УДК 53

ДВИЖЕНИЕ МАЛОГО ТЕЛА ПО ЭЛЛИПСУ В ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ХИЛЛА

Жапбаров С.А., Ажибеков К.Ж., Ермаханов М.Н., Садыков Ж.А., Аман М., Карибай Г., Мақанова Г.С.

Южно-Казахстанский государственный университет им. М.О. Ауэзова, Шымкент, e-mail: myrza1964@mail.ru

В статье для пассивно гравитирующего тела совершающего движение в поле тяготения центрального и внешнего тела записаны дифференциальные уравнения движения и найдены первые интегралы. Найденные решения можно использовать в качестве промежуточной орбиты.

Ключевые слова: тело, движение, поле тяготення

THE SMALL MOVEMENT OF A BODY IN AN ELLIPSE IN THE GRAVITATIONAL FIELD OF THE HILL

Zhapbarov S.A., Azhibekov K.Z., Ermahanov M.N., Sadykov Z.A., Aman M., Karibaj G., Maқanova G.S.

South Kazakhstan state University M.O. Auezov, Shymkent, e-mail: myrza1964@mail.ru

In an article for passively gravitating body executes the motion in the gravitational field of the Central and exterior body recorded differential equations of motion and found the first integrals. The solutions found can be used as an intermediate orbit.

Keywords: body, movement, field tyagotenia

Пусть малое тело массы m_0 движется в поле тяготения центрального тела массы m_1 и внешнего тела массы m_2. Здесь $m_1 > m_2 >> m_0$ и внешнего тело движется относительно центрального тела по окружности, тогда силовая функция плоской второй задачи Хилла имеет вид:

$$u = \frac{\bar{\mu}}{\rho} + \frac{1}{2}\vartheta\rho^2 \qquad (1)$$

где $\bar{\mu} = f\left(m_1 + m_2\right)$ – гравитационная постоянная, v – постоянный параметр, x, y – координаты малого тела, $\rho^2 = x^2 + y^2$.

Силовая функция (1) учитывает поле тяготения шарообразного центрального тела и некоторую часть поля тяготения внешнего тела.

Выполнив замену переменных с учетом (1) дифференциальные уравнения движения малого тела можно записать в следующем виде:

$$dv = \frac{wdw}{\sqrt{\alpha + Hw^2 + 2w^3 - w^4}},$$

$$\frac{dt}{dv} = \frac{c^3}{\bar{\mu}^2}\cdot\frac{1}{w} \qquad (2)$$

где $w = \frac{c^2}{\rho}\cdot\frac{1}{\bar{\mu}}$, $H = \frac{2hc^2}{\bar{\mu}^2}$, $\alpha = \frac{vc^6}{\bar{\mu}^4}$,

с – постоянная интеграла площадей, h – постоянная интеграла энергий.

В работе [2] выполнена классификация типов движения:

1. Прямолинейное движение $\alpha = 0$, $H = 0$, $c = 0$;
2. Параболический тип движения $\alpha > 0$, $H = 0$;
3. Эллиптический тип движения $\alpha > 0$, $H < 0$;
4. Гиперболический тип движения $\alpha > 0$, $H > 0$;
5. Круговой тип движения $\alpha > 0$, $H < 0$, $e = 0$;

где e – эксцентриситет орбиты пассивно гравитирующего тела.

Рассматриваем эллиптический тип движенияс привлечением эллиптических функции Якоби.

В случае эллиптического типа движения имеем $\alpha > 0$, $H < 0$, поэтому дифференциальное уравнение (2) имеет вид:

$$dv = \frac{wdw}{\sqrt{\alpha - Hw^2 + 2w^3 - w^4}} \qquad (3)$$

$$\frac{dt}{dv} = \frac{c^3}{\bar{\mu}^2}\cdot\frac{1}{w^2}. \qquad (4)$$

По теореме Декарта подкоренной полином $G_4(w) = \alpha - Hw^2 + 2w^3 - w^4$ имеет три положительных корня α_1, α_2 α_3 и один отрицательный. Полином положителен в двух интервалах: А. $\alpha_4 < w < \alpha_3$ и В. $\alpha_2 < w < \alpha_1$.

Интегрирование дифференциальных уравнений (3) и (4) было выполнено в статье [3]. Пользуясь этой методикой полярные координаты малого тела.

Интервал A ($\alpha_4 < w < \alpha_3$)

$$v = \left(v_{00} + k^2 v_{02} + k^4 v_{04}\right)u + \left(k^2 v_{12} + k^2 v_{14}\right)\sin\frac{\pi}{\kappa}u + k^4 v_{24}\sin\frac{2\pi}{\kappa}u + \cdots \quad (5)$$

$$S = \left(S_{00} + k^2 S_{02} + k^4 S_{04}\right) + \left(k^2 S_{12} + k^2 S_{14}\right)\cos\frac{\pi}{\kappa}u + k^4 S_{24}\cos\frac{2\pi}{\kappa}u + \cdots \quad (6)$$

$$u = \left(u_{00} + k^2 u_{02} + k^4 u_{04}\right)t + \left(k^2 u_{12} + k^4 u_{14}\right)\sin\frac{\pi}{\kappa}t + k^4 u_{24}\sin\frac{2\pi}{\kappa}t + \cdots \quad (7)$$

Все коэффициенты (5)–(7) определены в виде формул от корней полинома $G_4(w) = \alpha - Hw^2 + 2w^3 - w^4$ и для краткости не будем их приводить.

Интервал B ($\alpha_2 < w < \alpha_1$).

Полярный угол и полярный радиус записаны точно такими же формулами, как и на интервале A, лишь с той разницей, что коэффиценты определены другими выражениями от корней полинома $G_4(w) = \alpha - Hw^2 + 2w^3 - w^4$.

Из выражений (5–7) видно, что полярный радиус не содержит вековых членов, а полярный угол пропорционален времени. Но прямоугольные координаты

$$x = S\cos v,\ \ y = S\cos v$$

вековых членов не имеют, следовательно результаты приемлемы на достаточно большом промежутке времени сопоставимы с соответствующими интервалами A и B.

Найденные решения можно использовать в качестве промежуточной орбиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шинибаев М.Д. Поступательное движение пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральным поле тяготения. – Алматы, РИО ВАК, 2001. – 127 с.

2. Шинибаев М.Д., Досыбеков С.К. Классификация типов движения во второй промежуточной орбите Хилла. // Поиск. Научный журнал министерства науки и высшего образования. – 1999. – № 3. – С. 147–150.

3. Жапбаров С.А., Шинибаев М.Д. Движение пассивно гравитирующего тела в поле тяготения Хилла в случае малого наклона орбиты к основной плоскости на интервале $\alpha_1 < w$ //Актуальные проблемы механики имашиностроения. Международная научная конференция. КазНТУ им. К. Сатпаева. – Алматы, 2005. – С. 14–17.

4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. – 720с.

5. Аксенов Е.П. Специальные функции в небесной механике. – М.: 1986. – 318 с.