

УДК 52-17: 621.318.2

## РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ: СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Денисов П.А., Абраамян А.Л., Жлоба Ю.А., Лукьянова Н.Ю.,  
Малахова Е.А., Шайхутдинов Д.В.

ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)  
им. М.И. Платова», Новочеркасск, e-mail: pyatack@yandex.ru

Проведен обзор литературы по тематике решения обратных задач электротехники применительно к расчету намагниченности постоянных магнитов, являющихся магнитотвердыми материалами. Также в обзоре затронуты магнитоэстатические задачи дефектоскопии и магнитометрии для магнитомягких ферромагнетиков, методы решения которых могут быть применены при идентификации состояния постоянных магнитов в электротехнических устройствах. Выделены два подхода к решению: минимизация некоторого функционала с многократным решением задачи анализа магнитного поля; решение некорректно поставленных задач с применением методов регуляризации. Отмечен недостаток методов, заключающийся в больших требованиях к ресурсам ЭВМ, в длительном времени расчета, что делает актуальным применение параллельных вычислений. Подчеркивается важность проведения численных исследований, направленных на анализ влияния исходных данных на результат решения обратной задачи.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, постоянный магнит, идентификация, определение намагниченности, обратная задача

## SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEMS OF PERMANENT MAGNETS IDENTIFICATION: A REVIEW OF THE STATE-OF-THE-ART

Denisov P.A., Abraamyan A.L., Zhloba Yu.A., Lukyanova N.Yu.,  
Malakhova E.A., Shaykhutdinov D.V.

Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, e-mail: pyatack@yandex.ru

The review of literature on the subject of the solution of the inverse problems of electrical engineering as applied to the calculation of magnetization of the permanent magnets which are hard magnetic materials is carried out. Also the review deals with solving methods of magnetostatic problems of defectoscopy and a magnetometry for soft magnetic materials which can be applied at identification of permanent magnets state in the electric devices. The two approaches are marked out: the minimization of some functional with iterations of the magnetic field analysis; the solution of ill-posed problems using regularization methods. There is a paucity of methods, namely, the large resource requirements of the computer, long calculation time, so the application of parallel computing is perspective. The paper mark out the importance of numerical experiments aimed at the analysis of influence of initial data on the result of solving the inverse problem.

**Keywords:** mathematical modeling, permanent magnet, identification, determination of the magnetization, the inverse problem

Постоянные магниты благодаря своим габаритно- и энергосберегающим свойствам находят все более широкое применение в различных электротехнических устройствах: электродвигателях, магнитных муфтах и мультипликаторах, электромагнитных приводах реле, контакторов, вентилях [9, 12, 19, 20, 23].

В то же время устройства с постоянными магнитами имеют одну важную технологическую особенность, связанную с возникновением риска выхода их из строя из-за локального размагничивания магнитов. Причины размагничивания могут быть следующими: бросок тока в обмотке, перегрев, механические воздействия. Наличие хотя бы одного из перечисленных факторов может привести к частичной или полной утрате свойств постоянными магнитами, к потере мощности и даже к отказу электро-

технического устройства. При возникновении таких ситуаций в целях снижения воздействия негативных факторов на работу устройства необходимо оценивать состояние постоянного магнита путем исследования распределения намагниченности по его объему. Как правило, намагниченность нельзя измерить напрямую, однако ее можно определить косвенным путем, если сначала измерить значения магнитной индукции в доступных местах, например в воздушном зазоре устройства или в окружающем магнит пространстве, а затем, используя эти значения, решить задачу определения намагниченности. Задачи такого типа относятся к классу обратных.

Следует отметить, что к обратным задачам приходят и при проектировании энергосберегающих устройств, когда нужно подобрать постоянные магниты с нужными

характеристиками, обеспечивающими требуемые технико-экономические показатели устройства [3].

### **Обратные задачи электротехники**

Особенности и свойства обратных задач электротехники рассмотрены в работе [1]. Здесь же приведена их классификация, описаны общие подходы к решению. По объекту исследования обратные задачи электротехники делят на два класса: обратные задачи в теории электрических цепей и обратные задачи в теории электромагнитного поля. С другой стороны, обратные задачи, решаемые в электротехнике, могут быть разделены на задачи синтеза и идентификации. Первые подразделяются на задачи структурного и параметрического синтеза, а задачи идентификации – на задачи диагностики, макромоделирования и дефектоскопии. При наличии в задаче синтеза прототипа, свойства которого необходимо улучшить, такую задачу можно рассматривать как задачу оптимизации.

Решение обратных задач электротехники сводится к минимизации некоторого функционала. Для этого могут быть использованы градиентные методы. Обратные задачи могут иметь не единственное решение и характеризуются плохой устойчивостью решения. Следует отметить, что большинство обратных задач в электротехнике принадлежит к классу так называемых некорректных, что приводит к необходимости искать вместо точного решения приближенное квазирешение, которое существует всегда. Для получения устойчивых квазирешений используют методы регуляризации [1, 21].

Обратные задачи тесно связаны с прямыми, и при построении алгоритмов решения опираются на одну из моделей анализа системы. К настоящему времени разработано большое количество методов моделирования магнитного поля и их модификаций: методы сведения задачи полевого расчета к эквивалентным схемам замещения, метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных элементов, метод граничных интегральных уравнений и его модификация, известная как метод вторичных источников, метод пространственных интегральных уравнений, метод точечных источников поля, а также подходы, комбинирующие указанные методы [15].

Следует отметить, что методы решения обратных задач электротехники не так развиты, как методы решения прямых задач анализа. В то же время они быстро совершенствуются. Далее приводится обзор работ, посвященных проблемам определения

намагниченности постоянных магнитов по измеренной картине поля, а также работ, не связанных напрямую с постоянными магнитами, но описывающих методы, которые могут быть применены к рассматриваемому объекту.

### **Определение намагниченности постоянных магнитов**

В работе [6] рассмотрено решение обратной задачи определения намагниченности при проектировании энергосберегающих устройств, однако метод может быть использован и для решения задачи идентификации намагниченности. Алгоритм решения представляет собой итерационный процесс, на каждом шаге которого решается прямая задача анализа магнитного поля методом конечных элементов и выполняется оптимизация намагниченности с помощью метода градиентного спуска. Постоянные магниты считаются намагниченными однородно.

В работах [4, 5] решена задача определения неизвестной намагниченности постоянных магнитов в составе электрической машины. Обратная задача решалась методом спуска, на каждой итерации которого рассчитывалось магнитное поле с использованием метода граничных интегральных уравнений на основе формулы Грина.

В работе [8] предложен метод определения кривой размагничивания постоянного магнита натурно-модельным методом, основанным на итерационном процессе приближения кривой размагничивания магнита. На каждом шаге алгоритма требовалось рассчитывать стационарное магнитное поле, что выполнялось путем интегрирования намагниченности магнита.

В работе [14] разработана методика определения намагниченности постоянного магнита по известной величине магнитной индукции в некоторой точке. Магнит считается намагниченным однородно, источники поля и ферромагнитные тела отсутствуют, что позволило определить состояние постоянного магнита, не прибегая к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

В работе [7] также рассмотрен уединенный постоянный магнит, однако он может быть и неоднородным. Для учета неоднородности магнит разбивался на малые элементы, каждый из которых намагничен однородно. Связь намагниченности с напряженностью магнитного поля задавалась интегрированием намагниченности по объему элементов, что привело к интегральному уравнению первого рода. В процессе определения намагниченности

предложено решать плохо обусловленную СЛАУ методом регуляризации А.Н. Тихонова. Параметр регуляризации задавался в виде убывающей последовательности. Данный подход был развит в работах [10, 11]. В них вместо уединенного постоянного рассмотрена электромагнитная система, составленная из магнитов и магнитомягких ферромагнетиков каркаса. При этом характеристика последних считалась однозначной и известной. Поле реакции ферромагнетика предложено учитывать добавлением в модель интегрального уравнения второго рода относительно плотностей скалярных источников поля, размещенных на ферромагнетиках каркаса.

В 2015 году была опубликована обзорная статья [24], посвященная диагностике размагничивания постоянных магнитов в синхронных электродвигателях. В ней отмечена важность проблемы учета размагничивания постоянных магнитов, обозначены основные методы диагностики, а также способы повышения устойчивости к размагничиванию постоянных магнитов путем внесения специальных конструктивных изменений в проектируемые устройства. Следует отметить, что значительная часть охваченных в данной работе методов диагностики размагничивания магнитов основана на анализе работы устройства и лишь позволяет ответить на вопрос, произошло ли размагничивание. Но также отмечен и метод анализа, позволяющий определить область локального размагничивания магнита в бесщеточном двигателе. Данный метод основан на аналитической модели и методе градиентного спуска.

#### **Определение намагниченности магнитомягких материалов**

В [16] решалась задача восстановления по измеренным значениям магнитного поля намагниченности тела на примере корабля. Математическая модель задачи была сведена к интегральному уравнению первого рода относительно векторной функции – намагниченности элементов. Каждый элемент дискретизации считался намагниченным однородно. Так как такая задача является некорректно поставленной, то использовался регуляризирующий алгоритм, основанный на минимизации функционала Тихонова с выбором параметра регуляризации согласно обобщенному принципу невязки и применением метода сопряженных градиентов. Рассматривались одномерные, двухмерные и трехмерные модели. Отмечена чрезвычайная ресурсоемкость трехмерной постановки, в связи с чем был разработан алгоритм решения, адаптированный для вы-

полнения в многопроцессорных системах. Однако даже использование параллельных вычислений не гарантирует быстрого решения задачи. Так, автором указано, что для 22500 элементов дискретизации в трехмерной постановке (67500 неизвестных компонент вектора намагниченности) при использовании суперкомпьютерного комплекса Московского университета время вычислений составило 29 часов [16].

В [17] рассмотрено решение задачи магнитостатической дефектоскопии, сформулирована задача определения по известной картине поля отклонения магнитной восприимчивости от заданного значения в объеме исследуемого тела. Для магнитомягких материалов обратная задача сформулирована в виде системы трехмерных интегральных уравнений первого и второго рода относительно намагниченности и напряженности внутри ферромагнитного тела. При численной реализации задача была сведена к корректировке матрицы магнитных восприимчивостей элементов дискретизации путем минимизации невязки значений поля. Были рассмотрены различные алгоритмы минимизации: непрерывные и дискретные. На основе исследований был сделан вывод о необходимости введения в случае непрерывной минимизации дополнительной информации – регуляризирующих ограничений. Также в работе были проведены некоторые исследования влияния выбора исходных данных на результат. Был сделан вывод, что наилучшую устойчивость решение приобретает при использовании значений полей на противоположных сторонах тела, в этом случае алгоритм производил полное восстановление картины дефектов, то есть распределение магнитной восприимчивости находилось с достаточной точностью.

В [13], как и в [17], обратная задача магнитостатики была сведена к системе интегральных уравнений относительно намагниченности и напряженности внутри ферромагнитного тела. На основе такой модели было получено аналитическое решение для шара с модельной магнитной проницаемостью в постоянном внешнем поле, и на данном примере обсуждена проблема однозначности решения обратной задачи.

В [18] произведен анализ трудоемкости решения обратной магнитостатической задачи предложенными в [17] математическими моделями и алгоритмами. Компьютерное моделирование на нескольких примерах распределения дефектов показало значительную ресурсоемкость. Так, при 850 элементах дискретизации время решения задачи даже эвристическим алгоритмом, ограниченным по точности, составило

порядка двух часов. Был сделан вывод о необходимости использования высокопроизводительных многопроцессорных систем для решения подобных задач.

Параллельные вычисления были использованы и в [2] для решения трехмерной структурной обратной задачи магнитометрии для определения границ раздела сред с постоянной намагниченностью в каждой из них.

В работе [22] подход, подобный описанному в [7], предложено применять для определения распределения намагниченности внутри образца из магнитомягкого материала. Интегральное уравнение первого рода относительно намагниченности элементов предложено решать с использованием метода градиентного спуска.

### Выводы

Из проведенного обзора видно, что можно выделить два подхода к решению обратной задачи идентификации параметров электротехнических устройств:

– минимизация некоторого функционала и многократное решение прямой задачи расчета магнитного поля;

– решение некорректно поставленных задач и определение с помощью метода регуляризации псевдорешения, устойчивого к малым возмущениям.

Первый подход является более универсальным и может применяться не только для определения состояния образца, но и в целях оптимального проектирования нового оборудования. Второй подход имеет более узкую область применения, связанную с идентификацией состояния, в том числе для обнаружения дефектов, но используется в этой области значительно чаще.

Актуальной является проблема выбора как исходных данных в виде расположения точек измерения магнитного поля, так и дополнительной регулирующей информации. Она может быть решена в результате проведения для различных типов систем численных экспериментов, заключающихся в последовательном решении сначала прямой задачи анализа, а затем на основе полученных данных – обратной задачи идентификации. В данной схеме вначале получают картину распределения поля, после чего осуществляют выборку точек, вносят при необходимости некоторую погрешность и выполняют этап расчета намагниченности, сравнивая ее со значениями, заданными изначально.

Выявлено, что решение обратной задачи идентификации является чрезвычайно ресурсозатратным, в связи с чем актуальным является дальнейшее совершенствование

математических моделей и алгоритмов оптимизации. Важно отметить и то, что при развитии методов идентификации необходимо уделять внимание возможности выполнения параллельных вычислений при реализации на ЭВМ.

Применительно к задачам диагностики систем с постоянными магнитами в целях определения зон локального размагничивания и его степени представляется целесообразным использовать метод, описанный в [11], так как он использует дополнительную информацию о магнитомягком материале каркаса устройства. Однако для уверенного применения этого метода на практике необходимо выполнить исследования, аналогичные описанным в [17]. Они позволят получить рекомендации относительно выбора исходных данных – измеренных значений магнитной индукции в окружающем магниты пространстве. Кроме того, целесообразной является адаптация данного алгоритма к многопроцессорным системам, а также усовершенствование процедуры выбора параметра регуляризации, что может значительно сократить время, затрачиваемое на получение решения.

*Результаты работы получены в рамках выполнения показателей по стипендии Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики в период с 2015 по 2017 г., номер гранта СП-4108.2015.1. Работы были выполнены с использованием оборудования ЦКП «Диагностика и энергоэффективное электрооборудование» ЮРГПУ (НПИ).*

### Список литературы

1. Адалев А.С. Обратные задачи в электротехнике / А.С. Адалев, В.Н. Боронин, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин // Известия Академии электротехнических наук РФ. – 2008. – № 1. – С. 12–28.
2. Акимова Е.Н. Параллельные алгоритмы решения структурной обратной задачи магнитометрии на многопроцессорных вычислительных системах / Е.Н. Акимова, В.Е. Мисилов, А.Ф. Скурыдина // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2014. – Т. 18, № 4. – С. 206–215.
3. Бахвалов Ю.А. Обратные задачи электротехники : монография / Ю.А. Бахвалов, Н.И. Горбатенко, В.В. Гречихин; Юж.-Рос. гос. политехн. ун-т (НПИ). – Новочеркасск: Изд-во журнала «Известия высших учебных заведений. Электромеханика». – 2014. – 211 с.
4. Бахвалов Ю.А. Определение намагниченности постоянного магнита в составе электрической машины на основе решения обратной задачи теории поля / Ю.А. Бахвалов, А.Н. Грекова // Изв. вузов. Электромеханика. – 2012. – № 1. – С. 34–36.
5. Бахвалов Ю.А. Определение намагниченностей постоянных магнитов в составе электрической машины на основе решения обратной задачи магнитостатики / Ю.А. Бахвалов, В.В. Гречихин, А.Н. Грекова // Вестник

Воронежского государственного технического университета. – 2014. – № 1. – С. 46–48.

6. Бахвалов Ю.А. Применение обратных задач теории магнитных полей в проектировании энергосберегающих электромеханических устройств / Ю.А. Бахвалов, Н.И. Горбатенко, В.В. Гречихин, А.Н. Грекова // Изв. вузов. Электромеханика. – 2013. – № 5. – С. 28–32.

7. Васильева И.Б. Расчет распределения намагниченности внутри постоянного магнита по экспериментально определенной картине его внешнего поля / И.Б. Васильева И.И. Пеккер // Изв. вузов Электромеханика. – 1986. – № 9. – С. 26–32.

8. Гречихин В.В. Математическое моделирование плоскомеридианных магнитных полей в системах с постоянными магнитами // Изв. вузов. Электромеханика. – 2009. – № 3. – С. 8–12.

9. Гринченков В.П. Электромагнитный привод с низким энергопотреблением / В.П. Гринченков, И.А. Большенко, А.В. Большенко // Изв. вузов. Электромеханика. – 2015. – № 5. – С. 50–53.

10. Денисов П.А. Определение намагниченности постоянных магнитов линейного электродвигателя // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-26 : сб. тр. XXVI Междунар. науч. конф., [Н. Новгород, 27–30 мая 2013 г.]: в 10 т. / Саратов. гос. техн. ун-т. – Н. Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т. – 2013. – Т. 8. Секц. 6, 7, 8, 9. – С. 21–25.

11. Денисов П.А. Применение скалярных потенциалов простого и двойного слоя в задачах идентификации постоянных магнитов в линейных синхронных электродвигателях // Изв. вузов. Электромеханика. – 2015. – № 3. – С. 5–10.

12. Дергачев П.А. Магнитный мультипликатор с регулируемым передаточным отношением для ветровых и малых гидравлических электростанций / П.А. Дергачев, П.А. Курбатов, О.Н. Молоканов // Электротехника. – 2013. – № 4. – С. 33–38.

13. Дякин В.В. К решению задачи магнитостатики в случае зависимости магнитной проницаемости от координат / В.В. Дякин, О.В. Кудряшова, В.Я. Раевский // Дефектоскопия. – 2015. – № 9. – С. 38–48.

14. Жильцов А.В. Измерение намагниченности одно-одно намагниченных постоянных магнитов / А.В. Жильцов, И.П. Стадник // Изв. вузов. Электромеханика. – 2000. – № 2. – С. 83–86.

15. Ковалев О.Ф. Комбинированные методы моделирования магнитных полей в электромагнитных устройствах. – Ростов н/Д.: Изд-во СКНЦ ВШ, 2001. – 220 с.

16. Лукьяненко Д.В. Регуляризирующие алгоритмы и комплекс программ решения обратной задачи восстановления параметров намагниченности: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. – М., 2011. – 19 с.

17. Печенков А.Н. Алгоритмы расчетов и моделирования прямых и обратных задач магнитостатической дефектоскопии и устройств технической магнитостатики: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.11. – Екатеринбург, 2007. – 42 с.

18. Печенков А.Н. Влияние точности вычислений на время и результаты решения обратной задачи магнитостатической дефектоскопии. Необходимость параллельных вычислений / А.Н. Печенков, В.Е. Щербинин // *Diagnostics, resource and mechanics of materials and structures*. – 2015. – № 5. – С. 22–30.

19. Писаревский А.Ю. Особенности математического моделирования магнитных муфт с кольцевыми постоянными магнитами / А.Ю. Писаревский, Ю.В. Писаревский, В.Б. Фурсов // Электротехнические комплексы и системы управления. – 2008. – № 1. – С. 47–51.

20. Питолин В.М. Перспективные конструкции электрических двигателей для стоматологической практики / В.М. Питолин, Ю.В. Писаревский, Ж.А. Ген // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2011. – Т. 7. № 6. – С. 131–134.

21. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука. – 1979. – 285 с.

22. Шайхутдинов Д.В. Определение распределения намагниченности внутри образцов из магнитомягкого материала сложной формы по экспериментально определенной картине внешнего поля // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11–1. – С. 37–38.

23. Knaian A.N. Electropermanent Magnetic Connectors and Actuators: Sevice and Their Application in Programmable Matter: Doctoral Dissertation / Ara Nerses Knaian. – Massachusetts Institute of Technology. – 2010. – 206 p.

24. Moosavi S.S. Demagnetization Fault Diagnosis in Permanent Magnet Synchronous motors: A Review of the State-of-the-Art / S.S. Moosavi, A. Djerdir, Y.Ait. Amirat, D.A. Khaburi // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – vol. 391, Oct. 2015. – P. 203–212.