УДК 62-192:519.22

# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ К ОЦЕНКЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

**Банатурский Н.В.**

*ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», Магнитогорск, e-mail: maijor076767@mail.ru*

Выполнено обоснование применения математического аппарата теории катастроф к оценке несущей способности конструкции с позиций энергетического подхода. В качестве исследуемой конструкции используется главная балка металлургического мостового крана. Металлургические мостовые краны относятся к крупногабаритным техническим конструкциям. Они могут быть описаны потенциальной функцией, минимум которой определит локально устойчивое состояние конструкции. Значительные нагрузки, которые испытывают элементы данных конструкций, могут привести к разрушению. Для описания реальной конструкции вводятся координаты системы и коэффициенты, которые будут представлять нагрузку, эксплуатационные дефекты и дефекты, возникающие при изготовлении элементов конструкции. Реальные конструкции, работающие в тяжелых современных условиях, далеки от совершенства. При отсутствии дефектов определяющими параметрами являются только внешние силы F, действующие на конструкцию. Для металлургических мостовых кранов основной причиной снижения несущей способности конструкции могут быть соответствующие динамические нагрузки. При этом средняя кинетическая энергия рассматривается как динамический параметр несовершенства. Физически это означает, что система остается в локально устойчивом состоянии при нулевых и малых колебаниях до тех пор, пока кинетическая энергия не станет настолько большой, что система может перейти потенциальный барьер в другую равновесную конфигурацию.

**Ключевые слова: несущая конструкция металлургического мостового крана, теория катастроф, катастрофа сборки, элемент конструкции, кинетическая энергия, потенциальная энергия, действующая нагрузка**

# APPLICATION OF THE THEORY OF ACCIDENTS TO AN ASSESSMENT OF THE BEARING ABILITY OF DESIGNS

**Banaturskiy N.V.**

*Magnitogorsk state technical university of G.I. Nosova, Magnitogorsk, e-mail: maijor076767@mail.ru*

Justification of use of mathematical apparatus of the theory of accidents to an assessment of the bearing ability of a design from positions of power approach is executed. As the studied design the main beam of the metallurgical bridge crane is used. Metallurgical bridge cranes belong to large-size technical designs. They can be described by potential function which minimum will define locally steady condition of a design. Considerable strain which are experienced by elements of these designs can lead to destruction. For the description of a real design coordinates of system and coefficients which will represent loading, operational defects and defects arising at production of elements of a design are entered. The real designs working in severe modern conditions are far from perfect. In the absence of defects the defining parameters are only external forces of F operating on a design. For metallurgical bridge cranes the corresponding dynamic loadings can be the main reason for decrease in the bearing ability of a design. At the same time average kinetic energy is considered as the dynamic parameter of imperfection. Physically it means that the system remains in locally steady state at zero and small fluctuations until kinetic energy does not become so big that the system can pass a potential barrier into other equilibrium configuration.

**Keywords: the bearing design of the metallurgical bridge crane, the theory of accidents, assembly accident, design element, kinetic energy, potential energy, the operating loading**

Оценке техногенной безопасности и риска посвящено немалое количество работ [1, 3–8, 9–11]. На взгляд автора, интересным представляется применение к этой проблеме теории катастроф [2], в частности, ее применение к оценке несущей способности конструкций.

В качестве изучаемой конструкции определим главную балку металлургического мостового крана.

Металлургические мостовые краны относятся к крупногабаритным техническим конструкциям. Они могут быть описаны потенциальной функцией, минимум которой определяет локально устойчивое состояние конструкции. Значительные нагрузки, которые испытывают элементы данных конструкций, могут привести к разрушению. Равновесие, устойчивость и потеря устойчивости – вопросы, которые рассматриваются теорией катастроф [2].

Металлургические мостовые краны состоят из очень большого числа элементов. Анализ процесса разрушения проводится методами теории бифуркаций [2].

Для описания реальной конструкции введем координаты системы $x_1, x_2, \ldots x_n, c_1, c_2, \ldots c_k$, которые будут представлять нагрузку, эксплуатационные дефекты и дефекты, возникающие при изготовлении элементов:

$$E = KE + PE, \quad (1)$$

где $E$ – общая энергия системы, $KE$ – кинетическая энергия, $PE$ – потенциальная энергия.

$$KE = \frac{1}{2} M_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j;\ PE = V(x;c);$$
$$x \in R^n; c \in R^k. \qquad (2)$$

Конструкция определяется минимумом $E$, и в этом случае условия равновесия, устойчивости и потери устойчивости:

$$\nabla V = 0; V_{ij} \cong M_k^n,\ k = 0; \det V_{ij} = 0. \qquad (3)$$

Как правило, действующие конструкции металлургических мостовых кранов практически никогда полностью не соответствуют проектируемым рабочим параметрам.

Но можно предположить состояние чувствительности конструкции к дефектам, которые могут быть в ней обнаружены [2]. Тогда потенциальную функцию рассматриваемой конструкции (в предположении, что она идеальна) разложим в ряд вблизи состояния равновесия, устойчивого при малых внешних нагрузках [2]:

$$V(x;F) = \frac{1}{2} V_{ij}(F) x_i x_j +$$
$$+ \text{члены высокой степени.} \qquad (4)$$

Постоянный член не имеет большого значения и может быть опущен, кроме этого, будет отсутствовать в силу того. что первая производная от потенциальной функции в точке 0 будет равна 0. Таким образом, полученный ряд Тейлора будет начинаться только с квадратичных членов, а его коэффициенты будут определяться функциями управляющих параметров $c \in R^k$.

При отсутствии дефектов (идеальный случай) определяющими параметрами являются только внешние силы $F$, действующие на конструкцию.

Реальные конструкции, работающие в тяжелых современных условиях, далеки от совершенства. Критическую нагрузку $F_c$, которую не выдержит такая конструкция, можно определить из условия:

$$\det V_{ij}(F, \varepsilon) = 0. \qquad (5)$$

Конечно, реальная конструкция имеет меньшую несущую способность, чем идеальная: $F_c \le F_p$.

Таким образом, при помощи теории катастроф можно представить снижение несущей способности конструкции основной балки металлургического мостового крана в количественном виде [2]:

$$F_c = F_p - k|\varepsilon|^p; \qquad (6)$$

где $k$ – положительная постоянная, $p$ – положительная рациональная дробь, ε – параметр несовершенства конструкции. Чувствительность к несовершенству при различных показателях $p$ приведена на рис. 1 [2]: чем меньше $p$, тем выше чувствительность к несовершенству.

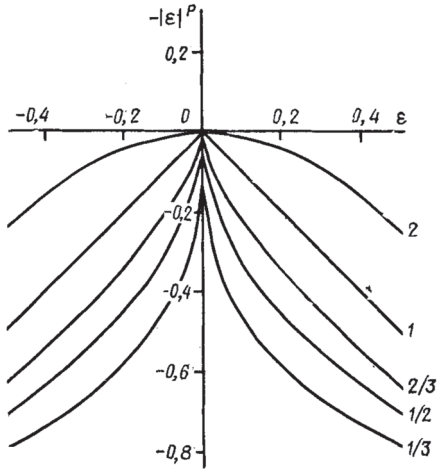


*Рис. 1. Чувствительность к несовершенству при различных значениях p*

Для металлургических мостовых кранов основной причиной снижения несущей способности конструкции могут быть соответствующие динамические нагрузки. При этом среднюю кинетическую энергию будем рассматривать как динамический параметр несовершенства.

Динамическая чувствительность к несовершенству определится:

$$\Delta E = V_1^{(1)} - V_0^{(0)}. \qquad (7)$$

Физически это означает, что система остается в локально устойчивом состоянии при нулевых и малых колебаниях до тех пор, пока кинетическая энергия не станет настолько большой, что система может перейти потенциальный барьер в другую равновесную конфигурацию.

Основная балка моста крана – конструкция, работающая на изгиб. Если малые нагрузки не вызывают деформации балки, то чрезмерные нагрузки могут привести к потере ею несущей способности – разрушению. Определим критическую нагрузку – то есть то, что будет происходить с конструкцией при промежуточных нагрузках. Тогда равновесная форма такой балки при отсутствии нагрузки определится:

$$y(x) = a_1^0 \sin\frac{\pi x}{l}. \qquad (8)$$

Вычисления ряда Фурье могут быть выполнены в бесконечномерном пространстве состояний, в котором переменными состояния являются его коэффициенты $a$. В критическом случае такое пространство может быть заменено конечномерным. Для этого

будет достаточно ограничиться двумя первыми коэффициентами ряда Фурье:

$$y(x) = a_1 \sin\frac{\pi x}{l} + a_2 \sin\frac{2\pi x}{l}. \quad (9)$$

Эти два коэффициента не являются независимыми, а связаны между собой условием постоянства длины балки моста крана.

Энергия, накопленная в балке моста металлургического крана, может быть определена [8]:

$$\frac{B}{2}\int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{B}{2}\left(\frac{l}{2}\right)\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{j\pi}{l}\right)^4 a_j^2, \quad (10)$$

где $B$ – изгибная жесткость.

Таким образом, математически разрушающаяся главная балка металлургического мостового крана может быть описана с помощью катастрофы двойной сборки. При возрастании нагрузки F потеря несущей способности может наблюдаться при меньших $a_2$, а при приближении нагрузки к критической даже при незначительных значениях может произойти разрушение моста крана.

Физически это происходит следующим образом. Вертикальная сила, приложенная в общем случае к центру балки моста, стремится сместить ее центр тяжести вниз. Для этого необходимо прибавить к форме моста высшие гармоники, что возможно только при увеличении энергии прогиба (изгиба).

Наиболее общий вид деформации ростка катастрофы сборки $\pm x^4$:

$$\frac{1}{2}\varepsilon_2 x^2 + \varepsilon_1 x. \quad (11)$$

Система будет оставаться в локальном устойчивом состоянии до тех пор, пока не достигнет бифуркационного множества.

Рассмотрим уменьшение несущей способности балки моста при динамическом нагружении [2]. Критическая нагрузка определится из выражения:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\left(F_p - F\right)x^2 - \frac{1}{4}x^4, \quad (12)$$

$$F_c = F_p - 2\left|\Delta E\right|^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Кроме того, уменьшение несущей способности конструкции может быть определено из масштабных соображений, что в нашем случае очень уместно.

$$x \to \lambda x;$$

$$\left|F_c - F_p\right| \to \lambda^2\left|F_c - F_p\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E \to \lambda^4 \Delta E; \left|\varepsilon_1\right| \to \lambda^3\left|\varepsilon_1\right|. \quad (14)$$

Высокая чувствительность к статическому несовершенству перекрывается еще большей чувствительностью к динамическому несовершенству. Поверхность потери несущей способности конструкции может быть построена исходя из канонических свойств катастрофы сборки. Можно представить поверхность разрушения в пространстве $F$ – $\Delta E$ – $\varepsilon_1$ в относительных единицах [8]:

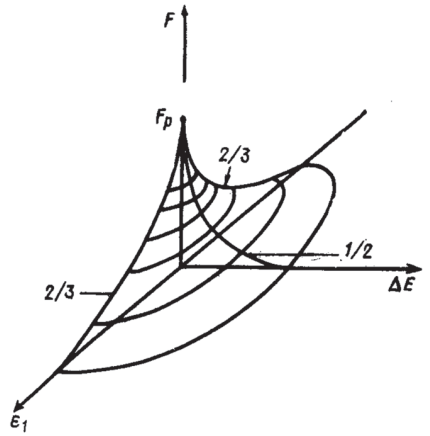


*Рис. 2 Поверхность разрушения в пространстве $F - \Delta E - \varepsilon_1$*

Таким образом, существует один объективный критерий: система разрушается при превышении предела критической нагрузки.

## Список литературы


1. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Анализ риска и проблем безопасности. В 4 частях. // Ч.3. Прикладные вопросы анализа рисков критически важных объектов: Научн. руковод. К.В. Фролов. – М.: МГФ «Знание», 2007. – 816 с: ил.
2. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: в 2 т. – М.: Мир. – 1984.
3. Извеков Ю.А. Анализ техногенной безопасности кранового хозяйства России. // Современные наукоемкие технологии. – Москва, РАЕ, 2012. – № 12. – С. 18–19.
4. Извеков Ю.А. Вероятностный синтез сложной механической системы. // Молодой ученый. – 2014. – № 4. – С. 179–182.
5. Извеков Ю.А. Математическое моделирование оценки упругопластической деформации несущих конструкций механических систем. // Современные тенденции в образовании и науке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2013: в 26 частях. Часть 15; М-во обр. и науки. – Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2013. – С. 57–58.
6. Извеков Ю.А. Моделирование прогнозирования риска несущих конструкций кранов металлургического производства. // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования. – Магнитогорск, МГТУ, 2012. – № 70, Т. 1. – С. 6–8.
7. Извеков Ю.А. Прогнозирование надежности несущих конструкций кранов металлургических производств. Вопросы. Гипотезы. Ответы: Наука XXI века: Коллективная монография. – Краснодар, 2013. Книга 6, часть 3, глава 9. С. 189–211.
8. Извеков Ю.А. Риск-анализ оборудования металлургических производств. Подход, концепция, анализ. Монография. – Saarbrucken, Deutschland. LAP Lambert, 2013. – 56 с.
9. Izvekov Y.A., Dubrovsky V.V., Hamutskikh E.Y. Mathematical Modeling and Calculation of Accuracy and Durability of Mechanical Systems' Elements. // World Applied Sciences Journal 30 (1): P. 32–34, 2014.
10. Izvekov Y.A., Kobelkova E.V., Loseva N.A. Numerical calculation of durability and reliability using correlation method. Life Science Journal, 2014. № 11(8s). P. 272–274.
11. Izvekov Yu.A., Kobelkova E.V., Loseva N.A., Hamutskikh E.Yu., Glagoleva I.V. Mathematical definition of durability of a mechanical system in case of extreme loading conditions. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2016. – Thom 107, № 3. – P. 661–666.