УДК 658.264

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ МНОГОСЛОЙНОГО ОРТОТРОПОВОГО ЦИЛИНДРА

[1]Земенков Ю.Д., [2]Моисеев Б.В., [1]Налобин Н.В., [1]Дудин С.М.

[1]ФГБОУ ВО «Тюменский государственный нефтегазовый университет», Тюмень, e-mail: srg_work@mail.ru;

[2]ФГБОУ ВО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет», Тюмень, e-mail: Mr-Fahrenheit@yandex.ru

Проблема теплопроводности в многослойном, двухмерном, ортотроповом цилиндре, взаимосвязанная с асимметричным и циклическим распределением температуры по внешней стенке, решена аналитически. Размерный пространственный анализ проблемы показывает, что теплопроводность через цилиндр является функцией числа Био и следующих четырех безразмерных параметров в каждом слое: коэффициента частоты (α_n^*), коэффициента плотности (x_n^*), а также радиального ($K_{r,n}^*$) и тангенциального ($K_{t,n}^*$) коэффициентов проводимости. Решение обосновано для произвольного числа слоев и было использовано для изучения влияния расположения слоев на внутрислоевую и общую теплопередачу. Как пример, рассматривается цилиндр, состоящий из двух слоев. На основании проведенных исследований авторами опубликована серия работ по температурным режимам в изоляции трубопроводов различных назначений и разных типов прокладок.

Ключевые слова: распределение температуры, многослойный цилиндр, трубопровод, смешанные материалы

TEMPERATURE DISTRIBUTION OF A MULTILAYER ORTHOTROPIC CYLINDER

[1]Zemenkov Y.D., [2]Moiseev B.V., [1]Nalobin N.V., [1]Dudin S.M.

[1]FGBO of higher education «Tyumen State Oil and Gas University», Tyumen, e-mail: srg_work@mail.ru;

[2]FGBOU of higher education «The Tyumen state architectural and construction university», Tyumen, e-mail: Mr-Fahrenheit@yandex.ru

The problem of heat conduction in a multi-layer, two-dimensional, orthotropic cylinder interrelated to asymmetric and periodic temperature distribution along the outer wall is solved analytically. Dimensional analysis of the problem shows that heat conduction through the cylinder is a function of the Biot number (Bi) and the following four non-dimensional parameters in each layer: frequency ratio (α_n^*), thickness ratio x_n^*) as well as radial ($K_{r,n}^*$) and tangential ($K_{t,n}^*$) conduction ratios. The decision is valid for an arbitrary number of layers and has been used to study the effect of layer order on inter-layer and overall heat transfer. As an example, a cylinder composed of two layers is considered. On the basis of the conducted researches by authors a series of works on temperature conditions in isolation of pipelines of various appointments and different types of laying is published.

Keywords: temperature distribution, multi-layer cylinder, pipeline, composite materials

Использование смешанных материалов значительно возросло за последнее время. Основное преимущество заключается в том, что их теплотехнические свойства отвечают насущным потребностям, и специалистов это особенно интересует. Легко поддающиеся изменению тепловые свойства смешанных материалов в такой же степени могут быть важными для их использования при изоляции трубопроводов. Разница коэффициентов теплопроводности в различных направлениях может привести к тепловому напряжению, поэтому авторы уделяли особое внимание тепловому режиму при теплоизоляции цилиндра, изготовленного с ортотроповым слоем.

Из анализа нормативных расчетных и фактических потерь теплоты трубопроводами выявлены значительные расхождения [4, 5]. В связи с этим и на основании проведенных исследований авторами была опубликована серия работ по температурным режимам в изоляции трубопроводов различных назначений и разных типов прокладок [1, 2, 3, 7].

В современных проектах используют несколько слоев из различных комбинированных материалов. Каждый из этих слоев рассчитан так, чтобы выдержать структурные, тепловые и химические нагрузки, которым может подвергаться конечный продукт. Существует необходимость изучать многослойный ортотропный цилиндр, включая теплопередачу внутренних слоев и всего цилиндра. С такими вопросами сталкиваются при конструировании цистерн для хранения химических веществ, прокладке нефте- и газопроводов. Использование наложения и распада системы Фурье позволило в исследовании применить комплексные графики распределения температуры. Для постановки задачи были приняты основные положения из теории теплообмена [6].

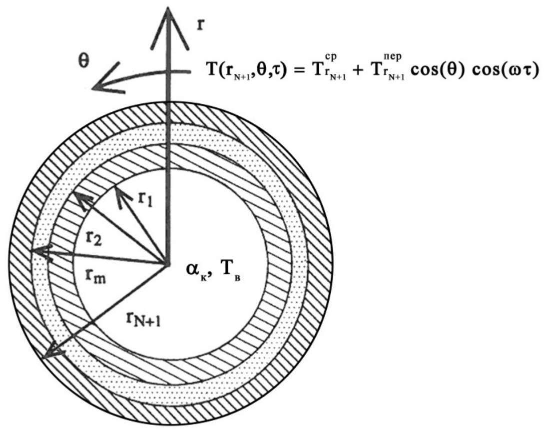

Рис. 1. Схема цилиндра

Материалы и методы исследования

На рис. 1 показана схема цилиндра и основных пограничных с ним состояний. Двухмерное нестационарное уравнение теплопроводности для энного ортотропного слоя следующее (1). Ортотропия – неодинаковость физических свойств среды по двум (трем) взаимно перпендикулярным направлениям внутри этой среды и является частным случаем анизотропии.

$$\rho_n C_{p,n}(\partial T_n/\partial\tau) = k_{r,n}(1/r)[\partial(r\partial T_n/\partial r)/\partial r] +$$
$$+k_{t,n}(1/r^2)(\partial^2 T_n/\partial\theta^2),\ N \ge n \ge 1. \quad (1)$$

Теплопередача обусловливается частными дифференциальными уравнениями в зависимости от количества слоев (N). Требуемые пограничные условия следующие:

$$k_{r,1}[\partial T_1(r_1,\theta,\tau)/\partial r] = \alpha_к[T_1(r_1,\theta,\tau) - T_в], \quad (2)$$

$$T_n(r_n,\theta,\tau) = T_{n-1}(r_n,\theta,\tau),\ N \ge n > 1, \quad (3)$$

$$k_{r,n}[\partial T_n(r_n,\theta,\tau)/\partial r] = k_{r,n-1}[\partial T_{n-1}(r_n,\theta,\tau)/\partial r],$$
$$N \ge n > 1, \quad (4)$$

$$T_N(r_{N+1},\theta,\tau) = T^{ср}_{r_{N+1}} + T^{пер}_{r_{N+1}}\cos(\theta)\cos(\omega\tau), \quad (5)$$

$$T_n(r,\theta,\tau) = T_n(r,\theta+2\pi,\tau),\ \mathrm{N} \ge \mathrm{n} \ge 1. \quad (6)$$

где ρ_n – плотность материала цилиндра; $C_{p,n}$ – теплоемкость материала; T – температура; τ – время; k – коэффициент теплопроводности; r – радиус; θ – угол; N – количество слоев; $N + 1$ – внешний радиус цилиндра; n – номер слоя; r – радиальное направление; t – тангенциальное направление; $T_в$ – температура, при которой происходит конвекция во внутреннем радиусе цилиндра; r_1 – внутренний радиус цилиндра; ω – частота изменяющейся температуры; $T^{ср}_{r_{N+1}}$ – средняя температура на внешнем радиусе цилиндра; $T^{пер}_{r_{N+1}}$ – величина изменяющейся температуры на внешнем радиусе цилиндра; α_K – коэффициент конвекции.

Для достижения постоянной циклической теплопроводности не требуется никакого начального условия. $T^{ср}_{r_{N+1}}$ и $T_в$ были взяты равными нулю, чтобы упростить решение, но это упрощение влияет на потерю всеобщего характера такого решения для циклических компонентов. Влияние $T^{ср}_{r_{N+1}}$ и $T_в$ на общее распределение температуры заключается в использовании наложения. Авторы определяли следующие безразмерные группы:

$$R \equiv r/r_1;\ \phi_n(R,\theta,\tau') \equiv T_n(r/r_1,\theta,\omega\tau)/T^{пер}_{r_{N+1}};$$

$$\tau' \equiv \omega\tau;\ K_{r,n} \equiv k_{r,n}/k_{r,1};$$

$$K_{t,n} \equiv k_{t,n}/k_{r,1};\ \mathrm{Bi} \equiv (\alpha_к r_1)/k_{r,1},\ \text{and}\ a_n \equiv [\rho_n C_{p,n}\omega(r_1)^2]/k_{r,1}.$$

Используя эти группы, уравнения (1)–(5) переписываем следующим образом:

$$K_{r,n}(1/R)[\partial(R\partial\phi_n/\partial R)] + K_{t,n}(1/R^2)(\partial^2\phi_n/\partial\theta^2) = a_n(\partial\phi_n/\partial\tau'), \quad (7)$$

$$\partial\phi_1(1,\theta,\tau')/\partial R = \mathrm{Bi}\phi_1(1,\theta,\tau'), \quad (8)$$

$$\phi_n(R_n,\theta,\tau') = \phi_{n-1}(R_n,\theta,\tau'),\ N \ge n > 1, \quad (9)$$

$$K_{r,n}[\partial\phi_n(R_n,\theta,\tau')/\partial R] = K_{r,n-1}[\partial\phi_{n-1}(R_n,\theta,\tau')/\partial R],\ N \ge n > 1, \quad (10)$$

$$\phi_N(R_{N+1},\theta,\tau') = \cos(\theta)\cos(\tau'). \quad (11)$$

Решение к $\phi_n(R,\theta,\tau')$ может быть найдено путем определения вспомогательной задачи $\zeta_n(R,\theta,\tau')$. Объединяя $\phi_n(R,\theta,\tau')$ с $\zeta_n(R,\theta,\tau')$ получаем:

$$\xi_n(R,\theta)\exp(\mathrm{i}\tau') = \phi_n(R,\theta,\tau') + \mathrm{i}\zeta_n(R,\theta,\tau');\ \mathrm{i} \equiv \sqrt{-1}. \quad (12)$$

где R – безразмерный радиус; K – безразмерный коэффициент теплопроводности; Bi – число Био; ϕ – безразмерная температура; α_n – безразмерная частота; ζ_n – добавочная безразмерная температура; τ' – безразмерное время.

Применив пограничные условия и осуществив определенные математические вычисления, получаем решение для энного слоя:

$$\xi_n(R,\theta)=\cos(\theta)[A_n J_{\sqrt{K_{t,n}/K_{r,n}}}(c_n R)+B_n Y_{\sqrt{K_{t,n}/K_{r,n}}}(c_n R)], \qquad (13)$$

где $c_n \equiv \sqrt{a_n / K_{r,n}}\exp(-i\pi/4)$. Температура и радиальная теплопроводность в энном слое, соответственно:

$$T_n^{\text{период}}(R,\theta,\tau')=T_{r_{N+1}}^{\text{пер}}\operatorname{Re}[\xi_n(R,\theta)\exp(i\tau')], \qquad (14)$$

$$Q_n^{\text{период}}(R,\theta,\tau')=-K_{r,n}\partial(\operatorname{Re}[\xi_n(R,\theta)\exp(i\tau')])/\partial R. \qquad (15)$$

где $T_n^{\text{период}}$, $Q_n^{\text{период}}$ – температура и радиальная теплопроводность в энном слое; A – комплексная постоянная; B – комплексная постоянная; J – комплексная функция Бесселя первого рода; exp – показатель к основанию e; Re – действительная часть комплексной величины между скобками; ξ_n – пространственная часть комплекса безразмерной температуры.

Результаты исследования и их обсуждение

Циклическая радиальная теплопроводность в цилиндре, состоящем из N слоев, зависит от 4N параметров. Сочетание важных параметров быстро возрастает с ростом количества слоев. Как простой пример приведен двухслойный цилиндр. Двухслойный цилиндр может состоять из слоя, который несет структурную нагрузку, и изоляционного слоя. Такой подход помогает достичь структурной целостности первого слоя при наличии внешних тепловых нагрузок.

Величины во внутреннем слое n = 1 были установлены на $a_1 = 3{,}0$, $R_2 = 1{,}5$ и $K_{t,1} = 2{,}0$, $K_{r,1} = 1{,}0$ по определению. Переменные величины параметров во внешнем слое представлены в виде коэффициентов относительно величин во внутреннем слое. Четыре новых параметра определены как следующие: коэффициент плотности $x \equiv (R_3 - R_2)/(R_2 - R_1)$, радиальный коэффициент проводимости $K_r^* = K_{r,2}/K_{r,1}$, тангенциальный коэффициент проводимости $K_t^* = K_{t,2}/K_{t,1}$ и коэффициент частоты $a^* = a_2/a_1$. Индекс коэффициента используется для определения порядка, в котором расположены слои. Если внешний слой сделан из изоляционного материала, то $K_r^* < 1{,}0$ и наоборот. Подобные аргументы применены к K_t^*, a^*.

Результаты зависят от величин радиальной теплопроводности во внутреннем ($Q_{m,1}$) и поверхностном ($Q_{m,2}$) радиусах. $Q_{m,2}$ важна при рассмотрении изменения свойств для внутреннего слоя, когда теплота достигает его через внешний слой. Несколько значений *x* было использовано. Значения *x* показаны на рис. 2. Следующие относительные величины были использованы (кроме изучаемого параметра): $K_r^* = 2{,}0$; $K_t^* = 2{,}0$; $a^* = 2{,}0$ и Bi = 0,7.

Рис. 2 показывает изменение в $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$ с Bi. Большое значение Bi указывает на то, что внутренний слой имеет низкий k_r и/или высокий α_K. Более высокий Bi влияет на более низкое радиальное теплопроводное сопротивление во внутреннем слое. Общее радиальное теплопроводное сопротивление является суммой сопротивлений обоих слоев. Т.к. K_r^* – величина постоянная, сопротивление внешнего слоя увеличивается с *x*. При низкой *x* радиальное сопротивление соответствует главным образом внутреннему слою. Таким образом, величины $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$ значительно изменяются с Bi при низкой *x*. Для *x* > 2,0 сопротивление внешнего слоя преобладает, и влияние Bi на радиальную теплопроводность уменьшается. Для *x* > 4,0 Bi не оказывает значительного влияния на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$.

Рис. 3 показывает влияние a^* на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$. Для *x* < 1,0 изменение в Q_mi и Qm,2 с a^* различные. При низкой *x* теплота, проходящая через внешний слой, слегка возрастает с a^*, в то время как оно остается относительно постоянным или падает во внутреннем слое. Такой результат подтверждает изоляционное влияние внутреннего слоя с определенными K_r^* и K_t^*. Когда *x* > 1,0 как $Q_{m,1}$, так и $Q_{m,2}$ уменьшаются с a^*. Скорость уменьшения $Q_{m,1}$ с a^* больше, чем у $Q_{m,2}$, что подтверждает изоляционные свойства внутреннего слоя для данных относительных значений.

Рис. 4 показывает влияние K_r^* на $Q_{m,1}$, и $Q_{m,2}$. Если $K_r^* < 1{,}0$, это означает, что внешний слой обеспечивает теплоизоляцию, в то время как, если $K_r^* > 1{,}0$, то внутренний слой является изолятором. Радиальное сопротивление теплопроводности в слое прямо пропорционально *x* и обратно пропорционально K_r^*, т.к. величины во внутреннем слое постоянны, радиальное сопротивление теплопроводности внутреннего слоя остается постоянным при различных K_r^*. Общее сопротивление цилиндра изменяется с изменением сопротивления внешнего слоя. Низкий K_r^* означает, что внешний слой является изолятором. Низкий K_r^* с относительно плотным внешним слоем (например, *x* > 0,5) приводит к значительным увеличениям in $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$. Если снижение значений радиальной теплопроводности увеличивается, то плотность внешнего слоя также увеличивается. При высоком K_r^* вклад внешнего слоя в общее радиальное теплосопротивление значителен только тогда, когда он сопровождается высотой *x*. Таким образом, значения $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$ не зависят от изменения $K_r^* > 4$ и $x < 0,5$.

Рис. 5 показывает влияние K_t^* на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$. Переменный K_t^* не имеет значительного влияния на $Q_{m,1}$. Главной причиной изменений в $Q_{m,1}$ является *x*. Влияние K_t^* на $Q_{m,2}$ ограничивается $0,5 < x < 2,0$. В этой цепочке увеличение K_t^* отражается в снижении в $Q_{m,2}$. Более высокое значение K_t^* означает более низкое тангенциальное сопротивление теплопроводности, и большее количество теплоты, проходящего через внешнюю стенку цилиндра, будет проведено в тангенциальном, а не в радиальном направлении. Низкая *x* вызывает низкое тангенциальное сопротивление независимо от K_t^*. Аналогично, высокое значение *x* вызывает высокое тангенциальное сопротивление независимо от K_t^*.

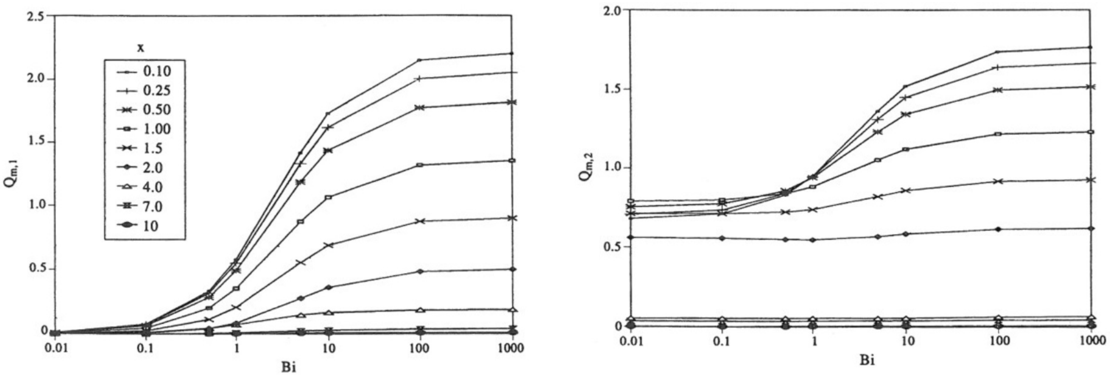

Рис. 2. Влияние Bi на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$

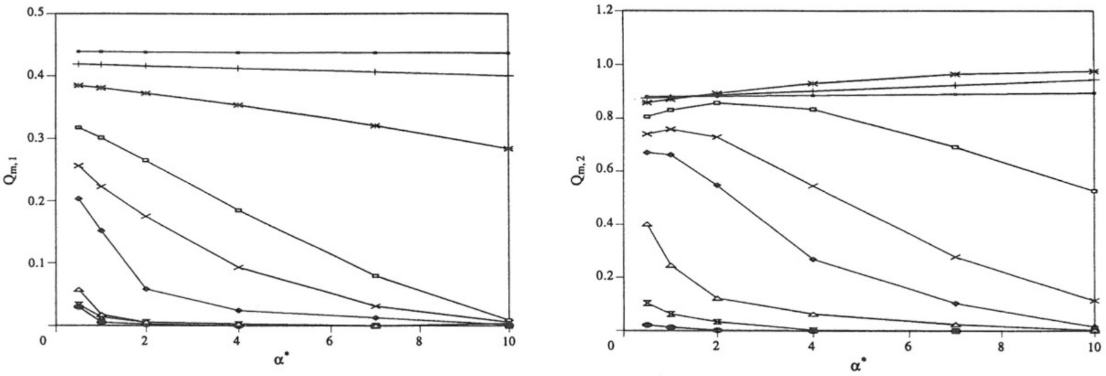

*Рис. 3. Влияние a^* на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$. Примечание: пометки сверху * – параметр относительно его величины во внутреннем слое*

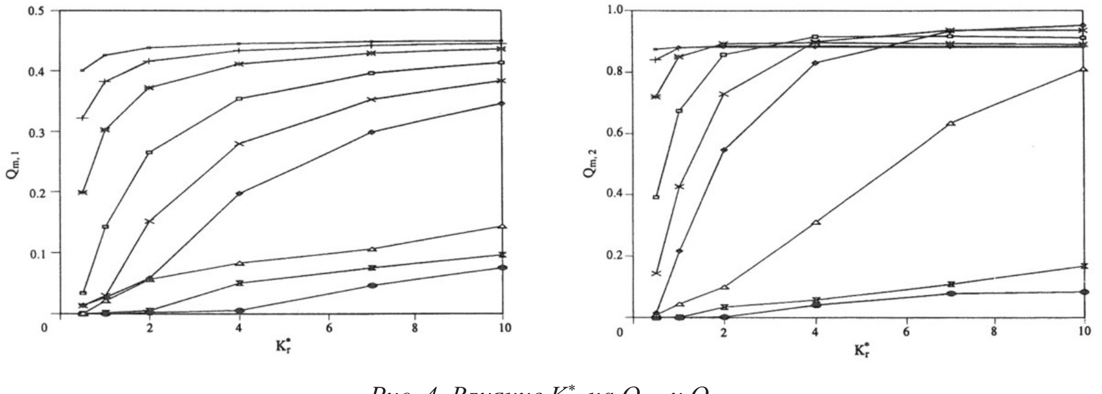

Рис. 4. Влияние K^*_r на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$

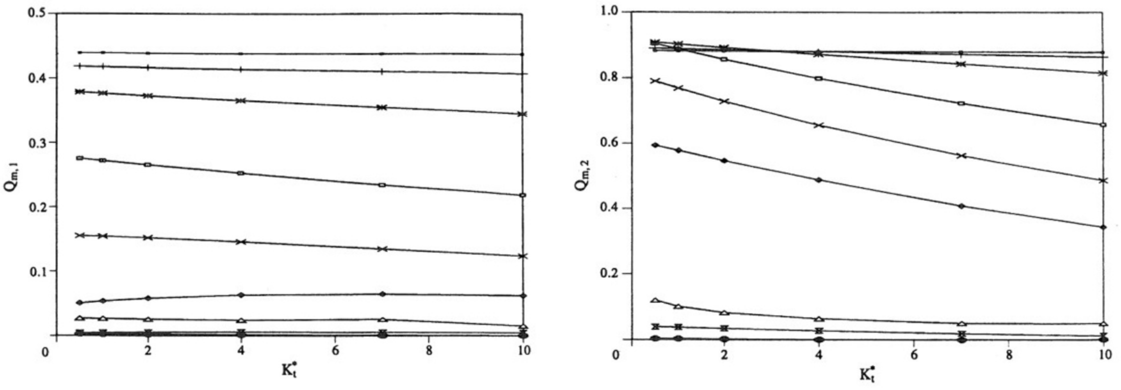

Рис. 5. Влияние K^*_t на $Q_{m,1}$ и $Q_{m,2}$

Выводы

При анализе нормативных, расчетных и фактических потерь теплоты трубопроводами выявлены значительные расхождения. В связи с этим и на основании проведенных исследований авторами была опубликована серия работ по температурным режимам в изоляции трубопроводов различных назначений и разных типов прокладок [1–4].

1. В результате аналитического вычисления получены зависимости (14) и (15), позволяющие определить температуру и радиальную теплопроводность в энном слое (n).

2. Аналитически решены вопросы теплопроводности в многослойном двухмерном ортотроповом цилиндре, взаимосвязанные с ассиметричным и циклическим распределением температуры во внешней стенке.

3. Из теории теплообмена авторы показали, что теплопроводность через цилиндр является функцией числа Био и следующих четырех безразмерных параметров в каждом слое: коэффициента частоты (α^*_n), коэффициента плотности (x^*_n), а также радиального ($K^*_{r,n}$) и тангенциального ($K^*_{t,n}$) коэффициентов проводимости. Были построены графики зависимости.

Исследования выполнялись на основании целевой и комплексной программы «Нефть и газ Западной Сибири».

Список литературы

1. Земенков Ю.Д., Моисеев Б.В., Дудин С.М., Налобин Н.В. Математическое моделирование взаимодействия наземных трубопроводов с окружающей средой. Известия вузов. Нефть и газ. – Тюмень, 2014. – № 2. – С. 51–56.

2. Земенков Ю.Д., Моисеев Б.В., Дудин С.М., Налобин Н.В. Методики определения оптимальной толщины изоляции наземных трубопроводов. Территория Нефтегаз. – 2014. – № 3. – С. 77–80.

3. Земенков Ю.Д., Моисеев Б.В., Дудин С.М., Налобин Н.В. Теплообменники с использованием анизотропно-пористых материалов // Территория Нефтегаз. – 2015. – № 2. – С. 24–27.

4. Илюхин К.Н., Налобин Н.В. Повышение энергоэффективности и снижение теплопотерь в системах теплоснабжения нефтегазовых объектов на севере Западной Сибири. – Спб.: ООО «Недра», 2007. – 114 с.: ил.

5. СНиП 41-03-2003. Тепловая изоляция оборудования и трубопроводов. – М.: Госстрой, 2004. – 29 с.

6. Теория тепломассообмена. Под редакцией Леонтьева А.И. – М.: Высшая школа, 1979. – 495 с.

7. Шаповал А.Ф., Моисеев Б.В., Илюхин К.Н., Стрельчук Р.О. Исследование области эффективного применения теплообменных поверхностей из анизотропно-пористого материала. Известия вузов. Строительство, 2008. – № 1. – С. 62–65.