### УДК 004.932.2

# АДАПТИВНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СЕТЕЙ СВЯЗИ

## <sup>1</sup>Безуглов Д.А., <sup>2</sup>Юхнов В.И., <sup>2</sup>Решетникова И.В.

<sup>1</sup>Ростовский филиал Российской таможенной академии, Ростов-на-Дону, e-mail: bezuglovda@mail.ru; <sup>2</sup>ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный университет путей сообщения», Ростов-на-Дону

В работе рассмотрены теоретические предпосылки возможности компенсации вредного влияния турбулентной атмосферы с помощью адаптивных оптических систем. В основе этого процесса лежит принцип фазового сопряжения принятой (отражённой или сформированной точечным источником) и излучённой волн. Так как лазерный луч передается между пунктами связи в атмосфере, то его распространение сильно зависит от метеоусловий, от наличия дыма, пыли и других загрязнений воздуха. Кроме того, в атмосфере наблюдаются турбулентные явления, которые приводят к флуктуации показателя преломления среды, колебаниям луча и искажениям принимаемого сигнала. Процесс адаптации к искажениям фазового фронта сводится к получению информации об искажениях, формированию управляющих сигналов на основе выбранных критериев и алгоритмов адаптации и коррекции фазового фронта. Адаптивная оптическая система фазовой компенсации представляет собой систему автоматического управления с замкнутым многоканальным контуром. Основными элементами такой системы являются: анализатор или датчик фазовых искажений, устройство обработки и корректор волнового фронта, состоящий из управляющих оптических элементов. Рассмотрено решение задачи восстановления фазового фронта двумерными сглаживающими кубическими нормализованными B-сплайнами. Показаны преимущества такого подхода.

Ключевые слова: адаптивные оптические системы, сглаживающие кубические нормализованные В-сплайны; восстановление фазового фронта

### ADAPTIVE OPTICAL SYSTEM PROMISING COMMUNICATION NETWORKS <sup>1</sup>Bezuglov D.A., <sup>2</sup>Yukhnov V.I., <sup>2</sup>Reshetnikova I.V.

<sup>1</sup>Rostovsky branch of the Russian Customs Academy, Rostov-on-Don, e-mail: bezuglovda@mail.ru; <sup>2</sup>Rostov state University of transport communications, Rostov-on-Don

The paper discusses the theoretical assumptions of the possibility of compensation for the harmful effects of the turbulent atmosphere with adaptive optics systems. At the heart of this process lies the principle of phase conjugation adopted (reflected or generated by a point source) and radiated waves. Since the laser beam is transmitted between the points of contact in the atmosphere, its distribution is highly dependent on weather conditions, the presence of smoke, dust and other contaminants from the air. In addition, in the atmosphere are observed turbulent phenomena, which lead to fluctuations of the refractive index of the medium, fluctuations of the beam and distortion of the received signal. The process of adaptation to distortions of the phase front comes down to getting information on the distortions, control signals based on the selected criteria and adaptation algorithms and the correction phase of the reaction front. Adaptive optics system for phase compensation is a system of automatic control with closed circuit multi-channel. The main elements of this system are: analyzer or transmitter phase distortion, the process ing device and the corrector of the wave front, consisting of the governors of optical elements. The solution to the problem of reconstructing the phase front of the two-dimensional smoothing cubic normal b-splines. Shown the benefits of this approach.

Keywords: adaptive optical system, normalized cubic smoothing b-splines; restoring the phase front

Развитие сетей связи нового поколения основано на использовании широкополосных и сверхширокополосных сигналов с большой информационной емкостью. В системах связи широкая полоса частот несущих сигналов позволяет как увеличить скорость передачи информации, так и повысить устойчивость работы систем при наличии возмущающих факторов.

Задача создания систем со скоростью передачи информации более 1 Гбит/с решается путем перехода в оптический диапазон волн. Помимо возможности существенного увеличения скорости передачи, оптическая связь позволяет повысить помехозащищенность передаваемых сообщений и снизить габариты приемо-передающих устройств при сохранении больших коэффициентов усиления антенн.

Оптическая атмосферная система связи между двумя пунктами состоит из двух спаренных приемо-передающих устройств, расположенных в пределах прямой видимости на обоих концах линии и направленных друг на друга. В передатчике находится генератор-лазер и модулятор его оптического излучения передаваемым сигналом. Модулированный лазерный луч коллимируется оптической системой и направляется в сторону приемника. В приемнике излучение фокусируется на фотоприемник, где производится его детектирование и выделение передаваемой информации [2-5].

Так как лазерный луч передается между пунктами связи в атмосфере, то его распространение сильно зависит от метеоусловий, от наличия дыма, пыли и других загрязнений воздуха. Кроме того, в атмосфере наблюдаются турбулентные явления, которые приводят к флуктуации показателя преломления среды, колебаниям луча и искажениям принимаемого сигнала. Несмотря на указанные проблемы, атмосферная лазерная связь оказалась вполне надежной на расстояниях один – два километра и особенно перспективной для решения проблемы «последней мили». Однако дальнейшее увеличение длины канала связи ограничивается свойствами атмосферы.

Цель работы: рассмотрение теоретических предпосылок возможности компенсации вредного влияния турбулентной атмосферы с помощью адаптивных оптических систем и решение задачи восстановления фазового фронта с использованием нормализованных В-сплайнов.

К числу возмущающих факторов относятся облачные, аэрозольные и турбулентные поля, вызванные как естественным, так и искусственным путем. Вышеперечисленные факторы существенно влияют на технические характеристики широкого класса атмосферных оптических систем и не позволяют достичь потенциально-достижимой дифракционной разрешающей способности, что является важным фактором при минимизации мощности оптического передатчика. Применение адаптивных методов и систем коррекции фазового фронта оптического излучения в настоящее время является одним из наиболее эффективных способов ослабления возмущающего действия атмосферы.

В основе этого процесса лежит принцип фазового сопряжения принятой (отражённой или сформированной точечным источником) и излучённой волн. Необходимым условием реализации принципа фазового сопряжения является выполнение свойств линейности, взаимности и квазистационарности атмосферы. В приближении геометрической оптики это можно объяснить следующим образом [6–10].

Пусть  $\varphi(\vec{r}_1)$  – искажённый фазовый фронт после прохождения среды распространения. Если теперь обеспечить распространение искажённой волны по тому же самому пути, заменив фазу этой волны  $\varphi(\vec{r}_1)$  на  $\varphi(\vec{r}_1) = -\varphi(\vec{r}_1)$ , то благодаря взаимности и «замороженности» среды волна на её выходе восстановит свой неискажённый фазовый профиль. При адаптивной фокусировке в плоскости приёмо-передающей апертуры корректируется фазовый фронт  $\Phi_k(\vec{r}_1)$  излучаемого поля, комплексная амплитуда которого записывается в следующем виде

$$A(\vec{r}_1) = A_0 \exp(-i\Phi_k(\vec{r}_1)) = A_0 h_k(\vec{r}_1), \quad (1)$$

где  $A_0$  – действительная амплитуда излучаемого поля;  $h_k(\vec{r_1}) = \exp(-i\Phi_k(\vec{r_1}))$  – оператор, описывающий корректирующее воздействие.

Поле в плоскости объекта определяется уравнением Гюйгенса – Френеля, обобщённым на случайно-неоднородную среду [1]. С учётом возможности адаптивного управления в бесконечной полосе пространственных и временных частот это уравнение приобретает следующий вид:

$$A(\vec{r}_{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{0}h_{k}(\vec{r}_{1})H(\vec{r}_{1},\vec{r}_{2})d\vec{r}_{1} =$$
$$= A_{0}\int_{-\infty}^{\infty} h_{k}(\vec{r}_{1})h_{a}(\vec{r}_{1})H_{0}(\vec{r}_{1},\vec{r}_{2})d\vec{r}_{1}, \qquad (2)$$

где  $H(\vec{r_1}, \vec{r_2}), H_0(\vec{r_1}, \vec{r_2}) - функции Грина для случайно-неоднородной среды и свободно$  $го пространства; <math>h_a(\vec{r_1})$  – оператор возмущений, в пренебрежении амплитудными флуктуациями.

Если используется функция Грина, описывающая дифракцию Фраунгофера, то с учетом соотношения (2) уравнение Гюйгенса-Френеля запишется в следующем виде:

$$A(\vec{r}_{2}) = \frac{A_{0}k}{2\pi i z} \exp\left(\frac{ikr_{2}^{2}}{2z}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{ikr_{2}r_{1}}{z} + i[\phi(\vec{r}_{1}) - \Phi_{k}(\vec{r}_{1})]\right] d\vec{r}_{1}.$$
(3)

При выполнении условия фазового сопряжения принятой (возмущенной) и излученной (скорректированной) волн соответственно для операторов и для фаз с учетом знака минус перед фазой  $\Phi_k(\vec{r_1})$  в операторе коррекции  $h_k(\vec{r_1})$  можно записать следующие выражения:

$$h_k(\vec{r}_1) = h_a^*(\vec{r}_1); \ \Phi_k(\vec{r}_1) = \phi(\vec{r}_1).$$
 (4)

Поле в плоскости объекта в этом случае запишется в виде

$$4(\vec{r}_2) = \frac{A_0 k}{2\pi i z} \exp\left(\frac{i k r_2^2}{2z}\right)_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{i k r_2 r_1}{z}\right] d\vec{r}_{1.} (5)$$

Выражение (5) описывает поле дифракционно-ограниченного пучка. Рассмотрим подробнее принцип фазосопряженной адаптивной компенсации искажений волнового фронта в локационной оптической измерительной системе.

Пусть через искажающую среду распространяется зондирующая, например сферическая волна, отраженная от точечного объекта, расположенного в точке с координатами (R,  $\vec{r}_{20} = 0$ ). Турбулентная среда вносит в нее фазовые искажения, описываемые комплексной фазой, примерно равной  $i\phi(\vec{r}_1, 0)$ . Принимаемое поле в плоскости приемо-передающей апертуры, исходя из физического смысла, характеризуется функцией Грина:

$$A(r_{1}) = H(r_{2} - r_{1}) =$$

$$= \frac{k}{2\pi i R} \exp\left(\frac{ik}{2R}(r_{2} - r_{1})^{2} - i\varphi(\vec{r}_{1})\right) =$$

$$= \frac{k}{2\pi i R} \exp\left(\frac{ik}{2R}r_{2}^{2} - i\varphi(\vec{r}_{1})\right). \quad (6)$$

 $TT \rightarrow \rightarrow$ 

Измерим фазовое распределение принятой волны и сформируем на управляющей апертуре адаптивной оптической системы волновой фронт, описываемый выражением

$$\Phi_{k}(\vec{r}_{1}) = \frac{ik}{2R}r_{2}^{2} - i\varphi(\vec{r}_{1}).$$
 (7)

Фаза, описываемая выражением (7) с учетом знака  $\Phi_k(\vec{r}_1)$  в операторе коррекции  $h_k(\vec{r}_1)$ , сопряжена с фазой принятого возмущенного волнового фронта. В этом случае излученное поле будет описываться выражением (5), то есть фокусироваться на объекте. Если величиной  $\frac{ik}{2R}r_2^2$  в выражении (6) можно пренебречь, то есть вести речь о дифракции Фраунгофера, то скорректированный фазовый фронт сопрягается

ректированный фазовый фронт сопрягается только лишь с фазовыми флуктуациями среды, то есть описывается условием фазового сопряжения. Интенсивность сигнала на объекте при этом будет описываться следующим выражением:

$$I(\vec{r}_{20}) = |A(\vec{r}_{20})|^2.$$
(8)

Интенсивность будет максимальна на оси пучка

$$I(\vec{r}_{20}) = \left(AS_a / \lambda R\right)^2.$$
<sup>(9)</sup>

где  $S_a$  – площадь передающей или приемопередающей апертуры.

Максимизация интенсивности в плоскости объекта может служить критерием качества адаптивной фокусировки. Следовательно, цели адаптивной фазовой компенсации в задачах фокусировки соответствуют физические принципы фазового сопряжения и максимизации интенсивности. Для точечного отражателя максимизация интенсивности поля на точечном объекте приводит к максимизации интенсивности принимаемого поля:

$$I(\vec{r}_1) = I(\vec{r}_2) = \left| H(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right|^2.$$
(10)

Таким образом, процесс адаптации к искажениям фазового фронта в адаптивной оптической системе сводится к получению информации об искажениях, формированию управляющих сигналов на основе выбранных критериев и алгоритмов адаптации и коррекции фазового фронта. Адаптивная оптическая система фазовой компенсации в общем случае представляет собой систему автоматического управления с замкнутым многоканальным контуром. Основными элементами такой системы являются: анализатор или датчик фазовых искажений, устройство обработки, в состав которого входят, как правило, цифровая или аналоговая ЭВМ, и корректор волнового фронта, состоящий из управляющих оптических элементов. В силу специфики квадратичного детектирования в оптике используют датчики гартмановского типа, измеряющие средние наклоны волнового фронта по субапертуре, пропорциональные величинам

$$U_{i,j} = k^{-1} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=x_{i,}\\y=y_{j}}} + n_{i,j}^{x}, V_{i,j} = k^{-1} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \bigg|_{\substack{x=x_{i,}\\y=y_{j}}} + n_{i,j}^{y},$$
(11)

где k – волновое число;  $\varphi$  – функция, описывающая фазовое возмущение;  $n_{i,j}^{x(y)}$  – пуассоновский шум на выходах соответствующих каналов квадрантного фотоприемника.

Для достижения высокой точности отработки нестационарных искажений оптических полей в системах фазового сопряжения широко используются гибкие зеркала [11–13]. В этих случаях для восстановления фазового фронта по ряду причин целесообразно использовать математический аппарат сплайн-аппроксимации.

Выбор именно кубических В-сплайнов для решения указанной задачи продиктован следующим соображением. Структурная функция фазы оптической волны, пошедшей слой турбулентной среды пропорциональна линейной координате в степени 5/3 и является гладкой монотонно возрастающей на всей области определения функцией [12]. А поскольку точность сглаживания определяется, в основном, гладкостью функции на отрезке между узлами сплайна [13], то выбор степени аппроксимирующей функции больше 3-й нецелесообразен, так как позволит лишь незначительно повысить точность, что подтверждается, проведенным авторами вычислительным экспериментом.

Рассмотрим решение задачи восстановления фазового фронта двумерными сглаживающими кубическими нормализованными В-сплайнами в следующей постановке.

Пусть задан датчик гартмановского типа размером  $[a \ b] \times [c \ d]$ , состоящий из  $N \times M$  квадрантных фотоприемников размером

$$h_x = \frac{R_x}{N}, \ h_y = \frac{R_y}{M}$$

где  $R_x$ ,  $R_y$  – размеры датчика по соответствующим осям координат, на каждом из которых измеряются средние наклоны волнового фронта по субапертуре в двух перпендикулярных плоскостях *zox* и *zoy*. Фотоприемники будем характеризовать парой индексов *i*-номер строки и *j*-номер столбца  $(i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M})$ . Измеренные значения частных производных (11) соответствуют середине *ij*-го фотоприемника. Введем на плоскости *хоу* множество узлов сплайна с равномерными шагами  $h_x$ ,  $h_y$  по соответствующим координатам

$$\Delta_{x}: x_{0} < x_{1} = a < x_{2} < \dots < x_{N} = b < x_{N+1},$$
  
$$\Delta_{y}: y_{0} < y_{1} = c < y_{2} < \dots < y_{M} = d < y_{M+1}.$$
(12)

Поскольку средние наклоны волнового фронта измерены в одной плоскости, значение фазы в узлах сплайна можно выразить через ее частные производные

$$\varphi_{i,j} = \frac{k^{-1}}{2} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=x_i, \ y=y_j.}} h_x + \frac{k^{-1}}{2} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=x_i, \ y=y_j.}} h_y.$$
(13)

При этом искомый волновой фронт может быть синтезирован в виде системы двумерных сглаживающих кубических нормализованных В-сплайнов дефекта 1 [3]:

$$S(x,y) = \sum_{j=0}^{M} \sum_{i=0}^{N} b_{i,j} B_3^{i,j}(x,y), \qquad (14)$$

где  $b_{i,j}$  – коэффициенты сплайна;  $B_3^{i,j}(x, y)$  – носитель сплайна 3-й степени, соответствующий *i*, *j*-й площадке.

Для сокращения записи обозначим  $B_3^{i,j}(x, y)$  через  $B_3^{i,j}$ , тогда в общем виде выражение для носителя В-сплайна можно записать как [14, 15]

$$B_{n}^{i,j} = \frac{x - x_{i}}{x_{i+n} - x_{i}} \frac{y - y_{j}}{y_{j+n} - y_{j}} B_{n-1}^{i,j} + \frac{x_{i+n+1} - x}{x_{i+n+1} - x_{i+1}} \frac{y - y_{j}}{y_{j+n} - y_{j}} B_{n-1}^{i+1,j} + \frac{x - x_{i}}{x_{i+n} - x_{i}} \frac{y_{j+n+1} - y}{y_{j+n+1} - y_{j+1}} B_{n-1}^{i,j+1} + \frac{x_{i+n+1} - x}{x_{i+n+1} - x_{i+1}} \frac{y_{j+n+1} - y}{y_{j+n+1} - y_{j+1}} B_{n-1}^{i+1,j+1},$$
(15)

где *n* – степень сплайна.

Задачу сглаживания будем решать, минимизируя функционал вида [3]:

$$J = \int_{a}^{b} \int_{c}^{d} \left[ D^{2,2} S(x,y) \right]^{2} dx dy + \rho^{-1} \sum_{i=0}^{N} \int_{c}^{d} \left[ D^{0,2} S(x_{i},y) \right]^{2} dy + \omega^{-1} \sum_{j=0}^{M} \int_{a}^{b} \left[ D^{2,0} S(x,y_{j}) \right]^{2} dx + (\rho \omega)^{-1} \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{M} \left[ S_{i,j} - \varphi_{i,j} \right]^{2},$$
(16)

где р,  $\omega$  – коэффициенты сглаживания;  $S_{i,j}$ ,  $\varphi_{i,j}$  – значения сплайна и фазы волнового фронта в узлах сетки;

$$D^{\alpha,\beta} = \frac{\partial^{\alpha+\beta}S(x,y)}{\partial x^{\alpha}\partial y^{\beta}}.$$

Рассмотрим площадку  $[x_i; x_{i+1}] \times [y_j; y_{j+1}]$ . Осуществим привязку коэффициентов сплайна к центру соответствующего носителя (рис. 2), тогда для этой площадки можно записать

$$S_{i,j} = f_x f_y b_{i+2,j+2} + g_x f_y b_{i+1,j+2} + f_x g_y b_{i+2,j+1} + g_x g_y b_{i+1,j+1} + p_x f_y b_{i,j+2} + f_x p_y b_{i+2,j} + p_x g_y b_{i,j+1} + g_x p_y b_{i+1,j} + p_x p_y b_{i,j} + w_x f_y b_{i-1,j+2} + f_x w_y b_{i+2,j-1} + (17) + w_x g_y b_{i-1,j+1} + g_x w_y b_{i+1,j-1} + w_x p_y b_{i-1,j} + p_x w_y b_{i,j-1} + w_x w_y b_{i-1,j-1}.$$

Введем нормализованные координаты для сплайна, равные  $\chi_x = \frac{x - x_i}{h_x}$ ,  $\chi_y = \frac{y - y_j}{h_y}$  по

осям *ох* и *оу* соответственно. После несложных арифметических преобразований, группирования относительно коэффициентов сплайна и подстановки в (17) получим аналитическое выражение для сплайна

$$S(x,y) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \frac{\chi_{j}^{3} \chi_{x}^{3}}{36} (F_{j+2} - 3F_{j+1} + 3F_{j} - F_{j-1}) + \frac{\chi_{j}^{3} \chi_{x}^{2}}{12} (G_{j+2} - 3G_{j+1} + 3G_{j} - G_{j-1}) + + \frac{\chi_{j}^{3} \chi_{x}^{1}}{12} (H_{j+2} - 3H_{j+1} + 3H_{j} - H_{j-1}) + \frac{\chi_{j}^{3}}{36} (L_{j+2} - 3L_{j+1} + 3L_{j} - L_{j-1}) + + \frac{\chi_{j}^{2} \chi_{x}^{3}}{12} (F_{j+1} - 2F_{j} + F_{j-1}) + \frac{\chi_{j}^{2} \chi_{x}^{2}}{4} (G_{j+1} - 2G_{j} + G_{j-1}) + \frac{\chi_{j}^{2} \chi_{x}}{4} (H_{j+1} - 2H_{j} + H_{j-1}) + + \frac{\chi_{j}^{2}}{12} (L_{j+1} - 2L_{j} + L_{j-1}) + \frac{\chi_{j} \chi_{x}^{3}}{12} (F_{j} - F_{j-1}) + \frac{\chi_{j} \chi_{x}^{2}}{4} (G_{j} - G_{j-1}) + \frac{\chi_{j} \chi_{x}}{4} (H_{j} - H_{j-1}) + + \frac{\chi_{j}}{12} (L_{j} - L_{j-1}) + \frac{\chi_{x}^{3}}{36} (F_{j+1} + 4F_{j} + F_{j-1}) + \frac{\chi_{x}^{2}}{12} (G_{j+1} + 4G_{j} + G_{j-1}) + + \frac{\chi_{x}}{12} (H_{j+1} + 4H_{j} + H_{j-1}) + \frac{1}{36} (L_{j+1} + 4L_{j} + L_{j-1})$$

$$(18)$$

где

$$\begin{split} F_* = (b_{i+2,*} - 3b_{i+1,*} + 3b_{i,*} - b_{i-1,*}), \ G_* = (b_{i+1,*} - 2b_{i,*} + b_{i-1,*}), \ H_* = (b_{i+1,*} - b_{i-1,*}), \\ L_* = (b_{i+1,*} + 4b_{i,*} + b_{i-1,*}). \end{split}$$

Минимизируемый функционал при этом запишется как

$$J = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \left[ D^{2,2} S(x,y) \right]^2 dx dy + \rho^{-1} \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=1}^{M-1} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \left[ D^{0,2} S(x_i,y) \right]^2 dy + \omega^{-1} \sum_{j=0}^{M} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{x_i}^{x_{i+1}} \left[ D^{2,0} S(x,y_j) \right]^2 dx + \frac{(\rho \omega)^{-1}}{36} \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{M} \left[ (L_{j+1} + 4L_j + L_{j-1}) - \varphi_{i,j} \right]^2.$$
(19)

Вычисляя интегралы и проводя преобразования, соблюдая размерность слагаемых функционала, получим [6]

$$J = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} (2V_1^2 + 6W_1^2 + 6V_2^2 + 18W_2^2 + 6V_1W_1 + 9V_1W_2 + 6V_1V_2 + 9V_2W_1 + 19W_2W_1 + 18V_2W_2) + \frac{\rho^{-1}}{108} \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=1}^{M-1} (3U_1U_2 + 3U_2^2 + U_1^2) + \frac{\omega^{-1}}{108} \sum_{j=0}^{M} \sum_{i=1}^{N-1} (3V_3W_3 + 3W_3^2 + V_3^2) + \frac{(\rho\omega)^{-1}}{36} \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{M} \left[ (L_{j+1} + 4L_j + L_{j-1}) - \varphi_{i,j} \right]^2,$$
(20)

$$\begin{split} V_1 &= (F_{j+2} - 3F_{j+1} + 3F_j - F_{j-1}), \ V_2 = (F_{j+1} - 2F_j + F_{j-1}), \ V_3 = (F_{j+1} + 4F_j + F_{j-1}), \\ W_1 &= (G_{j+2} - 3G_{j+1} + 3G_j - G_{j-1}), \ W_2 = (G_{j+1} - 2G_j + G_{j-1}), \ W_3 = (G_{j+1} + 4G_j + G_{j-1}), \\ U_1 &= (L_{j+2} - 3L_{j+1} + 3L_j - L_{j-1}), \ U_2 = (L_{j+1} - 2L_j + L_{j-1}). \end{split}$$

Для нахождения коэффициентов сплайна (20), приносящего минимум функционалу (24), необходимо вычислить его частные производные по каждому коэффициенту и приравнять их к нулю. В результате получим систему из (N + 2)(M + 2) линейных уравнений вида  $Q \cdot A = Z$ . Матрица коэффициентов Q имеет выраженный диагональный вид и хорошо обусловлена. Решая эту систему одним из известных методов, находим значения искомых коэффициентов.

#### Выводы

Таким образом, предложенный математический аппарат позволяет существенно повысить точность аппроксимации фазового фронта и сократить вычислительные затраты. При наличии информации об интенсивности помех, либо прогноза о прохождении оптического излучения вдоль распространения, применение трассы сглаживающих сплайнов позволит дополнительно повысить точность за счет оптимального выбора значения коэффициентов сглаживания. Поэтому для решения задачи синтеза алгоритма целесообразно применить аппарат сглаживающих кубических нормализованных В-сплайнов.

#### Список литературы

1. Ананьев А.В., Безуглов Д.А., Юхнов В.И. Повышение помехоустойчивости узкополосных каналов радиосвязи на основе применения сигналов с внутриимпульсной частотной модуляцией. // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 1; URL: https://science-education.ru/ru/ article/view?id=8209.

 Безуглов Д.А. Кумулянтный метод оценки эффективности сегментированного зеркала адаптивной оптической системы // Оптика атмосферы и океана. – 1996. – Т. 9, № 1. – С. 78–84.

3. Безуглов Д.А. Метод статистической оценки функционирования адаптивных оптических систем апертурного зондирования. // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 1992. – Т. 56. № 9. – С. 225–229.

 Безуглов Д.А. Оценка эффективности градиентного алгоритма стохастической аппроксимации в условиях воздействия шумов // Автоматика и вычислительная техника. 1996. – № 4. – С. 15–23.

5. Безуглов Д.А., Поморцев П.М., Скляров А.В. Обработка результатов измерений на базе аппроксимации плотности распределения сглаживающими кубическими В-сплайнами // Измерительная техника. – 2000. – № 9. – С. 32.

6. Безуглов Д.А., Рытиков С.Ю. Дифференцирование сигнала на фоне шума с применением максимально-правдоподобной оценки // Физические основы приборостроения. – 2012. – Т. 1, № 3 (4). – С. 26–32.

7. Безуглов Д.А., Сахаров И.А. Анализ пространственно-временных алгоритмов восстановления волнового фронта. // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 11 (148). – С. 84–90.

8. Безуглов Д.А., Сахаров И.А., Решетникова И.В. Оптимизации топологии датчика волнового фронта. // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2008. – № 3 (80). – С. 140–149.

9. Безуглов Д.А., Скляров А.В., Забродин Р.А., Решетникова И.В. Субоптимальный алгоритм оценивания на основе аппарата сглаживающих В-сплайнов // Измерительная техника. – 2006. – № 10. – С. 14–17.

10. Безуглов Д.А., Скляров А.В., Забродин Р.А., Решетникова И.В. Алгоритмы оценивания негауссовских процессов на основе математического аппарата сглаживающих В-сплайнов. // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. – 2005. – № 4. – С. 99–106.

11. Безуглов Д.А., Цугурян Н.О. Дифференцирование результатов измерений сглаживающими кубическими В-сплайнами. // Современные информационные технологии. – 2005. – № 1 (1). – С. 73–78.

12. Безуглов Д.А., Юхнов В.И. Нелинейные преобразования метрологических характеристик автономных средств измерений. // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 11–2. – С. 232–236.

13. Безуглов Д.А., Юхнов В.И. Оценка потенциальных характеристик адаптивных оптических систем. В сборнике: Труды международной научно-практической конференции «Перспективы развития и эффективность функционирования транспортного комплекса Юга России» В 3 частях. Ростовский государственный университет путей сообщения. – 2015. – С. 76–78.

14. Безуглов Д.А., Юхнов В.И. Идентификация номерных знаков автомобилей на фоне сильных шумов с использованием вейвлет-преобразования. // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 10–2. – С. 259–264.

15. Прыгунов А.Г., Сизов В.П., Безуглов Д.А. Метод определения перемещений объектов на основе анализа волновых фронтов оптического поля с использованием эталонных голограмм. // Оптика атмосферы и океана. – 1995. – Т. 8, № 6. – С. 826–830.