УДК 629.7.05

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Волков В.Л., Жидкова Н.В.

Арзамасский политехнический институт – филиал Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, Арзамас, e-mail: vipvlv@bk.ru

В статье представлены результаты научного исследования по моделированию бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), использующей в качестве сенсоров микроэлектромеханические системы (МЭМС). Математическая модель БИНС использует кинематические уравнения Пуассона, характеризующие угловую ориентацию и уравнения интегрирования, определяющие местоположение подвижного объекта. Для преобразования систем координат, используемых в БИНС, применяются параметры Родрига-Гамильтона (кватернионы). В БИНС решена задача компенсации дрейфа показаний гироскопов на основе дополнительной информации с акселерометров и магнитометров. Для алгоритма компенсации дрейфа использован ПИ-регулятор. Произведена отработка алгоритмов функционирования БИНС путем компьютерного моделирования в среде Matlab Simulink. В качестве результатов моделирования приведены графики основных процессов и численные результаты по ошибкам оценивания углов ориентации и координат навигации. Результаты компьютерного эксперимента подтвердили эффективность алгоритма БИНС в системах определения пространственного положения маневренных подвижных объектов. Новизна исследований заключается в разработке нового алгоритма БИНС при использовании традиционных математических моделей и оригинальных предложений.

Ключевые слова: МЭМС, БИНС, параметры Родрига-Гамильтона, кватернионы, ПИ-регулятор, моделирование, эффективность, Matlab Simulink

MODELING OF STRAPDOWN NAVIGATION SYSTEM

Volkov V.L., Zhidkova N.V.

Arzamassky polytechnic institute (branch) Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev, Arzamas, e-mail: vipvlv@bk.ru

The paper presents results of research on modeling strapdown inertial navigation system (IMU), using as sensors microelectromechanical systems (MEMS). Mathematical model of IMU uses Poisson kinematic equations describing angular orientation and integration of equation determining location of a moving object. To convert the coordinate system used in IMU apply settings Rodrigues-Hamilton (quaternions). The problem is solved IMU readings gyroscopes drift compensation based on additional information from accelerometers and magnetometers. For drift compensation algorithm used PI controller. Produced testing of algorithms of functioning of IMU by computer modeling in Simulink. As simulation results are graphs of basic processes and numerical results of estimation error of orientation angles and position navigation. The results of computer simulation confirmed effectiveness of algorithm IMU systems determining spatial position of maneuver of moving objects. The novelty of research is to develop a new algorithm for IMU with conventional mathematical models and original proposals.

Keywords: MEMS, IMU, parameters Rodrigues-Hamilton, quaternions, PI controller, modeling, efficiency, Matlab Simulink

В ряде работ по бесплатформенным инерциальным системам затрагивались вопросы их моделирования с целью оценки эффективности. Для симуляции БИНС часто применяют программную среду Matlab [1-5]. В статье [4] авторы рассмотрели математическое моделирование и симуляцию составной части БИНС - бесплатформенной системы ориентации (БСО). В продолжение научных исследований предлагается аналогичный материал по БИНС. Реализация алгоритма БИНС является на порядок сложнее по сравнению с алгоритмом БСО, т.к. в этом случае, во-первых, алгоритм БСО уже является составной частью алгоритма БИНС, во-вторых, приходится создавать и использовать довольно сложную динамическую модель движения объекта по отношению к Земле.

В данной статье рассматривается моделирование БИНС в инструментальной среде *Matlab Simulink* с целью проверки математических моделей и получения результатов исследования эффективности БИНС при их работе в различных динамических режимах. Исполнение математических моделей БИНС в *Simulink* позволяет получить понятную визуальную модель системы и реализовать многочисленные операции дифференцирования и интегрирования более гибко на стандартных элементах.

Статья имеет, прежде всего, практическую направленность, позволяющую повторить предлагаемые модели и схемы, получить результаты симуляции и оценить эффективность алгоритмов БИНС. Исследования авторы проводили на основе многочисленных источников информации, некоторые из которых отражены в списке литературы, и собственных разработок.

Математическая модель БИНС

Алгоритмы БИНС подробно описаны в работах как отечественных, так и зарубежных авторов, например [5, 6]. Алго-

ритм навигации служит для определения положения центра масс подвижного объекта относительно земной системы координат. Для решения задачи навигации используются данные об ускорении объекта, измеренные акселерометрами в связанной системе координат. Основная идея инерциальной навигации – это двукратное интегрирование измеренных ускорений. Способом построения БИНС является размещение инерциальных датчиков акселерометров и гироскопов непосредственно на борту подвижного объекта, а функции гиро стабилизированной платформы, привязанной к земной системе координат, выполняет бортовой вычислитель.

Рассмотрим движение подвижного объекта (беспилотного летательного аппарата – БПЛА) на высоте h со скоростью V. Алгоритм БИНС основан на кинематических уравнениях подвижного объекта в земной системе координат:

$$\omega_{\chi_g} = U \cos \phi + V_{Z_g} / R;$$

$$\omega_{\chi_g} = U \sin \phi + \tan \phi \cdot V_{Z_g} / R;$$

$$\omega_{z_{\alpha}} = -V_{y_{\alpha}} / R , \qquad (1)$$

где V_{Zg} , V_{Xg} – составляющие линейной скорости объекта соответственно вдоль оси Z и X географической системы координат, $U - {}^{g}$ угловая скорость вращения Земли; φ – широта местоположения объекта; R – средний радиус земного эллипсоида.

На основе (1) угловая скорость движения объекта относительно Земли определяется следующими соотношениями:

$$\phi = V_{\chi_g} / R;$$

$$\dot{\lambda} = V_{Zg} / (R\cos\phi);$$

$$\dot{h} = V_{\chi_g}.$$

Для получения координат объекта ϕ , λ , h в географической системе необходимо иметь информацию о линейных скоростях объекта V_{XG} , V_{YG} , V_{ZG} . Эту информацию получают путем интегрирования соответствующих ускорений. В БИНС датчики ускорений – акселерометры устанавливают по осям связанной системы координат, они измеряют кажущееся ускорение. Следует

отметить, что абсолютное ускорение имеет следующие составляющие:

$$a = a^p + a^k + a^o, \tag{3}$$

где a^p , a^k , a^o – составляющие ускорения соответственно переносного, кариолисова, относительного.

Кариолисово ускорение возникает при взаимодействии переносной угловой скорости вращения Земли и линейной скорости объекта. Проекции кариолисова ускорения на оси *OXgYgZg* имеют вид

$$a_{Xg}^{k} = 2UV_{Zg}\sin\phi;$$

$$a_{Yg}^{k} = -2UV_{Zg}\cos\phi;$$

$$a_{Zg}^{k} = 2(UV_{Yg}\cos\phi - 2UV_{Xg}\sin\phi. \qquad (4)$$

Относительное ускорение возникает при движении объекта вокруг Земли и при изменении линейной скорости, его составляющие на оси *OXgYgZg* имеют вид

$$a_{Xg}^{o} = \dot{V}_{Xg} + V_{Zg}^{2} / R \cdot \tan \phi + V_{Xg} V_{Yg} / R ;$$

$$a_{Yg}^{o} = \dot{V}_{Yg} + V_{Zg}^{2} / R - V_{Xg}^{2} / R ;$$

$$a_{Zg}^{o} = \dot{V}_{Zg} + V_{Zg} V_{Yg} / R + V_{Xg} V_{Zg} \cdot \tan \phi . \quad (5)$$

Переносное ускорение вызвано угловой скоростью вращения Земли, и его составляющие в пересчете в земную систему координат определяются соотношениями:

$$a_{Xg}^{p} = U^{2}R\sin\phi\cos\phi;$$

$$a_{Yg}^{p} = -U^{2}R\cos^{2}\phi;$$

$$a_{Zg}^{p} = 0.$$
(6)

При сложении вектора переносного ускорения с вектором g гравитационного поля Земли получим вектор ускорения силы тяжести (0, g, 0).

Акселерометры, жестко установленные в связанной системе координат, измеряют проекции кажущегося ускорения, в которых учитываются все три составляющие: кариолисово, относительное и ускорения силы тяжести. Путем пересчета кажущегося ускорения в географическую систему координат получают составляющие n_{xe} , n_{ye} , n_{ze} :

$$n_{Xg} = \dot{V}_{Xg} + V_{Zg}^{2} / R \cdot \tan \phi + V_{Xg} V_{Yg} / R + 2U V_{Zg} \sin \phi;$$

$$n_{Yg} = \dot{V}_{Yg} + V_{Zg}^{2} / R - V_{Xg}^{2} / R - 2U V_{Zg} \cos \phi + g;$$

$$n_{Zg} = \dot{V}_{Zg} + V_{Zg} V_{Yg} / R + V_{Xg} V_{Zg} / R \cdot \tan \phi + 2(V_{Yg} U \cos \phi - U V_{Xg} \sin \phi).$$
(7)

(2)

где V'_{Zg} , V'_{Yg} , V'_{Xg} – составляющие ускорения объекта соответственно по осям Z_g , Y_g , X_g географической системы координат.

^в Для использования в навигационном алгоритме БИНС показаний акселерометров из них необходимо извлечь V'_{Zg} , V'_{Yg} , V'_{Xg} – составляющие ускорения объекта соотвётственно по осям Z_g , Y_g , X_g географической системы координат путем удаления из них вредных составляющих: ускорения Криолиса, относительного ускорения и ускорения силы тяжести.

$$\dot{V}_{Xg} = n_{Xg} - \Delta n_{Xg};$$

$$\dot{V}_{Yg} = n_{Yg} - \Delta n_{Yn};$$

$$\dot{V}_{Zg} = n_{Zg} - \Delta n_{Zn},$$
 (8)

где Δn_{Zg} , Δn_{Yg} , Δn_{Xg} – вредные составляющие: ускорения Криолиса, относительного ускорения и ускорения силы тяжести соответственно по осям Z_g , Y_g , X_g географической системы координат:

$$\Delta n_{\chi g} = V_{Zg}^2 / R \cdot \tan \phi + V_{\chi g} V_{\gamma g} / R + 2U V_{Zg} \sin \phi;$$

$$\Delta n_{\gamma g} = V_{Zg}^2 / R - V_{\chi g}^2 / R - 2U V_{Zg} \cos \phi + g;$$

$$\Delta n_{Zg} = V_{Zg} V_{\gamma g} / R + V_{\chi g} V_{Zg} / R \cdot \tan \phi + 2(V_{\gamma g} U \cos \phi - U V_{\chi g} \sin \phi).$$
(9)

Навигационный алгоритм БИНС при интегрировании соотношений (8) вычисляет составляющие линейных скоростей.

$$V_{Xg} = V_{Xg}(t_0) + \int_{t_0}^{t} (n_{Xg} - \Delta n_{Xg}) dt ;$$

$$V_{Yg} = V_{Yg}(t_0) + \int_{t_0}^{t} (n_{Yg} - \Delta n_{Yg}) dt; \qquad (10)$$

$$V_{Zg} = V_{Zg}(t_0) + \int_{t_0}^t (n_{Zg} - \Delta n_{Zg}) dt ,$$

где $V_{Zg}(t_0)$, $V_{yg}(t_0)$, $V_{Xg}(t_0)$ – составляющие вектора скорости в начальный момент времени t_0 .

Угловые координаты объекта и высота определяются при вторичном интегрировании (2) с учетом начальных значений координат и высоты:

$$\phi = \phi_0 + \int_{t_0}^{t} \frac{V_{Xg}}{R} dt ;$$

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_0}^{t} \frac{V_{Zg}}{R \cos \phi} dt ;$$

$$h = h_0 + \int_{t_0}^{t} V_{Yg} dt , \qquad (11)$$

где ϕ_0, λ_0, h_0 – составляющие координат объекта в начальный момент времени t_0 . Навигационный алгоритм БИНС, осно-

Навигационный алгоритм БИНС, основанный на приведенных формулах, представлен на рис. 1 в виде структурной схемы.

В схему добавлен конвертор вектора кажущегося ускорения с акселерометров для пересчета в земную систему координат. Этот конвертор работает на основе кватернионного умножения L^*N^*L , где L, N – кватернионы соответственно углов Эйлера и ускорений. На вход конвертора поступает вектор $N = [n_{\chi_2}, n_{\gamma}, n_{\chi_2}]$, на выходе получается вектор $Ng = [n_{\chi_3}, n_{\gamma_3}, n_{\gamma_2}]$, необходимый для работы БИНС.

¹⁸ Математическая модель БСО, хотя и не включена в схему БИНС, является составной частью алгоритма БИНС, т.к. определение угловой ориентации подвижного объекта необходимо для решения задачи навигации.



Рис. 1. Структурная схема алгоритма БИНС



Рис. 2. Схема моделирования БСО и БИНС (у, ψ, υ – оценки углов; φ, λ, h – оценки координат)



Рис. 3. Структурная схема моделирования БИНС и БСО

Схема моделирования БИНС представлена на рис. 2.

Схема содержит следующие блоки.

1. Блок имитации параметров движения объекта, который осуществляет имитацию углового движения объекта с учетом изменения углов υ , γ , ψ по синусоидальным законам и с учетом движения объекта вдоль Земли с линейной скоростью. Также этот блок осуществляет имитацию абсолютного ускорения объекта с учетом эволюции ускорений по осям географической системы координат по синусоидальным законам;

2. Блок основных датчиков (ДУС и акселерометры) выдает три составляющих абсолютной угловой скорости ($\omega_{XS}, \omega_{YS}, \omega_{ZS}$) и три компоненты кажущегося ускорения в связанной системе координат (n_{y}, n_{y}, n_{z});

3. Блок дополнительных датчиков вычисляет данные об угловом движении объекта на основе избыточной информации (в данном случае с акселерометров и магнитометров);

 Блок БСО, осуществляет решение кинематических уравнений углового движения объекта на основе информации, получаемой с ДУС и с дополнительных датчиков;

5. Блок БИНС осуществляет интегрирование скомпенсированных сигналов акселерометров и выдает координаты объекта в виде параметров ϕ , λ , h;

 Разностные элементы, вычисляют ошибки оценивания углов Эйлера и координат φ, λ, h; 7. Блок анализа ошибок, вычисляет средние квадраты ошибок оценивания углов ориентации и координат объекта и их предельные значения. Кроме того, блок анализа позволяет получить графики оценок углов и координат объекта на фоне их истинных значений для визуального анализа точности.

Моделирования БИНС в среде Matlab Simulink

Для исследования работоспособности алгоритма БИНС в комплексе с БСО необходимо придерживаться схемы моделирования, разработанной в среде *Matlab Simulink* [3]. Только требуется добавить блок БИНС с оценкой его ошибок. Модернизированная схема моделирования представлена на рис. 3.

На схеме рис. 3 в качестве основных датчиков представлены ДУС и акселерометры, играющие основную роль в работе БИНС. В качестве дополнительных датчиков используются, как и ранее, магнитометры и акселерометры (для алгоритма БСО). На схеме рис. 1 была показана связь алгоритма БСО с алгоритмом БИНС. Эта связь необходима при реализации алгоритма БИНС на основе кватернионов. В этом случае легко выполняется пересчет показаний акселерометров в земную систему координат.

На схеме имеется блок имитации исходных данных для задания углов ψ, υ, γ и параметров ускорения объекта в земной

системе координат (в данном случае по синусоидальным законам в разрешенных пределах). Задание других многочисленных параметров для функционирования БСО и БИНС осуществляется с помощью управляющей программы *BINS.m*.

На схеме использованы как традиционные блоки, применяемые ранее при моделировании БСО [4] (Imitate, DUS, Add Sensor, Poisson, Quaternion to Angle, Angi, Compensator, Registr), так и новые (Accelerometer, Ideal_Co, Converter, BINS), предназначенные для реализации алгоритма БИНС и его моделирования. Некоторое развитие получил блок Imitate, в который добавлена схема моделирования ускорений объекта в земной системе координат. На схеме использованы синусоидальные датчики, выдающие параметры ускорений Vpx, Vpy, Vpz, которые настроены на конкретные амплитуды, начальные значения и частоты. акселерометров в земную систему координат. Это осуществляется с помощью конвертора *Converter*, который функционирует на основе кватернионного соотношения L^*N^*L .

Блок *BINS* на основе данных акселерометров в виде *Ng* вычисляет координаты объекта: φ , λ , *h*. Схема блока *BINS* представлена на рис. 4.

В схему блока *BINS* встроена субсистема *dNg*, вычисляющая ошибки акселерометров связанные с кажущимся ускорением. Эти ошибки компенсируются перед интегрированием сигналов ускорений – в итоге получаются истинные координаты объекта.

В блок БИНС подается вектор кажущегося ускорения, полученный в земной системе координат: $Ng = [n_{\chi_g}, n_{\chi_g}, n_{Z_g}]$, на выходе в результате компенсации ошибок и интегрирования получается вектор координат $Co = [\varphi, \lambda, h]$. Схема субсистемы dNg работает на основе формул (9).



Рис. 4. Схема вычисления координат в земной системе

Блок моделирования ускорений Accelerometer, имеющий место на схеме рис. 3, работает на основе данных о составляющих ускорения объекта соответственно по осям Z, Y, X географической системы ко-ординат ($V'_{Zg}, V'_{g}, V'_{\chi_g}$), данных об угле широ-ты места φ и значении ускорения свободного падения g. Сначала в блоке Accelerometer вырабатываются сигналы по известным формулам (7), затем они пересчитываются в данные для выходов акселерометров – Nk с помощью матрицы направляющих косинусов Ао. Формула (7) содержит все составляющие кажущегося ускорения в земной системе координат: $Ng=[n_{\chi_g}, n_{\chi_g}, n_{Z_g}]$. Далее, пересчитав компоненты $n_{\chi_g}, n_{\chi_g}, n_{Z_g}$ в связанную систему координат, получим компоненты кажущегося ускорения непосредственно с выходов датчиков – акселерометров (n_x, n_y, n_z) .

Для получения данных в виде вектора Ng требуется конвертировать данные с Блок вычисления идеальных координат объекта – *Ideal_Co* на основе информации об идеальных значениях скорости БПЛА, полученной в земной системе координат путем интегрирования истинных ускорений БПЛА, предварительно вычисляет идеальные значения координат БПЛА: φ , λ , h.

Анализ результатов моделирования БИНС

Проведено моделирование алгоритма БИНС для конкретного режима полета летательного аппарата. Были заданы следующие исходные данные по начальным параметрам и динамике.

По угловому положению: законы изменения углов рыскания, тангажа и крена заданы синусоидальными с такими же параметрами, как и в предыдущих примерах: рыскание – начальное значение $\psi_o = arctg(Vzg/Vxg)$, амплитуда $A_w = 1^\circ$, частота $w_w = 0,1$ Гц; тангаж – начальное значение $\upsilon_{\rho} = 0,131^{\circ}$, амплитуда $A_{\upsilon} = 1,5^{\circ}$, частота $w_{\upsilon} = 0,15$ Гц; крен – начальное значение $\gamma_{\rho} = 0,131^{\circ}$, амплитуда $A_{\gamma} = 0,3^{\circ}$, частота $w_{\gamma} = 0,2$ Гц.

координатам: $CKOfi = 1, 4.10^{-16};$ CKOla = $= 3,9 \cdot 10^{-17}$; *СКОh* $= 2,0 \cdot 10^{-8}$. Предельные ошибки в процентах составили: $dFi = 4,5 \cdot 10^{-6\%}$; $dLa = 1, \hat{6} \cdot 10^{-6\%}; dh = 1, 4 \cdot 10^{-5\%}.$



Рис. 5. Изменение угла широты, угла долготы и высоты полета

По ускорениям ЛА на основе синусоидальных законов в земной системе координат: по оси Xg: с амплитудой $Vpxa = 4,6 \text{ м/c}^2$; начальным значением Vpxb = 0 м/с²; частотой Vpxw = 0,5 Гц; по оси Yg: с амплитудой Vpya = 2,5 м/с²; начальным значением Vpyb = 0 м/с²; частотой $V pyw = 0,6 \Gamma \mu$; по оси Zg: с амплитудой $Vpza = 3,5 \text{ м/c}^2$; начальным значением Vpzb = 0 м/c²; частотой Vpzw = 0,4 Гц.

По скоростям в земной системе координат — начальные значения: Vxo = 250; $V_{VO} = 0; V_{ZO} = 150.$ По навигационным координатам – начальные значения: $\phi o = 15$ град; $\lambda o = 23$ град; ho = 1000 м.

Проводилась симуляция заданного режима полета и совместной работы БСО и БИНС в течение 100 с, были получены графические результаты, представленные на рис. 5. На рис. 5 представлено изменение угла широты ф от начального значения 0,2618 радиан (15 град.) до 0,2658 радиан (15,23 град.), угла долготы λ от начального значения 0,2618 радиан (15 град.) до 0,2658 радиан (15,23 град.) и высоты полета *h* от начального значения 1000 м по синусоидальному закону с амплитудой около 7 м.

Задачей исследования эффективности БИНС является анализ точности оценивания координат подвижного объекта. С этой целью на основе информации об идеальных значениях скорости БПЛА, полученной в земной системе координат путем интегрирования истинных ускорений, предварительно вычисляются идеальные значения координат ЛА: φ, λ, *h* (рис. 2).

По формулам математической статистики получены средние квадраты ошибок (СКО) по рассматриваемым

Выводы

Моделирование алгоритма БИНС проведено с помощью программной среды Matlab Simulink. В качестве результатов моделирования приведены графики основных процессов и численные результаты по ошибкам оценивания углов ориентации. Результаты компьютерного эксперимента подтверждают эффективность алгоритма БИНС в системах определения пространственного положения маневренных подвижных объектов в широком диапазоне сигналов и шумов. Ввиду незначительного расхождения результаты в виде графиков оценок практически совпадают с реальными углами, что доказывает эффективность компенсации ошибок дрейфа показаний гироскопов. В итоге компенсация дрейфа гироскопов, применяемая в алгоритме оценивания на основе кватернионов дает высокую точность оценок (не хуже 0,000005%).

Список литературы

1. Белочкин П.Е., Кацай Д.А. Особенности моделирования бесплатформенной системы ориентации по уравнени-

запла осеплаториенной системы ориентации по уравнени-ям Эйлера в среде Matlab и Mathcad. // Современные науко-емкие технологии. – 2014. – № 5. – С. 18–20. 2. Волков В.Л., Жидкова Н.В. Обработка информации в системе ориентации на основе МЭМС. – Н. Новгород.: Тру-ды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2015. – № 108. – С. 265–272.

3. Жидкова Н.В., Волков В.Л. Моделирование бесплатформенной системы ориентации. // Современные проблемы - 2015. – № 1; URL http://www.scienceнауки и образования. education.ru/121-17099.

4. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. под ред. В.Я. Распопова. - СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. - 280 с.

5. Volkov V.L. Mathematical modeling of inertial measurement systems. /International Journal Of Applied And Fundamental Research. – 2015. – № 2; URL: www.science-sd.com/457-24631.

6. Woodman O.J. An introduction to inertial navigation. Technical reports published by the University of Cambridge Computer Laboratory are freely available via the Internet: http:// www.cl.cam.ac.uk/techreports/ 2007. - 37 p.