

УДК 004.05:378.147

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММ MAXIMA И GRETL В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ И ЭКОНОМЕТРИКИ

Юдин С.В., Румянцева И.И., Степанов В.Г., Степанова Т.В., Якушин Д.И.

*ФГБОУ ВПО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова», Тульский филиал,
Тула, e-mail: svjudin@rambler.ru*

Низкий уровень подготовки абитуриентов в области элементарной математики требует нового подхода к преподаванию в университете таких предметов, как высшая математика, начиная от теории множеств и линейной алгебры, заканчивая дифференциальными уравнениями и математической статистикой, моделирование, эконометрика. В статье предлагается использование таких программ, как MAXIMA и gretl. Распространяемые по лицензии GNU GPL программы не требуют оплаты и регистрации. Применение указанных программ облегчает студентам изучение сложных математических курсов, углубляет понимание фундаментальных теорем и определений, ускоряется процесс изучения математики и эконометрики. Задачи построения и анализа моделей сложных экономических процессов и систем осваиваются практически всеми студентами. Существенно повышается успеваемость. Улучшаются навыки использования современных программных средств и вычислительной техники для решения профессиональных задач.

Ключевые слова: обучение, математика, эконометрика, моделирование, свободное программное обеспечение, методы преподавания

EXPERIENCE OF MAXIMA AND GRETL USING IN TEACHING OF MATHEMATICS AND ECONOMETRICS

Yudin S.V., Rumyantseva I.I., Stepanov V.G., Stepanova T.V., Yakushin D.I.

Plekhanov Russian University of Economics, the Tula branch, Tula, e-mail: svjudin@rambler.ru

Low level of preparation of entrants in the field of elementary mathematics demands the new approach to teaching at university of such subjects as higher mathematics, beginning from the theory of sets and linear algebra, finishing the differential equations and mathematical statistics, modelling, econometrics. In article use of such programs, as MAXIMA and gretl, is offered. Programs extended under licence GNU GPL does not demand payment and registration. Application of the specified programs facilitates to students studying of difficult mathematical rates, deepens understanding of fundamental theorems and determinations, process of studying of mathematics and econometrics is accelerated. Tasks of construction and the analysis of difficult economic processes and systems models accustom almost all students. Progress raises essentially. Skills of use of modern software and computer facilities for the decision of professional tasks improve.

Keywords: training, mathematics, econometrics, modelling, the free software, teaching methods

В последние годы существенно упал уровень подготовки школьных выпускников по математике, что отмечается в работах [1, 2, 5, 8, 9]. Это объясняется разными причинами:

- 1) снижение мотивации;
- 2) падение уровня подготовки преподавателей;
- 3) снижение расходов на образование [4].

В этой связи приходится менять старые методические подходы к обучению студентов как математике, так и курсам на ее основе. В Тульском филиале РЭУ им. Г.В. Плеханова на кафедре финансов и информационных технологий управления ведется активная работа по использованию современных программных средств при изучении математики, эконометрики и других курсов с целью научить студентов, не имеющих глубоких теоретических знаний и навыков серьезной вычислительной работы, решению основных типов задач и построения и анализа математических моделей экономических процессов.

В качестве базовых программ используются комплексы MAXIMA [6, 7] и gretl [3, 10].

Программа MAXIMA является универсальной программой проведения аналитических и численных расчетов, которая может быть использована для решения практически всех задач, которые могут встретиться в курсах линейной алгебры, математического анализа, рядов, дифференциальных уравнений и других. При необходимости эта программа может выступать универсальным научным калькулятором и графопостроителем.

Программа gretl является специализированной программой проведения статистических исследований и построения и анализа эконометрических моделей.

Коммерческими аналогами этих программ являются MathCad®, Mathematica®, Maple® (для MAXIMA) и STATISTICA®, SPSS® (для gretl). Как правило, цена на указанные продукты лежит в диапазоне от \$130 (упрощенные студенческие версии) до \$2000. Такие цены, особенно в настоящее время, не позволяют их приобретение ни студенту, ни преподавателю вуза. В то же время, программы MAXIMA и gretl являются полностью бесплатными.

Несмотря на то, что коммерческие версии перечисленных выше программ обладают большей функциональностью, опыт работы в техническом (Тульский государственный университет) и экономических (Тульский филиал Всероссийского заочного финансово-экономического института, Тульский филиал Российского государственного торгово-экономического университета, Тульский филиал Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова) вузах показал, что для всех студентов и подавляющего большинства аспирантов свободно распространяемые продукты *gretl* и *MAXIMA* позволяют решать стоящие перед ними задачи.

Дополнительным достоинством *MAXIMA* и *gretl* является предоставление пользователям исходного кода программы.

Рассмотрим некоторые возможности указанных программ.

Программа MAXIMA

Программа *MAXIMA* может служить для разных целей.

Во-первых, как обычный научный калькулятор с рядом дополнительных воз-

можностей (рис. 1). Алгоритм расчетов следующий:

1) вводится некоторое числовое или аналитическое выражение, которое после нажатия клавиши «ENTER» преобразуется в стандартный вид;

2) при необходимости получения численного значения в пункте основного меню «Численные расчеты» выбирается команда «В число с плавающей точкой»;

3) при необходимости алгебраического или тригонометрического преобразования на основной панели «Математика» выбирается соответствующий пункт.

В программе можно вычислять пределы, как аналитически, так и численно, производить тригонометрические и алгебраические преобразования.

Важной и широко используемой функцией является построение графиков (как двумерных, так и трехмерных).

Как известно, исследование функций в курсе дифференциального исчисления является обязательным заданием для студентов любой специальности, в которой требуется знание математики. На рис. 2 приведен пример графиков функции и ее асимптоты.

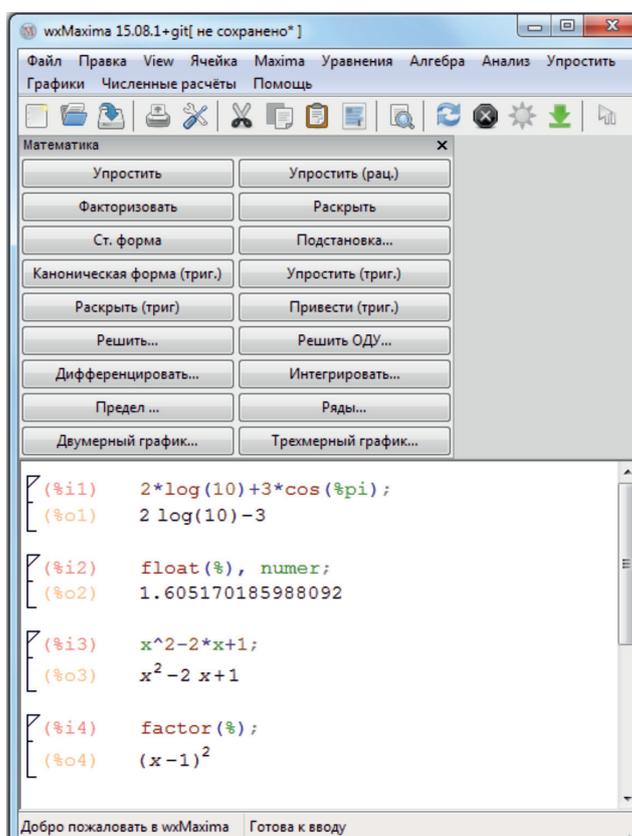


Рис. 1. Использование программы MAXIMA в качестве научного калькулятора

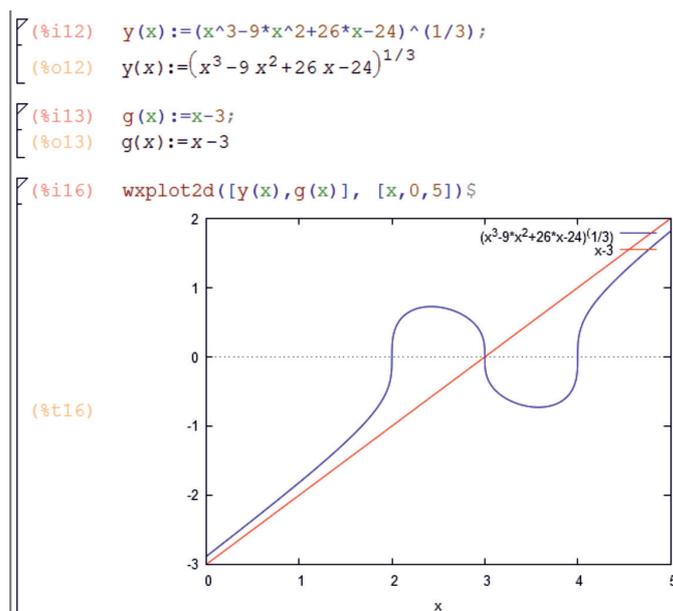


Рис. 2. Пример построения графиков

Основные (характерные) точки графика, такие как пересечения с осями координат, точки экстремумов и точки перегиба, асимптоты должны быть найдены в процессе исследования и сравнены с полученным графиком.

Для построения графиков необходимо задать функции (операторы 12 и 13) и вызвать команду построения графиков (оператор 16) либо выбором соответствующего пункта меню «Двумерный график», либо вводом соответствующего текста.

В курсе «Дифференциальное и интегральное исчисление» программа может быть использована для аналитического и численного дифференцирования и интегрирования.

В курсе «Линейная алгебра» имеется возможность любых матричных операций, включая решение систем алгебраических уравнений и нахождения собственных чисел и собственных векторов матриц.

В курсе «Дифференциальные уравнения» можно использовать эту программу для решения обыкновенных дифференциальных уравнений как численно, так и аналитически.

В курсе «Ряды» возможны нахождения сумм рядов, разложения функций в ряд Тейлора и т.д.

В курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» можно находить вероятности событий, основные статистические характеристики случайных величин, использовать специальные распределения.

Практически любая задача, которая может быть задана студенту и возникнуть у аспиранта, решается при помощи программы MAXIMA.

Полное описание программы MAXIMA приведено в работе Е.А. Чичкарева [7].

Трудности возникают лишь при построении статистических моделей случайных процессов, а также при изучении выборок большого объема. Такие задачи лучше решать при помощи программы gretl.

Программа gretl

Как было отмечено выше, программа gretl является специализированной программой. Описание этой программы и системы команд в настоящее время на русском языке отсутствует. Тем не менее, в книге Т. Куффеля [3] описаны ее основные возможности. После изучения этой книги, оставшиеся методы могут быть освоены самостоятельно.

На сайте разработчиков [10], помимо собственно программы и дополнительных модулей, имеется большая база реальных данных, начиная от индекса Доу Джонса за несколько десятилетий, заканчивая удойностью польских коров.

Перечислим основные задачи, которые могут быть решены при помощи программы gretl: расчет основных статистик; расчет коэффициентов уравнения регрессии; анализ многомерной корреляционной матрицы; проверка нормальности и гетероскедастичности остатков; анализ временных рядов, включая расчет линий тренда, автокорреляции, сезонных колебаний; анализ систем одновременных эконометрических уравнений двухшаговым методом наименьших квадратов.

На рис. 3 представлен общий вид основного окна программы.

Экономические данные по ЦФО

| Территории федерального округа | y_1 | y_2 | y_3 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 |
|--------------------------------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|
| Белгородская обл. | 13,5 | 44,3 | 38,302 | 3,687 | 164,1 | 44,0 | 3,717 |
| Брянская обл. | 3,7 | 26,2 | 28,737 | 0,967 | 129,9 | 26,4 | 2,183 |
| Владимирская обл. | 6,3 | 35,4 | 30,934 | 3,782 | 139,1 | 47,0 | 3,508 |
| Воронежская обл. | 10,1 | 52,1 | 58,806 | 2,960 | 251,2 | 40,6 | 6,742 |
| Ивановская обл. | 2,4 | 18,1 | 18,114 | 0,515 | 88,7 | 42,0 | 2,350 |
| Калужская обл. | 6,5 | 26,1 | 21,578 | 2,171 | 112,9 | 38,0 | 2,292 |
| Костромская обл. | 4,1 | 18,2 | 17,002 | 0,559 | 94,5 | 42,6 | 1,483 |
| Курская обл. | 6,2 | 31,9 | 28,837 | 2,287 | 143,5 | 37,2 | 2,300 |
| Липецкая обл. | 8,3 | 48,2 | 33,264 | 11,623 | 156,9 | 55,3 | 2,700 |
| Орловская обл. | 5,8 | 25,5 | 20,448 | 13,441 | 79,5 | 42,9 | 1,808 |
| Рязанская обл. | 10,1 | 32,0 | 27,887 | 3,882 | 139,9 | 59,9 | 2,775 |
| Смоленская обл. | 8,8 | 29,9 | 29,995 | 1,906 | 147,6 | 30,0 | 2,092 |
| Тамбовская обл. | 3,5 | 25,9 | 29,976 | 0,874 | 143,3 | 35,5 | 2,533 |
| Тверская обл. | 10,9 | 38,7 | 30,394 | 2,905 | 199,2 | 28,0 | 2,592 |
| Тульская обл. | 8,1 | 43,7 | 41,076 | 5,314 | 183,1 | 40,0 | 3,983 |
| Ярославская обл. | 14,5 | 46,9 | 41,805 | 9,625 | 221,6 | 48,5 | 3,692 |

Примечания. y_1 – инвестиции в основной капитал за год, млрд руб.;
 y_2 – стоимость валового регионального продукта (валовая добавленная стоимость) млрд руб.;
 y_3 – сумма доходов населения региона за год, млрд руб.;
 x_1 – финансовый результат деятельности (прибыль), млрд руб.;
 x_2 – среднегодовая стоимость основных фондов в экономике, млрд руб.;
 x_3 – доля инвестиций в активную часть основных фондов экономики, %;
 x_4 – сумма остатков вкладов на счетах в Банке России, млрд руб.

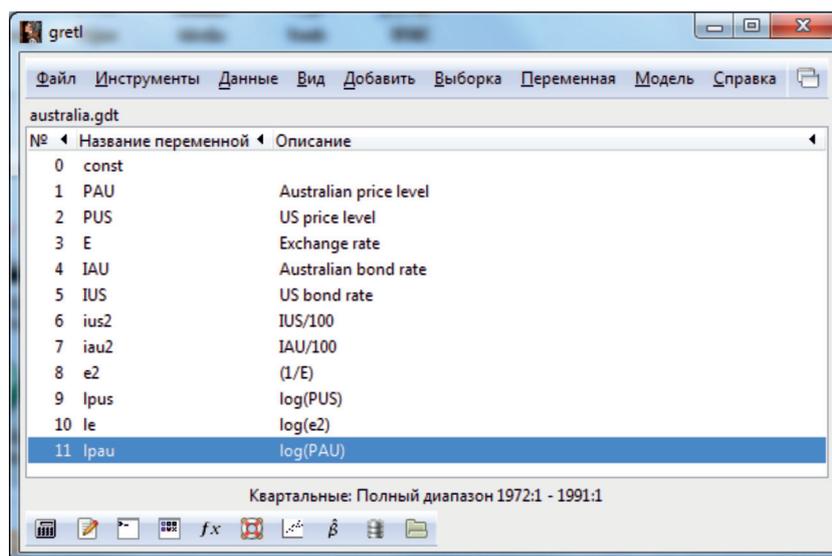


Рис. 3. Основное окно программы gretl

Исходные данные могут быть взяты из имеющихся примеров, введены при помощи встроенного табличного процессора, импортированы из файлов Excel®.

В таблице приведены некоторые данные по Центральному федеральному округу.

Была поставлена задача построить по этим данным следующую эконометрическую модель:

$$\begin{cases} y_1 = \beta_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = \alpha_{21}y_1 + \beta_{22}x_2 + \varepsilon_2 \\ y_3 = \alpha_{31}y_1 + \beta_{33}x_3 + \beta_{34}x_4 + \varepsilon_3 \end{cases} .$$

Данные были введены в программу gretl. Для определения коэффициентов уравнений двухшаговым или трехшаговым методом наименьших квадратов следует

пройти последовательность пунктов меню «Модель» → «Система уравнений» → «Двухшаговый метод наименьших квадратов» и ввести систему уравнений (рис. 4).

Далее, в окне «gretl: система одновременных уравнений» определяются переменные каждого уравнения и задаются эндогенные переменные.

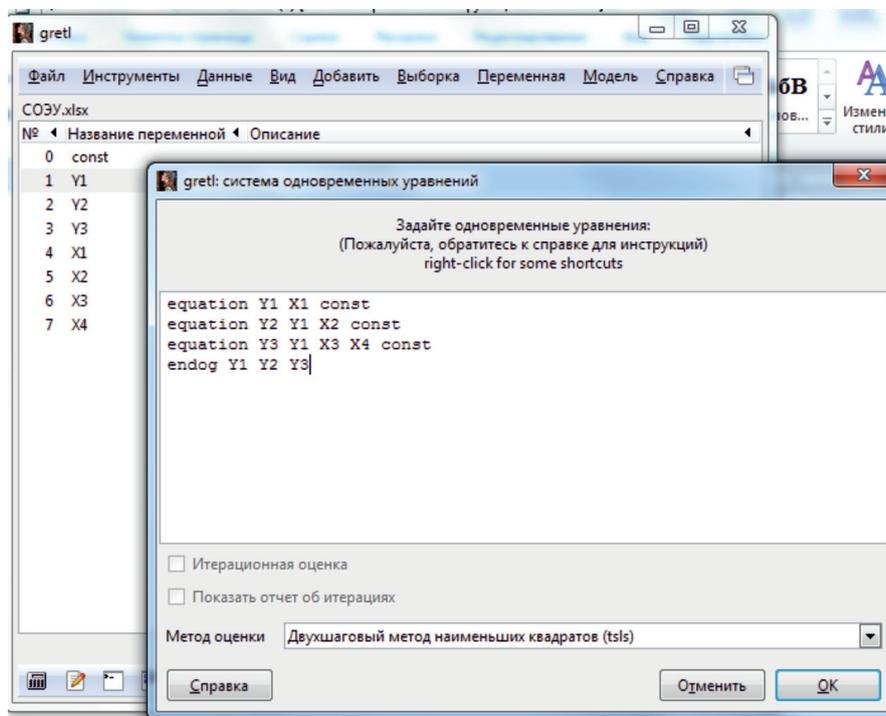


Рис. 4. Подготовка к решению системы одновременных эконометрических уравнений

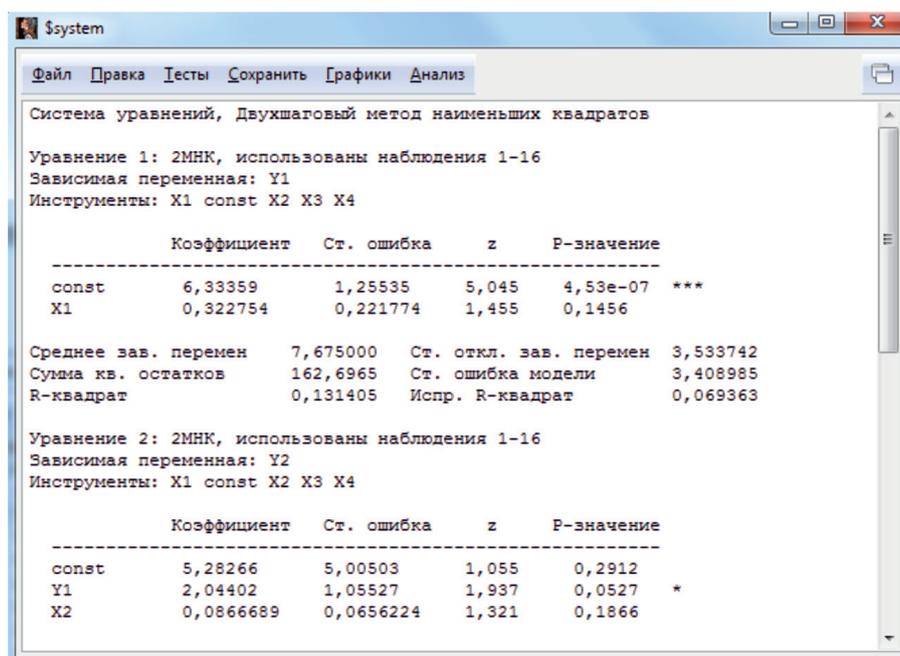


Рис. 5. Итоги вычислений коэффициентов уравнений

Результаты расчетов приведены на рис. 5. Можно отметить предельную простоту применения программы gretl. Практически все студенты смогли освоить работу с ней за запланированное время.

Заключение

Использование программ MAXIMA и gretl на первых курсах университета дало следующие результаты:

1) студенты первого курса быстро смогли наработать навыки сложных алгебраических вычислений, включая решение систем линейных алгебраических уравнений;

2) до 70% студентов первого курса приобрели устойчивые навыки исследования функций;

3) свыше 70% поняли проблемы вычисления неопределенных и определенных интегралов;

4) практически все студенты поняли важность дифференциальных уравнений при построении моделей экономических, социальных и других процессов;

5) доля студентов, решивших в срок контрольные и контрольно-графические работы, возросла с 20...40% до 70...85%;

6) улучшилось восприятие сложных теорем и методов решения практических задач;

7) статистический анализ сложных экономических систем и процессов был освоен студентами на высоком уровне;

8) были получены навыки построения и анализа эконометрических моделей;

9) без применения сложных доказательств студенты смогли понять границы использования разных методов построения моделей (одношаговый, двухшаговый, трехшаговый методы наименьших квадратов), отличие линейных и нелинейных моделей.

Таким образом, практика использования программ MAXIMA и gretl показывает, что выпускники университета лучше осваивают математические методы моделирования и анализа сложных экономических про-

цессов и систем, более адекватно воспринимают полученные уравнения, способны на квалифицированный прогноз ситуации в будущем.

Список литературы

1. Арнольд В.И. Речь академика В.И. Арнольда на парламентских слушаниях в Государственной думе // Известия, 6.12.2002 – URL: http://scepsis.net/library/id_651.html (дата обращения: 21.01.2016).
2. Конышева А.В. Специфика математической и естественнонаучной подготовки инженерно-технических кадров в вузе // Концепт. – 2015. – № 10 (октябрь). – ART 15361. – URL: <http://e-koncept.ru/2015/15361.htm>. – Гос. рег. эл No ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.
3. Куфель Т. Эконометрика. Решение задач с применением пакета программ GRETL. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2007. – 200 с.
4. Рейтинг стран мира по уровню расходов на образование [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nonews.co/directory/lists/countries/gdp-education> (дата обращения: 21.01.2016).
5. Снегирева Л.В., Рубцова Е.В. Электронные дидактические разработки как инструмент повышения эффективности учебного процесса в высшей школе // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 11. – С. 101–104; URL: <http://www.top-technologies.ru/ru/article/view?id=35189> (дата обращения: 21.01.2016).
6. Система компьютерной алгебры MAXIMA/ Сайт разработчиков и пользователей [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://maxima.sourceforge.net/ru/> (дата обращения: 21.01.2016).
7. Чичкарёв Е.А. Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов – М.: ALT Linux, 2012. – 384 с.: ил. – Библиотека ALT Linux – URL: <https://www.altlinux.org/images/0/0b/MaximaBook.pdf> (дата обращения: 21.01.2016).
8. Юдин С.В., Юрищева Н.А., Якушин Д.И., Румянцова И.И., Степанов В.Г., Степанова Т.В. Математика в экономическом университете: проблемы и пути их решения // Концепт. – 2015. – Спецвыпуск № 6. – ART 75100. – URL: <http://e-koncept.ru/2015/75100.htm>. – Гос. рег. Эл No ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.
9. Юдин С.В. Обеспечение качества подготовки бакалавров при изучении математики // Концепт – 2014. – Современные научные исследования. Выпуск 2. – ART 54370. – URL: <http://e-koncept.ru/2014/54370.htm> – Гос. ре. Эл No ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.
10. gretl: Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library/ Сайт разработчиков и пользователей кросс-платформенного программного пакета для эконометрического анализа [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://gretl.sourceforge.net/ru.html> (дата обращения: 21.01.2016).