

УДК 539.3

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СОСРЕДОТОЧЕННОМ УПРУГОМ ВЗРЫВНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В ВИДЕ ДЕЛЬТА ФУНКЦИИ НА НАБЕРЕЖНОЙ РЕЧНОГО ПОРТА С ЗАПОЛНЕННЫМ ВОДНЫМ ОБЪЕКТОМ НА 25 %

Мусаев В.К.

МЭСИ, Москва, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Приводится некоторая информация моделирования безопасности набережной речного порта с заполненным водным объектом на 25% при сосредоточенном взрывном воздействии в виде дельта функции. Для решения поставленной задачи применяются линейные волновые уравнения механики деформируемого твердого тела. Реализация исследуемой задачи осуществляется с помощью численного моделирования уравнений волновой механики. Для прогноза безопасности сложных объектов по несущей способности при нестационарных волновых воздействиях применяется численное моделирование. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны: методика, алгоритм, комплекс программ. За основные неизвестные приняты два перемещения и две скорости перемещений в узле конечного элемента. Задачи решаются методом сквозного счета, без выделения разрывов. Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

Ключевые слова: набережная речного порта, заполненный водный объект, сосредоточенное вертикальное воздействие, волновое уравнение, волновая теория взрывной безопасности, методика, алгоритм, комплекс программ, сложные объекты, основные неизвестные, перемещение, скорость перемещений, контурное напряжение, компоненты тензора напряжений, метод сквозного счета, дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, прогноз безопасности, несущая способность, прочность

THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF CONCENTRATED ELASTIC EXPLOSIVE IMPACT IN THE FORM OF A DELTA FUNCTION ON THE EMBANKMENT OF THE RIVER PORT FILLED WITH WATER OBJECT BY 25 %

Musayev V.K.

MESI, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Provides a bit of information modeling safety of the embankment of the river port filled with water object by 25% when concentrated explosive impact in the form of a Delta function. To solve the set tasks apply linear wave equations of solid mechanics. The implementation of the investigated problem by using numerical simulation of the equations of wave mechanics. To predict the safety of complex objects on the bearing capacity under non-stationary wave influences applied numerical modeling. On the basis of the finite element method in the movement developed: methods, algorithm, complex programs. For the main unknown taken of two moves and two speeds of displacement at node finite element. Problems are solved by a method of capturing, without isolation gaps. Linear dynamic problem with initial and boundary conditions are given to the system of linear ordinary differential equations with the initial conditions, which is solved using an explicit two-layer scheme.

Keywords: embankment of the river port, filled with water object, centered vertical impact, wave equation, wave theory explosive safety, technique, algorithm, complex programs, complex objects, the main unknown, displacement, velocity, displacement, contour the stress components of the stress tensor, the pass-through accounts, differential equations, partial differential equations, prediction of safe bearing capacity, strength

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о взрывном воздействии на сооружение, которое находится в грунтовой и водной средах.

Рассмотрим некоторое тело, состоящее из двух разных областей $\Gamma^{(1)}$ (водная среда) и $\Gamma^{(2)}$ (грунтовая среда) (рис. 1). Для решения задачи о моделировании волн напряжений в упругих деформируемых средах рассмотрим некоторое тело $\Gamma^{(1)}$ в прямоугольной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t=0$ сообщается механическое воздействие. Предположим, что тело $\Gamma^{(1)}$ изготовлено из деформируемой водной среды и является однородным изотропным материалом, подчиняющимся упругому закону Гука при малых упругих деформациях. Если в деформируемом твердом теле, предположим, что поперечная скорость распро-

странения равна нулю, то можно получить уравнения состояния для водной среды.

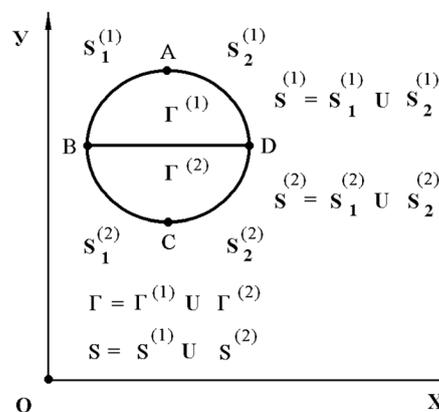


Рис. 1. Некоторое тело, состоящее из двух разных областей $\Gamma^{(1)}$ и $\Gamma^{(2)}$ в прямоугольной декартовой системе координат XOY

Точные уравнения двумерной плоской нестационарной динамической теории упругости для области $\Gamma^{(1)}$ имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x^{(1)}}{\partial x} = \rho^{(1)} \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_y^{(1)}}{\partial y} = \rho^{(1)} \frac{\partial^2 v^{(1)}}{\partial t^2},$$

$$(x, y) \in \Gamma^{(1)},$$

$$\sigma_x^{(1)} = \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_x^{(1)} + \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_y^{(1)},$$

$$\sigma_y^{(1)} = \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_y^{(1)} + \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_x^{(1)},$$

$$\varepsilon_x^{(1)} = \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^{(1)} = \frac{\partial v^{(1)}}{\partial y},$$

$$(x, y) \in (\Gamma^{(1)} \cup S^{(1)}), \quad (1)$$

где $\sigma_x^{(1)}$ и $\sigma_y^{(1)}$ – компоненты тензора упругих напряжений; $\varepsilon_x^{(1)}$ и $\varepsilon_y^{(1)}$ – компоненты тензора упругих деформаций; $u^{(1)}$ и $v^{(1)}$ – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; $\rho^{(1)}$ – плотность материала; $C_p^{(1)}$ – скорость продольной упругой волны; $S^{(1)} (S_1^{(1)} \cup S_2^{(1)})$ – граничный контур тела $\Gamma^{(1)}$.

Систему (1) в области, занимаемой телом $\Gamma^{(1)}$, следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Точные уравнения двумерной плоской нестационарной динамической теории упругости для области $\Gamma^{(2)}$ имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(2)}}{\partial y} = \rho^{(2)} \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(2)}}{\partial y} = \rho^{(2)} \frac{\partial^2 v^{(2)}}{\partial t^2}, \quad (x, y) \in \Gamma^{(2)},$$

$$\sigma_x^{(2)} = \rho^{(2)} C_p^{2(2)} \varepsilon_x^{(2)} + \rho^{(2)} (C_p^{2(2)} - 2C_s^{2(2)}) \varepsilon_y^{(2)},$$

$$\sigma_y^{(2)} = \rho^{(2)} C_p^{2(2)} \varepsilon_y^{(2)} + \rho^{(2)} (C_p^{2(2)} - 2C_s^{2(2)}) \varepsilon_x^{(2)},$$

$$\tau_{xy}^{(2)} = \rho^{(2)} C_s^{2(2)} \gamma_{xy}^{(2)}, \quad \varepsilon_x^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x},$$

$$\varepsilon_y^{(2)} = \frac{\partial v^{(2)}}{\partial y},$$

$$\gamma_{xy}^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(2)}}{\partial x}, \quad (x, y) \in (\Gamma^{(2)} \cup S^{(2)}), \quad (2)$$

где $\sigma_x^{(2)}$, $\sigma_y^{(2)}$ и $\tau_{xy}^{(2)}$ – компоненты тензора упругих напряжений; $\varepsilon_x^{(2)}$, $\varepsilon_y^{(2)}$ и $\gamma_{xy}^{(2)}$ – компоненты тензора упругих дефор-

маций; $u^{(2)}$ и $v^{(2)}$ – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; $\rho^{(2)}$ – плотность материала; $C_p^{(2)}$ – скорость продольной упругой волны; $C_s^{(2)}$ – скорость поперечной упругой волны; $S^{(2)} (S_1^{(2)} \cup S_2^{(2)})$ – граничный контур тела $\Gamma^{(2)}$.

Систему (2) в области, занимаемой телом $\Gamma^{(2)}$, следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

В работах [1–10] приведена информация о моделировании нестационарных волн напряжений в объектах сложной формы с помощью разработанного и применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Численное решение двумерной плоской динамической задачи теории упругости

Для решения двумерной плоской нестационарной динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями – используем метод конечных элементов в перемещениях.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в нестационарной теории упругости

$$\bar{H} \ddot{\vec{\Phi}} + \bar{K} \vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \vec{\Phi}|_{t=0} = \vec{\Phi}_0, \quad \dot{\vec{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\vec{\Phi}}_0, \quad (3)$$

где \bar{H} – матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\vec{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \vec{R} – вектор узловых упругих внешних сил.

Интегрируя по временной координате соотношение (3) с помощью конечно-элементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\vec{\Phi}_{i+1} = \vec{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K} \vec{\Phi}_i + \vec{R}_i),$$

$$\vec{\Phi}_{i+1} = \vec{\Phi}_i + \Delta t \ddot{\vec{\Phi}}_{i+1} \quad (4)$$

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечноэлементного варианта метода Галеркина.

Шаг по временной переменной Δt определяем из следующего соотношения

$$\Delta t = k \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i=1, 2, 3, \dots, r), \quad (5)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента.

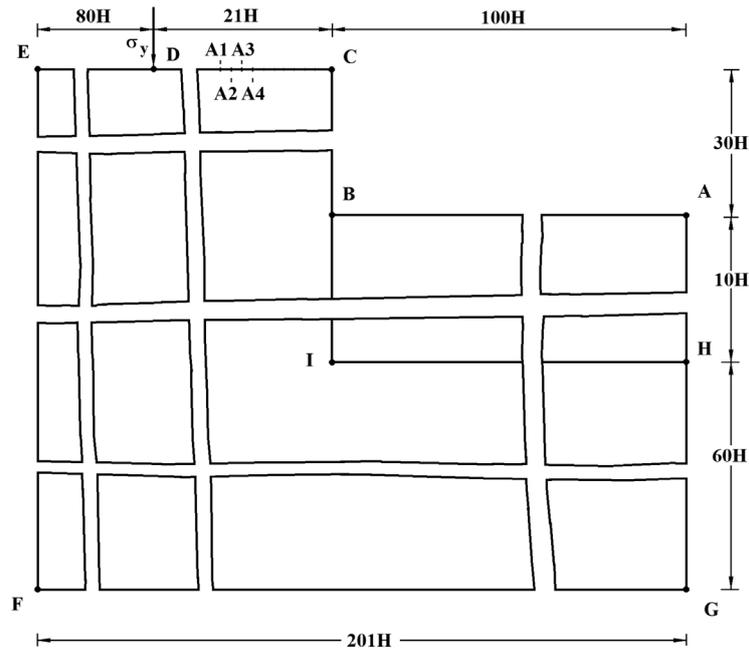


Рис. 2. Постановка задачи о сосредоточенном упругом взрывном воздействии на набережной речного порта с заполненным водным объектом на 25%

Результаты численного эксперимента показали, что при $k=0,5$ обеспечивается устойчивость явной двухслойной схемы.

Информация о математической точности и физической достоверности разработанного численного метода, алгоритма и комплекса программ приведена в следующих работах [1–4].

Решение задачи о сосредоточенном взрывном воздействии на набережной речного порта с заполненным водным объектом на 25%

Рассмотрим задачу о сосредоточенном упругом взрывном воздействии (рис. 3) на набережной речного порта с заполненным водным объектом на 25% (рис. 2).

В точке D приложено нормальное воздействие σ_y , которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P, при $11 \leq n \leq 20$ изменяется P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1$ МПа). Граничные условия для контура EFGHA при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура EFGHA не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 200$. Контур EDCBA свободен от нагрузок, кроме точки D, где приложено сосредоточенное взрывное воздействие. На границе ВН приняты условия непрерывности перемещений. Для области CDEFGHIB приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,393 \times 10^{-6}$ с; $E = 3,15 \times 10^4$ МПа; $\nu = 0,2$; $\rho = 0,255 \times 10^4$ кг/м³;

$C_p = 3587$ м/с; $C_s = 2269$ м/с. Для области АВН приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,327 \times 10^{-5}$ с; $\rho = 1,025 \times 10^3$ кг/м³; $C_p = 1530$ м/с. В расчетах принимается минимальный шаг по времени, то есть $\Delta t = 1,393 \times 10^{-6}$ с. Исследуемая расчетная область имеет 20402 узловые точки. Решается система уравнений из 81608 неизвестных.

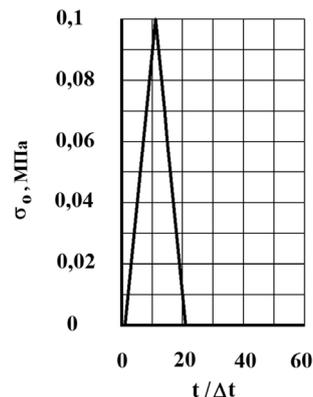


Рис. 3. Взрывное воздействие для задачи с заполненным водным объектом на 25%

На рис. 4–7 показано изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ ($\bar{\sigma}_k = \sigma_k / |\sigma_0|$) во времени n в точках A1–A4 (рис. 2), находящихся на свободной поверхности упругой полуплоскости.

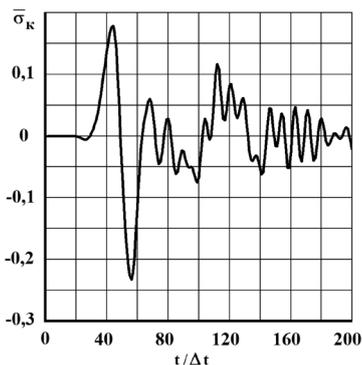


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A1 в задаче с заполненным водным объектом на 25%

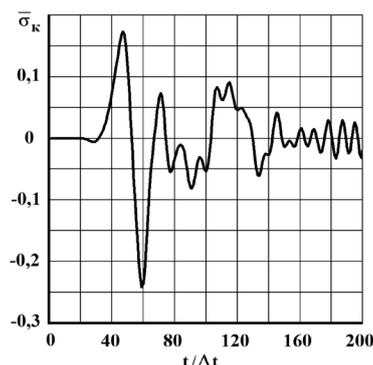


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A2 в задаче с заполненным водным объектом на 25%

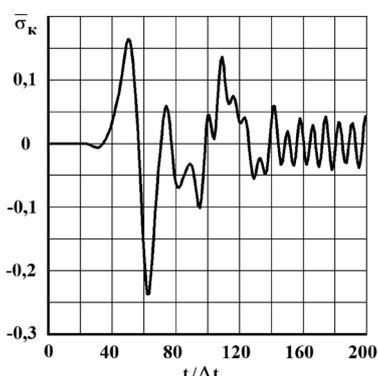


Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A3 в задаче с заполненным водным объектом на 25%

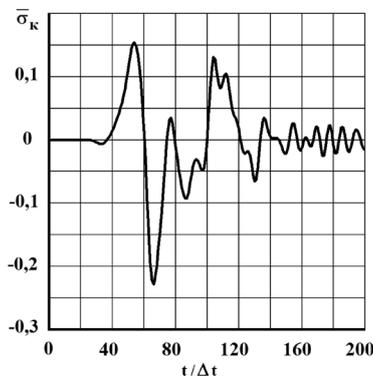


Рис. 7. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A4 в задаче с заполненным водным объектом на 25%

Выводы

Заполненный водный объект на 25% изменяет величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,00 раз. Заполненный водный объект на 25% изменяет величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,00 раз. Заполненный водный объект на 25% изменяет величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 1,00 раз. Заполненный водный объект на 25% изменяет величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 1,00 раз.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Численное, аналитическое и экспериментальное решение задачи о концентрации нестационарных динамических напряжений в свободном круглом отверстии // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 4. – С. 67–71.
2. Мусаев В.К. Вычислительный эксперимент в задачах моделирования нестационарных волн напряжений в областях сложной формы // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 138–149.
3. Мусаев В.К. О достоверности результатов математического моделирования нестационарных волн напряжений в объектах сложной формы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 3. – С. 71–76.

4. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
5. Мусаев В.К. Моделирование безопасности по несущей способности дымовых труб с основанием при взрыве атомной бомбы в Нагасаки // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 12. – С. 198–203.
6. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32.
7. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемой среде на поверхности полуплоскости при взрывном воздействии в объекте хранения опасных веществ // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 1). – С. 84–87.
8. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде дельта функции // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2 (часть 1). – С. 25–30.
9. Мусаев В.К. Численное моделирование вертикального сосредоточенного упругого импульсного воздействия в виде дельта функции на границе воздушной и твердой среды с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к пятнадцати) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2 (часть 2). – С. 220–223.
10. Мусаев В.К. Определение нестационарного напряженного состояния при вертикальном сосредоточенном взрывном воздействии на набережной речного порта с незаполненным водным объектом // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 2. – С. 88–92.