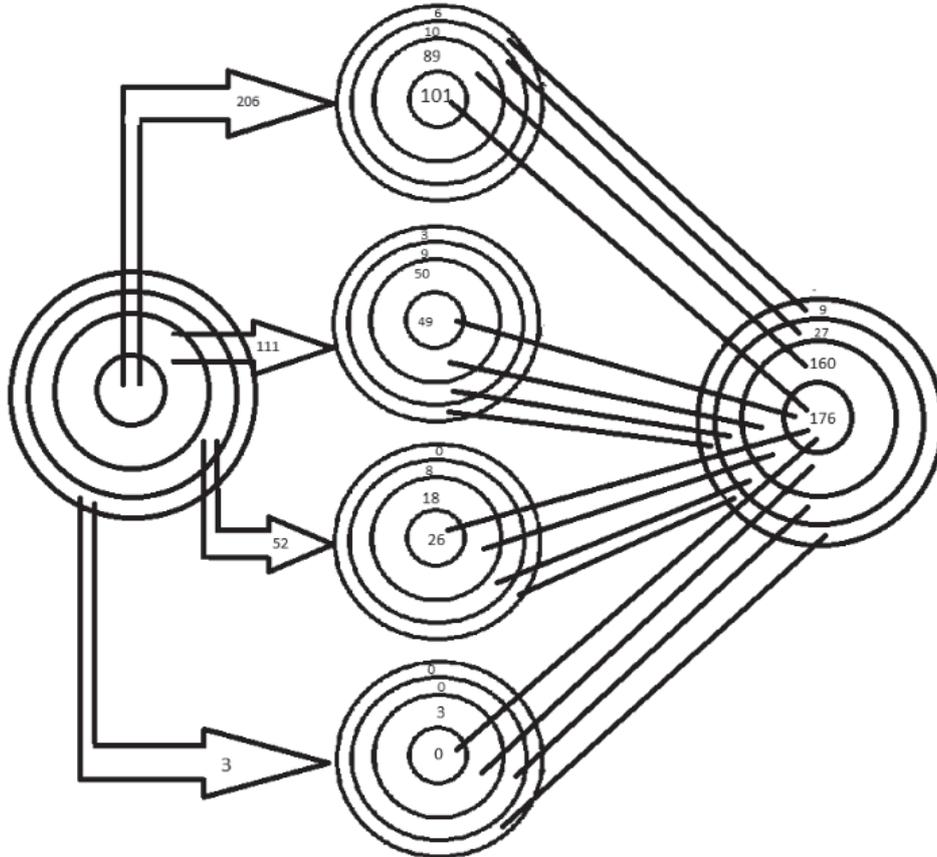


Рис. 2. Переходы первого слоя сети Петри

Пояснение переходов первого слоя сети Петри приведено на рис 2. В обобщённом виде переходы могут быть представлены в виде связи n-мерных шаров (где n – количество сочетаний алфавитов). Внутренний шар соответствует сочетанию (0,0), а внешний – сочетанию (1,1) (рис. 1).

Левый круг отражает возможные переходы изначальной позиции  $P_0$ , количество наблюдений в которых указано на исходящих стрелках. Средние четыре окружности отражают переходы из позиций первого слоя (этапа обработки) в позиции второго слоя. Правый круг показывает суммарные входы в позиции второго слоя.

Для моделирования сети Петри используется ее матричное представление. Матрица сети Петри размера  $m \times n$ :

$$R = R^+ - R^-,$$

где

$$R^+ = [r_{ji}^+]; \quad r_{ji}^+ = \begin{cases} 1, & \text{если } p_i \in O(t_j), \\ 0, & \text{в любом другом случае;} \end{cases}$$

$$R^- = [r_{ji}^-];$$

$$r_{ji}^- = \begin{cases} 1, & \text{если } p_i \in I(t_j), \\ 0, & \text{в любом другом случае.} \end{cases}$$

### Выводы

Сети Петри позволяют моделировать параллельные процессы, протекающие в системе независимо один от другого. Параллельным процессам соответствуют состояния сетей Петри, описывающие отдельные стадии обработки в сложных производственных системах. Сети Петри позволяют наглядно отразить и смоделировать процессы, протекающие в таких системах.

### Список литературы

1. Блюмин С.Л., Корнеев А.М. Дискретное моделирование систем автоматизации и управления: Монография; Липецкий эколого-гуманитарный институт. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – 124 с.
2. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Нечеткие сети Петри как окрестностные системы // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – Т. 33. – № 3.2. – С. 233–238.
3. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Сети Петри с переменной недетерминированностью как окрестностные системы // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – Т. 33. – № 3.2. – С. 228–233.
4. Корнеев А.М., Аль-Сабри Г.М.Ш., Наги А.М.М., Аль-Саиди Ф.А.А. Адаптация технологических режимов в сложных производственных системах // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2015. – № 1. – С. 48–53.
5. Корнеев А.М., Наги А.М.М., Сметанникова Т.А. Моделирование сложных производственных систем с использованием итеративных сетей // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 5–2. – С. 260–263.
6. Корнеев А.М., Сметанникова Т.А., Аль-Сабри Г.М., Наги А.М. Стратегия поиска оптимальных технологических режимов в дискретных клеточно-иерархических системах // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2–2; URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=22892>.
7. Котов В.Е. Сети Петри. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 160 с.
8. Лескин А.А., Мальцев П.А., Спиридонов А.М. Сети Петри в моделировании и управлении. – Л.: Наука, 1989. – 133 с.
9. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М.: Мир, 1984. – 263 с.
10. Abdullakh L.S., Smetannikova T.A., Korneev A.M. Criterion for assessing the effectiveness of functioning of complex systems based on the use the amount of information // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Т. 10. – № 11. – P. 27961–27980.
11. Korneev A.M., Abdullakh L.S. Smetannikova T.A. Simulation of difficult industrial systems in the form of the probable automatic machine // Metallurgical and Mining Industry. – 2015. – № 2. – P. 257–261.
12. Korneev A.M., Al-Saeedi F.A., Al-Sabry G.M., Nagi A.M. Building a managing system of complex production processe // Theoretical & Applied Science. – 2014. – № 9 (17). – P. 50–53.
13. Shmyrin A.M., Yurtsev A.G., Korneev A.M., Abdullakh L.S. Study of The Trilinear Neighborhood Model of Process of Formation of Temperature's Coiling Hot-Rolled Strip // International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE). – June 2016. – Vol. 6, № 3. – P. 1371–1374.
14. Sumin V.I., Smolentceva T.E., Korneev A.M., Abdullakh L.S. Modeling the objective function of a multistage organizational system // Metallurgical and Mining Industry. – 2016. – № 1. – P. 14–16.