

УДК 534.014,621.802

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ И ПОВЕРХНОСТИ С УЧЕТОМ НЕУДЕРЖИВАЮЩИХ СВЯЗЕЙ

<sup>1</sup>Елисеев А.В., <sup>2</sup>Копылов Ю.Р.<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщений»,  
Иркутск, e-mail: eavsh@ya.ru;<sup>2</sup>ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»,  
Воронеж, e-mail: urkopulov@mail.ru

Рассматриваются особенности динамических взаимодействий твердого тела с вибрирующей поверхностью на основе использования обобщенных форм описания проявлений неударивающих связей. Разрабатываются математические модели динамических взаимодействий при введении дополнительных внешних сил и упругих связей, влияющих как на формирование условий нарушения контакта, так и на траектории движения в фазе свободного подлета. Предлагаются подходы к разработке математических моделей для определения условий формирования динамических реакций в колебательной структуре, состоящей из нескольких соединенных между собой элементов, в том числе с возможностями их предварительного прижатия за счет упругих связей и силовых факторов. В исследовании поставленных задач используются методы теоретической механики, теории механизмов и машин, теории колебаний, теории автоматического управления, а также методы прикладной математики и вычислительного моделирования.

**Ключевые слова:** неударивающие связи, вибрационное упрочнение, вибрация сыпучей среды, вибрации твердого тела, непрерывное подбрасывание, вибрационное поле

## CERTAIN QUESTIONS OF DYNAMICS OF VIBRATING INTERACTION GRANULAR MEDIA AND SURFACES WITH UNILATERAL CONSTRAINTS

<sup>1</sup>Eliseev A.V., <sup>2</sup>Kopylov Y.R.<sup>1</sup>FGBOU VPO «Irkutsk State Transport University», Irkutsk, e-mail: eavsh@ya.ru;<sup>2</sup>FGBOU VPO «Voronezh State Technical University», Voronezh, e-mail: urkopulov@mail.ru

The features of the dynamic interaction of a solid with a vibrating surface based on the use of generalized forms of description of the manifestations of unilateral constraints are considered. Mathematical models of dynamic interactions with the introduction of additional external forces and elastic ties that affect both the formation conditions of poor connection, and the path of movement during free of approach are developed. Approaches to the development of mathematical models to determine the conditions for the formation of dynamic reactions in the vibrational structure consisting of several interconnected elements, including with the possibility of pre-pressing by elastic ties and power factors are proposed. Methods of theoretical mechanics, theory of mechanisms and machines, oscillation theory, control theory and methods of applied mathematics and computational modeling are used to solve objectives of the study.

**Keywords:** unilateral constraints, vibration hardening, granular medium vibration, the vibration of a solid, the continuous tossing, vibrational field

Вибрационные технологические процессы получили широкое распространение в производственных системах, относящихся к различным отраслям техники [1, 2]. Вибрации активно используются в технологиях обработки деталей, таких как вибрационное резание материалов, виброгалтовка, вибрационное упрочнение и др. [3].

Задача исследования заключается в разработке метода построения математических моделей динамических процессов взаимодействия обрабатываемых деталей и сыпучей среды, адекватно отражающих особенность технологического процесса как со стороны формирования необходимой структуры вибрационного поля, так и учета возникающих особенностей в технологическом процессе виброупрочнения поверхности детали путем периодического

виброударного контактирования с сыпучей рабочей средой.

### Методологические основы оценки динамического контакта для твердых тел с одной точкой контакта для режимов с кратным периодом подбрасывания

Разработаны подходы к построению математических моделей, отражающих особенности динамических взаимодействий, характерных для технологических процессов вибрационного упрочнения. Технологические эффекты достигаются в периодических виброударных контактах рабочей среды из мелких стальных шариков и вибрирующей рабочей поверхности обрабатываемой детали. Рассматриваемые модели предполагают возможность реализации фазы свободного подлета.

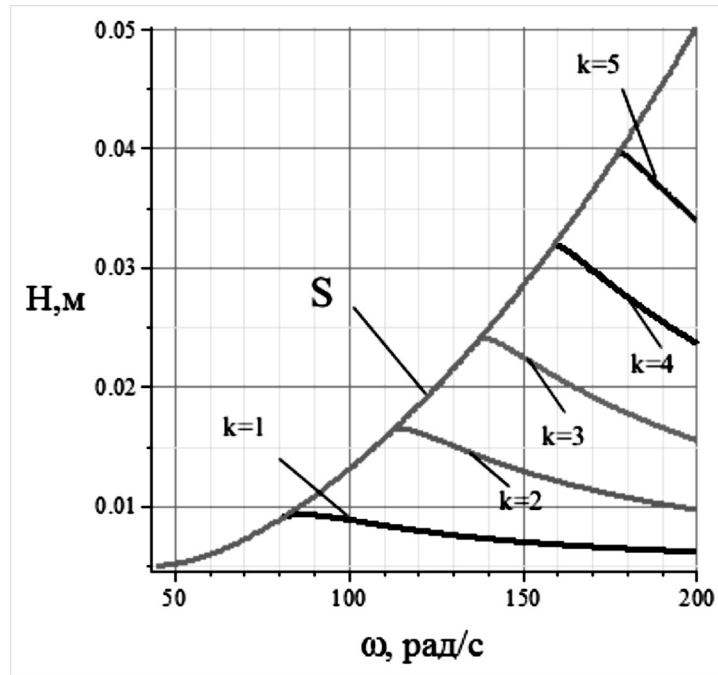


Рис. 1. Высота подлета для точек второго и третьего порядка при реализации режима подбрасывания в одно касание

На основе теоретических оценок разрабатываются представления о требованиях к особенностям движения отдельных частиц, формирующих рациональные параметры процесса вибрационного упрочнения. Для оценки особенностей формирования свободного подлета используется функция зазора, которая представляет собой теоретический аппарат для оценки возможностей реализации различных режимов непрерывного подбрасывания [4]. На рис. 1 представлены характеристики режимов подбрасывания элементов рабочей среды с учетом дифференциального критерия отрыва с использованием функции зазора.

В соответствии с рис. 1 графиком *S* представлены величины высот подлета материальной частицы с отрывом в точке третьего порядка в зависимости от частоты колебания поверхности. Кривые  $k = 1, \dots, k = 5$  представляют величины высот подлета частиц с отрывом в точках второго порядка кратности  $k$ .

**Метод оценки условий сохранения динамического контакта для составного твердого тела с учетом неустойчивающего характера связей**

Рассматриваются математические модели твердых тел с использованием упругих связей при вибрациях опорной поверхности и возможностью нарушения контакта. На рис. 2 представлен пример

математической модели, в которой условие нарушение контакта определяется параметрами массинерционных и упругих связей.

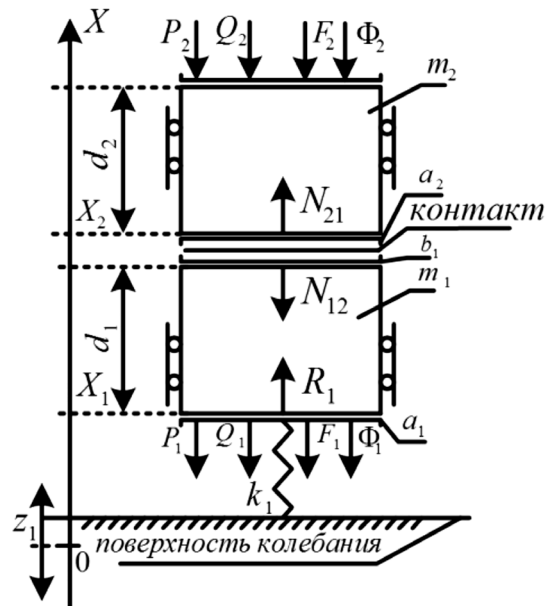


Рис. 2. Составное твердое тело на упругом колеблющемся основании

На рис. 2 плоскость  $Z_1$  представляет собою опорную поверхность колебания;  $P_i$  – силы вязкого трения;  $Q_i$  – силы тяжести;  $F_i$  – постоянные силы;  $N_{12}, N_{21}$  полные контактные реакции;  $a_2,$

$b_1$  – контактные поверхности. Два элемента составного твердого тела с массами  $m_1$  и  $m_2$  находятся в неударяющем контакте.

Получены граничные условия совместных движений, при которых вибрация основания не приводит к нарушению контакта. Вводится понятие о полной и динамической реакциях, предлагается методика расчетов. Получены аналитические условия, определяющие контактные движения. В зависимости от параметров систем условие контактного движения принимает вид

$$\sqrt{\frac{(m_2 k_1 \omega_1^2)^2 + (p_2 k_1 \omega_1)^2}{(k_1 - (m_1 + m_2) \omega_1^2)^2 + ((p_1 + p_2) \omega_1)^2}} \cdot A_1 < (*)$$

$$< m_2 g + f_c,$$

где  $k_i$  – жесткости элементов;  $p_i$  – коэффициенты вязкого трения;  $f_c$  – постоянная сила;  $\omega_1$  и  $A_1$  – частота и амплитуда колебаний опорной поверхности.

Неравенство (\*) представляет аналитическую зависимость между параметрами системы, обеспечивающими контактное движение составного твердого тела в установившемся режиме в виде амплитудно-частотной области контакта [5–7].

#### Методы параметрического регулирования динамического контакта с учетом неударяющего характера связей. Измерительные устройства для фиксации условий вибрационного взаимодействия при неударяющих связях. Некоторые приложения

На основе аналитических условий контактного колебания составных твердых тел предложены подходы к регулированию контактного взаимодействия. Для регистрации различных состояний вибрационных взаимодействий разработан опытный датчик определения граничных режимов взаимодействия тел в вибрационных системах [8]. Принципиальная схема датчика приведена на рис. 3.

В соответствии с рис. 3 представлены следующие составляющие: поверхность вибростола – 5; цилиндрический корпус датчика – 1; инерционный элемент рабочей среды – 2; пьезоэлектрический элемент – 3; крепежный элемент – 4; токовыводы – 6.

Представленные исследования позволяют разрабатывать обобщенные подходы к задачам определения контактных реакций в твердых телах при статических и динамических нагрузках с учетом неударяющих связей. Вместе с тем сформированный

теоретический базис выступает основой для формирования концепции взаимодействия слоя рабочей среды с обрабатываемой поверхностью.

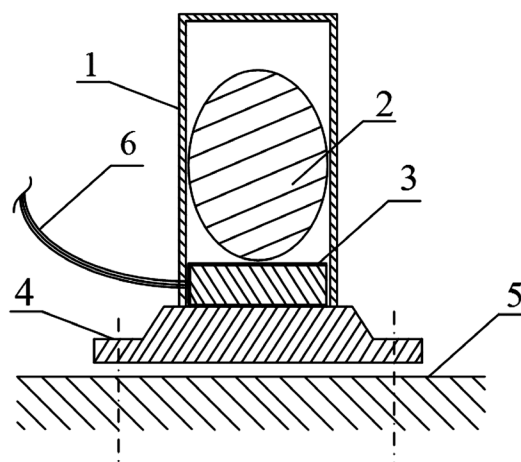


Рис. 3. Принципиальная схема датчика

#### Заключение

На основе исследований могут быть сделаны следующие выводы.

1. Разработан обобщенный подход для задач динамического синтеза вибрационных технологий, реализуемых в режимах непрерывного подбрасывания. Основой подхода является введение понятия о функции зазора, позволяющей обосновать построение траекторий движений материальных частиц в соответствии с определенными критериями, отражающими свойства траекторий движения материальных частиц во взаимодействии с вибрирующей поверхностью.

2. Разработан метод построения математических моделей и определения условий безззорного движения системы элементов или твердых тел, состоящих из нескольких соприкасающихся частей. Метод представляет собою совокупность последовательных действий по составлению расчетной схемы механической колебательной системы с выделением элементов, образующих между собой неударяющие связи; определение статических и динамических реакций; преобразование Лапласа системы дифференциальных уравнения движения исходной механической системы; составление неравенства на основе амплитудно-частотных характеристик; определение функции критической амплитуды для простого контакта (минимума критических амплитуд для сложного контакта) и аналитико-графическое представление функции критической амплитуды и параметров, удовлетворяющих составленному

неравенству, определяющего условия движения исходной системы без возникновения зазоров в режиме установившихся колебаний.

3. На основе аналитических исследований и численного моделирования установлено, что зависимость контактного взаимодействия от вязкого трения, жесткости упругих элементов и масс фрагментов твердых тел определяется частотой колебания опорных поверхностей. При различных частотах колебаний изменение обобщенных параметров, характеризующих вязкость, жесткость элементов и массу фрагментов системы, может способствовать контакту или приводить к нарушению условий контакта. Установлено также, что в зависимости от частоты колебания существуют диапазоны масс нарушения контактного взаимодействия. Влияние жесткости на контактное взаимодействие определяется частотой колебания опорных поверхностей.

#### Список литературы

1. Блехман И.И. Вибрационная механика. – М.: Наука, 1994. – 400 с.
2. Вибрации в технике. Справочник. Т 4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Лавендела. – М.: Машиностроение. 1981. – 509 с.
3. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: монография. – Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. – 568 с.
4. Елисеев А.В. Теоретические основы процессов взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью с неустойчивыми связями / А.В. Елисеев, И.С. Ситов // Системы. Методы. Технологии. – 2012. – № 4. – С. 19–29.
5. Елисеев А.В. Определение контактных реакций в составных твердых телах при динамических нагрузках с учетом неустойчивых связей / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2014. – № 1. – С. 45–54.
6. Елисеев А.В. Технология оценки свойств динамических взаимодействий в контактах составных твердых тел // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – 2014. – № 1–2. – С. 179–183.
7. Елисеев А.В. Неустойчивающие связи в динамических взаимодействиях сыпучей среды и вибрирующей поверхности: научно-методологическое обоснование технологии вибрационного упрочнения / А.В. Елисеев, С.В. Елисеев, А.Г. Пнев, В.Б. Кашуба, И.С. Ситов // Системы. Методы. Технологии. – 2014. – № 3(23). – С. 17–31.
8. Патент РФ 148250. Датчик определения граничных параметров взаимодействия тел в вибрационных системах / А.В. Елисеев, А.И. Артюнин, С.В. Елисеев, Е.В. Каимов; Заявл 05.05.2014. Оpubл. 27.11.2014. Бюл. № 33.

#### References

1. Blehman I.I. Vibracionnaja mehanika. M.: Nauka, 1994. 400 p.
2. Vibracii v tehnike. Spravochnik. T 4. Vibracionnye processy i mashiny / Pod red. Je.Je. Lavendela. M.: Mashinostroyeniye. 1981. 509 p.
3. Kopylov Ju.R. Dinamika processov vibroudarnogo uprochneniya: monografija. Voronezh: IPC «Nauchnaja kniga», 2011. 568 p.
4. Eliseev A.V. Teoreticheskie osnovy processov vzaimodejstviya material'noj chasticy s vibrirujushhej poverhnost'ju s neuderzhivajushhimi svyazjami / A.V. Eliseev, I.S. Sitov // Sistemy. Metody. Tehnologii. 2012. no. 4. pp. 19–29.
5. Eliseev A.V. Opredelenie kontaktnyh reakcij v sostavnyh tverdyh telah pri dinamicheskikh nagruzkah s uchetom neuderzhivajushhix svyazej / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev // Sovremennye tehnologii. Sistemnyj analiz. Modelirovanie. 2014. no. 1. pp. 45–54.
6. Eliseev A.V. Tehnologija ocenki svojstv dinamicheskikh vzaimodejstvij v kontaktah sostavnyh tverdyh tel // Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka. 2014. no. 1–2. pp. 179–183.
7. Eliseev A.V. Neuderzhivajushhie svyazi v dinamicheskikh vzaimodejstvijah sypuchej sredy i vibrirujushhej poverhnosti: nauchno-metodologicheskoe obosnovanie tehnologii vibracionnogo uprochneniya / A.V. Eliseev, S.V. Eliseev, A.G. Pnev, V.B. Kashuba, I.S. Sitov // Sistemy. Metody. Tehnologii. 2014. no. 3(23). pp. 17–31.
8. Patent RF 148250. Datchik opredelenija granichnyh parametrov vzaimodejstviya tel v vibracionnyh sistemah / A.V. Eliseev, A.I. Artjunin, S.V. Eliseev, E.V. Kaimov; Zajavl 05.05.2014. Opubl. 27.11.2014. Bjul. no. 33.