

УДК 538.931

АНАЛИЗ СУБЛИМАЦИИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ЗАГОТОВОК ДЛЯ СВЕТОВОДОВ МЕТОДОМ ПАРОФАЗНОГО ОСАЖДЕНИЯ

Терюха Р.В., Гаврилов А.И.

ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет»,
Краснодар, e-mail: phizik@mail.ru

Анализируя тепломассообмен при сублимации осажденного слоя стекломатериалов в MCVD-технологии производства световодов, произведен расчёт профилей температуры и концентрации, а также массового потока в зависимости от основных теплофизических параметров. В последнее время в технологии производства оптических волокон произошли серьезные изменения в плане применяемых технологий. Стремление к сокращению расходов, улучшению характеристик оптического волокна стимулирует поиск новых инновационных решений для изготовления заготовок и волокон. В статье описывается решение сложной задачи описания процесса возникновения сублимации частиц, уже осевших на боковую поверхность опорной трубки, при проплавлении слоя при производстве заготовки MCVD-методом. Это явление неблагоприятно сказывается на функциональных характеристиках заготовки для световодного волокна. В работе была использована методика Сперроу и Сполдинга, эффективно апробированная при исследовании сублимации стенок плоского канала и получено приближенное решение уравнений с использованием вариационных методов.

Ключевые слова: сублимирующаяся поверхность, mcvd-технология производства световодов, сублимация частиц, тепломассообмен при сублимации осажденного слоя, концентрации насыщенных паров

ANALYSIS OF SUBLIMATION ACCORDING TO MCDV TECHNOLOGY OF OPTICAL FIBER MANUFACTURE

Teryukha R.V., Gavrilov A.I.

Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: phizik@mail.ru

Analyzing heat and mass transfer by sublimation of the deposited layer of glass materials in MCVD-technology of production of optical waveguides made to the calculation of temperature profiles and concentration, and mass flow depending on the basic thermophysical parameters. In recent years in production technologies of optical fibers have been major changes in terms of applied technologies. The desire to reduce costs, improve the characteristics of the optical fiber stimulates the search for new innovative solutions for the manufacture of preforms and fibers. The article describes the challenging task description of the process the occurrence of sublimation of the particles already deposited on the side surface of the base tube, when the melting layer during production of the preform MCVD method. This phenomenon adversely affects the functional characteristics of the preform for optical fiber. In work was used the method of Sparrow and Spalding, efficiently tested in the study of the sublimation of the flat walls of the channel and obtained the approximate solution of equations using variational methods.

Keywords: heat and mass transfer by sublimation of the deposited layer, mcvd-technology of production of optical fibers, the sublimation of the particles, sublimate the surface concentration of the saturated vapour

К числу явлений, неблагоприятно сказывающихся на функциональных характеристиках заготовки для световодного волокна, получаемой методом MCVD [3, 5], относится возникновение сублимации частиц, уже осевших на боковую поверхность опорной трубки, при проплавлении слоя. Для описания этого явления разумно использовать методику, предложенную в работе [4] и эффективно апробированную при исследовании сублимации стенок плоского канала. Описание течения в круглой трубке при более реалистичном пуазейлевском профиле скорости значительно усложняет задачу, поэтому последовательное претворение идей авторов работы [1, 2, 4] оказывается весьма затруднительным. Попытаемся получить приближенное решение, используя вариационную методику.

В рамках геометрии задачи, представленной на рис. 1, проанализируем течение газа-носителя со взвешенными в нем частицами, принимая во внимание сублимацию напыленного слоя.

Предполагается, что изменение радиуса трубки в результате сублимации происходит настолько медленно, что не влияет на характер процессов переноса. Поток газа считается гидродинамически стабилизированным с пуазейлевским профилем скорости и равномерным распределением температуры T_0 в начальном сечении. Кроме того, входящий поток несет в себе напыляемые частицы концентрации C_0 , меньшей, чем концентрация насыщения, соответствующая температуре T_0 и полному давлению.

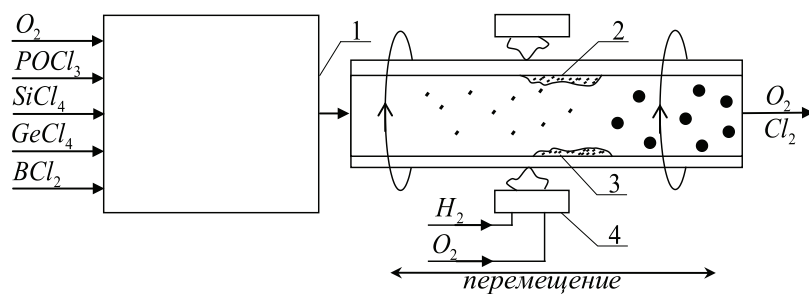


Рис. 1. Схема модифицированного метода химического парофазного осаждения (MCVD):
1 – измерители и регуляторы расхода компонентов; 2 – трубка из плавящего кварца;
3 – осаждаемый слой; 4 – многосопловая горелка

Исходным пунктом анализа будут уравнения, выражающие законы сохранения энергии и массы в безразмерной форме

$$\bar{V} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{Z}} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\bar{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right); \quad (1)$$

$$\bar{V} \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{Z}} = \frac{1}{L} \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\bar{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где использованы безразмерные переменные:

$$\bar{r} = \frac{r}{R}; \quad \bar{Z} = \frac{Z}{RPe}; \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_0 - T_f};$$

$$\Phi = \frac{C - C_f}{C_0 - C_f}; \quad \bar{V} = \frac{V}{V_{cp}} = 2(1 - \bar{r}^2) \quad (3)$$

(величины с индексом f относятся к полностью развитому состоянию; $Pe = \frac{V_{cp} R}{\chi}$ –

число Пекле; $L = \chi / D$ – число Льюиса).

При записи уравнений (1)–(2) сделаны предположения о малости поперечной составляющей скорости при изменении координаты Z . Кроме того, считаются неизменными физические характеристики процессов, а также предполагается, что скрытая теплота сублимации подводится в основном несущим газом, так что теплообменом «сублимирующая поверхность – внешняя среда» можно пренебречь. В результате выявляется прямая зависимость концентрации паров сублимирующегося материала от величины подводимого тепла, т.е. от поля температур. Эта зависимость и порождает основные сложности в решении системы уравнений (1)–(2) [4].

Достаточно тонкий анализ баланса потоков массы и тепла [4] на боковой поверхности трубки даёт краевое условие

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = L \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad \text{при } \bar{r} = 1. \quad (4)$$

Второе краевое условие можно установить из требования равенства на стенке концентрации сублимирующегося материала концентрации насыщенных паров для системы «твёрдое тело – пар». В рамках построенной в работе [4] линейной модели состояния насыщения –

$$C = aT + b. \quad (5)$$

Это условие имеет вид

$$\Phi = -k_s \theta \quad \text{при } \bar{r} = 1, \quad (6)$$

где $k_s = \frac{a\lambda_s}{Cp}$; λ_s , Cp – скрытая теплота сублимации и удельная теплоемкость при постоянном давлении соответственно, а постоянная a определяется соотношением (5) и находится из формулы [2]

$$a = \frac{1}{2} \left[\frac{dC(T_i)}{dT} + \frac{dC(T_j)}{dT} \right].$$

Здесь T_i и T_j – задают диапазон температур, для которых строится аппроксимация. Завершается постановка задачи введением условий цилиндрической симметрии

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad (7)$$

и условий в начальном сечении

$$\theta = \Phi = 1 \quad \text{при } \bar{Z} = 1. \quad (8)$$

Решение системы уравнений (1)–(2) с крайними условиями (4)–(8) будем искать вариационным методом, основанном на общей схеме построения термодинамических лагранжианов [5]. Используя

общие принципы, сразу можем записать вариационную переформулировку рассматриваемой краевой задачи:

$$\delta \int_0^1 \int_0^1 \left[(1-\bar{r}^2) \left(\theta \frac{\partial \theta^0}{\partial \bar{Z}} - \theta^0 \frac{\partial \theta}{\partial \bar{Z}} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \theta^0}{\partial \bar{r}} \right] \bar{r} d\bar{r} d\bar{Z} - \delta \int_0^1 \frac{\theta}{L} \frac{\partial \Phi^0}{\partial \bar{r}} \bigg|_{\bar{r}=1} d\bar{Z} = 0 \quad (9)$$

для процесса теплопроводности и

$$\delta \int_0^1 \int_0^1 \left[(1-\bar{r}^2) \left(\Phi \frac{\partial \Phi^0}{\partial \bar{Z}} - \Phi^0 \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{Z}} \right) + \frac{1}{L} \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \Phi^0}{\partial \bar{r}} \right] \bar{r} d\bar{r} d\bar{Z} - \delta \int_0^1 \Phi \frac{\partial \theta^0}{\partial \bar{r}} \bigg|_{\bar{r}=1} d\bar{Z} = 0 \quad (10)$$

для процесса массопереноса.

Будем искать решение в виде

$$\theta = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \bar{Z}} T_n(\bar{r}); \quad (11)$$

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-\gamma_n^2 \bar{Z}} F_n(\bar{r}), \quad (12)$$

где λ_n, γ_n – собственные значения, а T_n, F_n – собственные функции, вид которых неизвестен.

Сопоставляя разложения (11) и (12) с краевыми условиями (4) и (6), приходим к выводу, что $\lambda_n = \gamma_n$.

Подставляя выражения для температуры и концентрации (11)–(12) и интегрируя по $\bar{Z}$, получаем для каждого λ_n и каждой функции T_n и F_n условия

$$\delta \int_0^1 \left[-2\lambda_n^2 (1-\bar{r}^2) T_n T_n^0 + \frac{dT_n}{d\bar{r}} \frac{dT_n^0}{d\bar{r}} \right] \bar{r} d\bar{r} - \delta \frac{T_n}{L} \frac{dF_n^0}{d\bar{r}} \bigg|_{\bar{r}=1} = 0; \quad (9a)$$

$$\delta \int_0^1 \left[-2\lambda_n^2 (1-\bar{r}^2) F_n F_n^0 + \frac{dF_n}{d\bar{r}} \frac{dF_n^0}{d\bar{r}} \right] \bar{r} d\bar{r} - \delta F_n \frac{dT_n^0}{d\bar{r}} \bigg|_{\bar{r}=1} = 0, \quad (10a)$$

позволяющие в принципе решить поставленную задачу на основе аппроксимационной схемы Ритца. Для этого представим собственные функции T_n и F_n в виде разложения Неймана по функциям Бесселя:

$$T_n(\bar{r}) = C_n^{(0)} J_0(\lambda_n \bar{r}) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} C_n^{(k)} J_{2k}(\lambda_n \bar{r}); \quad (13)$$

$$F_n(\bar{r}) = D_n^{(0)} J_0(\beta_n \bar{r}) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} D_n^{(k)} J_{2k}(\beta_n \bar{r}). \quad (14)$$

Рассмотрим одночленную аппроксимацию. В этом случае краевые условия приводят к системе уравнений, связывающих λ_n и β_n :

$$D_n^{(0)} J_0(\beta_n) = -k_s C_n^{(0)} J_0(\lambda_n); \quad (4a)$$

$$\beta_n D_n^{(0)} J_1(\beta_n) = L \lambda_n C_n^{(0)} J_1(\lambda_n), \quad (5a)$$

откуда

$$L \lambda_n J_0(\beta_n) J_1(\lambda_n) = -k_s \beta_n J_0(\lambda_n) J_1(\beta_n). \quad (15)$$

Кроме того, подставляя представления для T_n и F_n в формулировки (9a) и (10a) и производя варьирование по $C_n^{(0)}$ и $D_n^{(0)}$ ($T_n^{(0)}$ и $F_n^{(0)}$ считаются постоянными на время варьирования), получаем систему уравнений

$$-\frac{\lambda_n^2}{6} \left[\left(J_0(\lambda_n) + \frac{J_1(\lambda_n)}{\lambda_n} \right)^2 + \left(1 + \frac{3}{\lambda_n^2} \right) J_1^2(\lambda_n) \right] C_n^{(0)} + \frac{1}{L} \beta_n J_0(\lambda_n) J_1(\beta_n) D_n^{(0)} = 0; \quad (16)$$

$$\lambda_n J_0(\beta_n) J_1(\lambda_n) C_n^{(0)} + \left\{ -\frac{2}{3} \lambda_n^2 \left[J_0^2(\beta_n) + \left(1 + \frac{1}{\beta_n^2} \right) J_1^2(\beta_n) - \frac{J_0(\beta_n) J_1(\beta_n)}{\beta_n} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\beta_n^2}{2L} \left[J_0^2 \beta_n - \frac{2J_0(\beta_n) J_1(\beta_n)}{\beta_n} + J_1^2(\beta_n) \right] \right\} D_n^{(0)} = 0, \quad (17)$$

линейную относительно коэффициентов $C_n^{(0)}$ и $D_n^{(0)}$. Нетривиальные решения существуют, если равен нулю определитель, составленный из коэффициентов, стоящих при $C_n^{(0)}$ и $D_n^{(0)}$. Это условие дает второе уравнение, которое вместе с уравнением (15) позволяет найти λ_n и β_n . В таблице приведены собственные значения λ_n и β_n для некоторых наборов параметров L и k_s , рассчитанные методом Стеффенсона.

Для того чтобы получить решение в окончательном виде, необходимо разработать методику вычисления коэффициентов $C_n^{(0)}$ и $D_n^{(0)}$ и A_k . $D_n^{(0)}$ можно определить из условия нормировки собственных функций F_k , из которого непосредственно следует представление

$$D_k^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{J_0^2(\beta_k) + J_1^2(\beta_k)}}. \quad (18)$$

Коэффициенты $C_k^{(0)}$ найдем из краевого условия (4а).

Собственные значения λ_n и β_n
для различных комбинаций определяющих параметров процесса сублимации*

L	k_s	λ_n	β_n	L	k_s	λ_n	β_n
3,0	1,0	1,397	2,990	3,0	1,0	1,161	2,504
		2,521	5,434			2,653	5,502
		3,566	7,414			3,760	7,855
		4,627	9,268			5,571	8,651
		6,744	13,725			5,832	11,79
		7,801	15,537			6,941	14,179
0,81	0,1	2,154	2,433	0,81	1,0	2,262	2,593
		5,244	5,556			2,979	4,510
		8,307	8,699			3,721	3,920
		14,416	15,002			5,326	5,767
0,81	10,0	2,390	2,592			8,434	8,930
		3,691	3,843			9,881	10,407
		5,496	5,813			11,544	12,200
		8,830	10,541			12,944	13,629
				0,81	1,0	14,653	15,276
						16,007	16,847

Примечание. *В таблице указаны не все собственные значения, которых, по-видимому, бесконечное множество, а только лежащие в пределах от 0 до 16,0.

$$C_k^{(0)} = -\frac{D_k^{(0)} J_0(\beta_k)}{k_s J_0(\lambda_k)} = -\frac{J_0(\beta_k)}{k_s J_0(\lambda_k) \sqrt{J_0^2(\beta_k) + J_1^2(\beta_k)}}. \quad (19)$$

Из условия однородности температуры и концентрации во входном сечении для нахождения коэффициентов A_n получаем формулу

$$A_n = \frac{\int_0^1 V(\bar{r}) \left(T_n + \frac{1}{k_s} F_n \right) \bar{r} d\bar{r}}{\int_0^1 V(\bar{r}) \left(T_n^2 + \frac{1}{k_s} F_n^2 \right) \bar{r} d\bar{r}}. \quad (20)$$

Зависимость приближенных профилей температуры и концентрации от параметров L и k_s приведена на рис. 2–4.

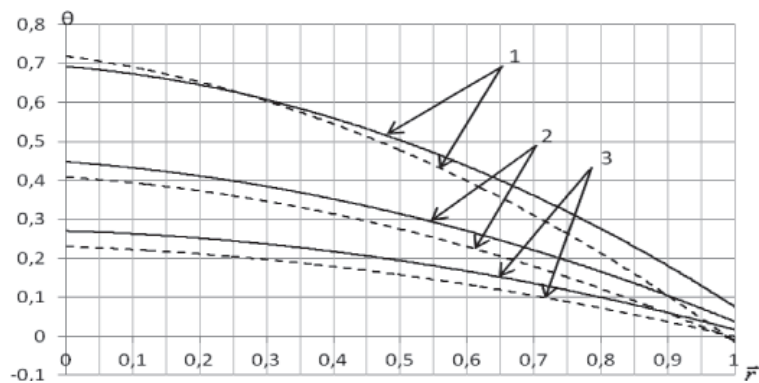


Рис. 2. Зависимость профиля температуры от параметра k_s ($L = 0,81$):
 $1 - \bar{Z} = 0,2$; $2 - \bar{Z} = 0,3$; $3 - \bar{Z} = 0,4$; $k_s = 0,1$ – сплошная линия; $k_s = 1,0$ – пунктирная линия

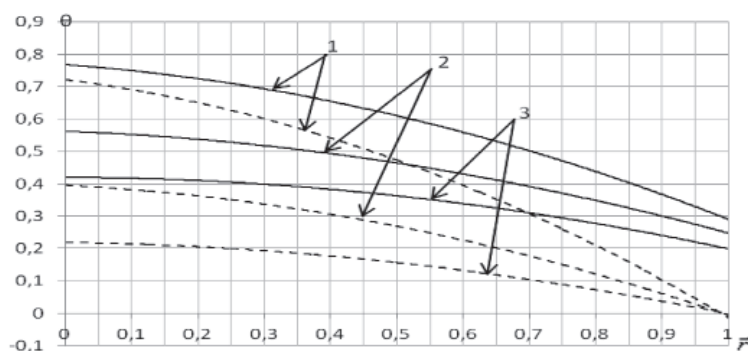


Рис. 3. Зависимость профиля температуры от числа Льюиса ($k_s = 1,0$):
 $1 - \bar{Z} = 0,2$; $2 - \bar{Z} = 0,3$; $3 - \bar{Z} = 0,4$; $L = 3,0$ – сплошная линия; $L = 0,81$ – пунктирная линия

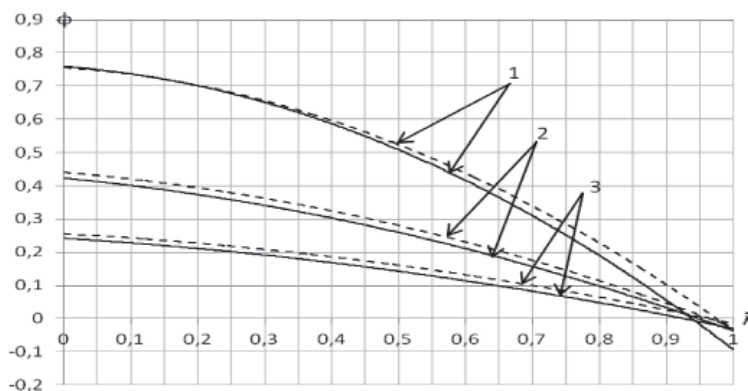


Рис. 4. Сравнение профилей концентрации для различных значений числа Льюиса ($k_s = 0,1$):
 $L = 3,0$ – сплошная линия; $L = 0,81$ – пунктирная линия;
 $1 - \bar{Z} = 0,1$; $2 - \bar{Z} = 0,2$; $3 - \bar{Z} = 0,3$

В случае $L = 0,81$ профили температуры слабо зависят от изменения коэффициента k_s при $k_s \leq 1,0$. Эта зависимость усиливается с увеличением k_s и становится весьма значительной при $k_s > 10,0$. Указанный результат допускает следующее объяснение: малые значения числа Льюиса соответствуют сравнительно малым значениям теплопроводности, так что при слабом взаимодействии на стенке процессов тепло- и массопереноса

($k_s \leq 1,0$, следовательно, мало значение коэффициента a) это взаимодействие на об-ластях, близких к оси трубки, сказывается постепенно, увеличивая отличие профилей температуры, соответствующих различным k_s вниз по течению (рис. 3). Процесс для $k_s = 10,0$ протекает при сильном взаимодействии полей температуры и концентрации, что вызывает существенное изменение профиля температуры даже при малых

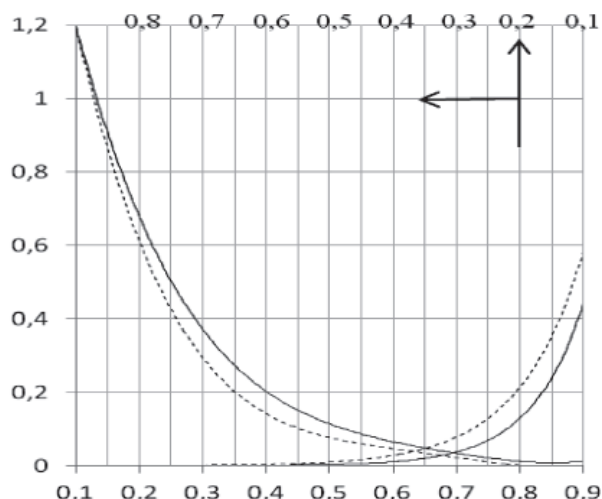


Рис. 5. Влияние параметра k_s на поток массы у боковой поверхности трубки при различных числах Льюиса: $k_s = 0,1$ – сплошная линия; $k_s = 1,0$ – пунктирная линия

коэффициентах теплопроводности. При $L = 3,0$ профили температуры более пологие, и достижение полностью развитого состояния происходит при больших $\bar{Z}$, причем крутизна профилей увеличивается с увеличением коэффициента k_s как для $L \leq 1,0$, так и для $L > 1,0$. Приведенный результат находится в согласии с общими представлениями о теплообмене, так как увеличение числа Льюиса означает уменьшение потока массы на стенке (рис. 5), что в свою очередь уменьшает тепловой поток (формула (4)) и приводит к более медленному изменению профиля температуры. Эффектом, аналогичным слабой зависимости профиля температуры от k_s при $L \leq 1,0$, является сравнительно слабая зависимость от k_s профиля концентрации при $L > 1,0$. Для его объяснения можно привлечь подобные соображения. Анализ результатов позволяет сделать вывод о том, что профили концентрации, в противоположность профилям температуры, в значительно большей степени чувствительны к изменению потока массы. Существенные отклонения наблюдаются лишь для значений $k_s > 1,0$ и на начальном участке течения.

Наибольший практический интерес представляет исследование сублимационного потока на боковой поверхности

(рис. 5). Из представленных зависимостей следует однозначный вывод о том, что уменьшения сублимационного слоя можно добиться, осуществляя процесс напыления на максимально возможных числах Льюиса и значениях параметра k_s .

Список литературы

1. Гаврилов А.И., Колпашиков В.Л. О статистическом введении диссипативной функции в термодинамический лагранжиан // Автоматизированные информационные и электроэнергетические системы: материалы III Международной научно-практической конференции (12–14 сентября 2014). – Краснодар: Научные труды КубГТУ: электрон. сетевой политематич. журн. – 2014. – № 6. – URL: <http://ntk.kubstu.ru/file/263> (дата обращения: 09.10.2015).
2. Гаврилов А.И., Москаленко Ф.В., Терюха Р.В. Функция распределения и рост частиц конденсированной фазы в свободномолекулярном режиме // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. – 2011. – № 4(91). – С. 24–32.
3. Гаврилов А.И., Шапошникова Т.Л., Хайрюзова Е.В., Гаврилов И.А. // Математическое моделирование профиля показателя преломления оптических световодов на стадии заготовки: сборник научных трудов 9 Международной конференции «Математика. Компьютер. Образование». – М., 2002. – Ч. 2. – С. 454–46.
4. Сперроу, Сполдинг. Совместный теплообмен сублимацией в ламинарном течении в канале. Теплопередача. – М.: Мир, 1968. – № 1. – С. 123–133.
5. Mathematical Modeling of Profile of Refraction Index of Optical Lightguide at Fabrication Stage // 14 International Symposium on Transport Phenomena / A.I. Gavrilov, T.L. Shapochnicova, E.V. Hairjuzova and I.A. Gavrilov Bali. – 2003. – P. 193–196.