УДК 53

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ТИП ДВИЖЕНИЯ ПАССИВНО ГРАВИТИРУЮЩЕГО ТЕЛА ВО ВТОРОЙ ЗАДАЧЕ ХИЛЛА

Жапбаров С.А., Ажибеков К.Ж., Ермаханов М.Н., Бесбаев Г.А., Курымбаева Н., Бекболатова С.С.

Южно-Казахстанский государственный университет им. М.О. Ауэзова, Шымкент, e-mail: myrza1964@mail.ru

В статье для пассивно гравитирующего тела в поле тяготения центрального и внешнего тела получены дифференциальные уравнения орбитального движения. Найдены полярные координаты в случае гиперболического типа движения. Найденные решения можно использовать в качестве промежуточной орбиты.

Ключевые слова: гравитирующее тело, масса, движение

HYPERBOLIC TYPE MOTION PASSIVELY GRAVITATING BODY IN THE SECOND TASK OF THE HILL

Zhapbarov S.A., Azhibekov K.Z., Ermahanov M.N., Besbaev G.A., Kurymbaeva N., Bekbolatova S.S.

South Kazakhstan state University M.O. Auezov, Shymkent, e-mail: myrza1964@mail.ru

In an article for passively gravitating body in the gravitational field of the Central and exterior body obtained differential equations of the orbital motion. Found polar coordinates in the case of hyperbolic type motion. The solutions found can be used as an intermediate orbit.

Keywords: gravitating body, mass, movement

Пусть пассивно гравитирующее тело массы m_0 движется в поле тяготения центрального тела массы m_1 и внешнего тела массы m_2. Пусть $m_1 > m_2 >> m_0$ и внешнего тело движется относительно центрального тела по окружности, тогда силовая функция плоской второй задачи Хилла имеет вид:

$$u = \frac{\bar{\mu}}{\rho} + \frac{1}{2}\vartheta\rho^2 \quad (1)$$

где $\bar{\mu} = f\left(m_1 + m_2\right)$ – гравитационная постоянная, v – постоянный параметр, x, y – координаты пассивно гравитирующего тела, $\rho^2 = x^2 + y^2$.

Силовая функция (1) учитывает поле тяготения шарообразного центрального тела и некоторую часть поля тяготения внешнего тела.

Выполнив замену переменных с учетом (1) дифференциальные уравнения движения пассивно гравитирующего тела можно записать в следующем виде:

$$dv = \frac{wdw}{\sqrt{\alpha + Hw^2 + 2w^3 - w^4}},$$

$$\frac{dt}{dv} = \frac{c^3}{\bar{\mu}^2} \cdot \frac{1}{w} \quad (2)$$

где $w = \frac{c^2}{\rho} \cdot \frac{1}{\bar{\mu}}$, $H = \frac{2hc^2}{\bar{\mu}^2}$, $\alpha = \frac{vc^6}{\bar{\mu}^4}$,

c – постоянная интеграла площадей,

h – постоянная интеграла энергий.

Варьируя параметры α и H найдем следующие типы движения пассивно гравитирующего тела во второй задаче Хилла:

1. Прямолинейное движение $\alpha = 0$, $H = 0$.
2. Параболический тип движения $\alpha > 0$, $H = 0$.
3. Эллиптический тип движения $\alpha > 0$, $H < 0$.
4. Гиперболический тип движения $\alpha > 0$, $H > 0$.
5. Круговой тип движения $\alpha > 0$, $H < 0$, $e = 0$.

где e – эксцентриситет орбиты пассивно гравитирующего тела.

В случае гиперболического типа движения имеем $\alpha > 0$, $H > 0$, поэтому (2) перепишем без изменения.

$$dv = \frac{wdw}{\sqrt{\alpha + Hw^2 + 2w^3 - w^4}}$$

$$\frac{dt}{dv} = \frac{c^3}{\bar{\mu}^2} \cdot \frac{1}{w^2}.$$

Подкоренной полином имеет четыре корня. Пользуясь теоремой и расширенной теоремой Декарта находим, что полином имеет один положительный и один отрицательный корень. На долю комплексных корней остается два корня. Обозначив положительный корень через α_1, а отрицательный через α_2 и комплексно сопряженные через $\alpha_3 = b_1 + c_1 i$, $\alpha_4 = b_1 - c_1 i$ приходим к ситуации, которых у нас складывалось в случае параболического движения [3].

В реальных движениях $G_4(w) > 0$, поэтому имеем два интервала которые составляют область возможности движения:

A: интервал $\alpha_1 < w$.

B: интервал $\alpha_2 < w < \alpha_1$.

Рассмотрим далее первый интервал т.е. А, здесь уместно оставить обозначения без изменения, тогда в интервале $\alpha_1 < w$ полярные координаты пассивно гравитирующего тела в случае А гиперболического типа движения определяется выражениями

$$v = \left(v_{00} + kv_{01} + k^2 v_{02}\right)u + k^2 v_{12} \sin\frac{\pi}{\kappa}u + Rv_{21}\sin\frac{\pi}{2\kappa}u + k^2 v_{42}\sin\frac{3\pi}{\kappa}u +$$

$$+k^2 v_{52}\sin\frac{3\pi}{2\kappa}u + k^2 v_{62}\sin\frac{5\pi}{\kappa}u + k^2 v_{72}\sin\frac{7\pi}{2\kappa}u + k^2 v_{82}\sin\frac{9\pi}{2\kappa}u + \ldots \tag{3}$$

$$\rho = \left(e_{00} + k^2 e_{02}\right) + \left(k^2 e_{12} + k^3 e_{13}\right)\cos\frac{\pi}{\kappa}u + \left(ke_{21} + k^3 e_{23}\right)\cos\frac{\pi}{2\kappa}u + k^3 e_{33}\cos\frac{2\pi}{\kappa}u +$$

$$+k^2 e_{42}\cos\frac{3\pi}{\kappa}u + \left(k^2 e_{52} + k^3 e_{53}\right)\cos\frac{3\pi}{2\kappa}u + \left(k^2 e_{62} + k^3 e_{63}\right)\cos\frac{5\pi}{\kappa} +$$

$$+k^3 e_{73}\cos\frac{5\pi}{2\kappa}u + \left(k^2 e_{82} + k^3 e_{83}\right)\cos\frac{7\pi}{2\kappa}u + \left(k^2 e_{112} + k^3 e_{113}\right)\cos\frac{9\pi}{2\kappa}k^3 e_{123}\cos\frac{4\pi}{\kappa}u + \ldots.. \tag{4}$$

$$u = \alpha_0 t + \left(k^2 T_{12} + k^3 T_{13}\right)\sin\beta_0 t + \left(kT_{21} + k^2 T_{22} + k^3 T_{23}\right)\sin\frac{1}{2}\beta_0 t +$$

$$+\left(k^2 T_{32} + k^3 T_{33}\right)\sin 2\beta_0 t + \left(k^2 T_{42} + k^3 T_{43}\right)\sin 3\beta_0 t + \left(k^2 T_{52} + k^3 T_{53}\right)\sin\frac{3}{2}\beta_0 t +$$

$$+\left(k^2 T_{62} + k^3 T_{63}\right)\sin 5\beta_0 t + k^3 T_{73}\sin\frac{5}{2}\beta_0 t + \left(k^2 T_{82} + k^3 T_{83}\right)\sin\frac{7}{2}\beta_0 t +$$

$$+k^3 T_{93}\sin\frac{11}{2}\beta_0 t + \left(k^2 T_{102} + k^3 T_{103}\right)\sin\frac{9}{2}\beta_0 t + k^2 T_{112}\sin 4\beta_0 t + \ldots \tag{5}$$

а в случае В на интервале $\alpha_2 < w < \alpha_1$ выражениями:

$$v = \left(v_{00} + k^2 v_{02}\right)u + ku_{11}\sin\frac{\pi}{2\kappa}u + k^2 v_{32}\sin\frac{\pi}{\kappa}u$$

$$\rho = \rho_{00} + k^2\rho_{02} + k\rho_{11}\cos\frac{\pi}{2\kappa}u + k^2\rho_{32}\cos\frac{\pi}{\kappa}u$$

$$u = \alpha_0 t + kT_{01}\sin\beta_1 t + k^2 T_{22}\sin\beta_1 t$$

Здесь следует иметь в виду, что корни α_1, α_2, α_3, α_4 будут совершенно другими, чем при параболическом типе движения пассивно гравитирующего тела. В это можно убедиться определив методами алгебры границы этих корней в об их движениях.

Полученные решения пригодны и в случае малого наклона орбиты к основной плоскости. Кроме этого решения в позиционных координатах не имеют вековых членов. Используя (3) и (5) можно решить пространственную вторую задачу Хилла в случае малого наклона орбиты к основной плоскости.

Таким образом для плоской задачи Хилла найдены полярные координаты пассивно гравитирующего тела в случае гиперболического типа движения на интегралах $\alpha_1 < w$, $\alpha_2 < \omega < \alpha_1$, как явные функции времени.

Полученные решения представляют собой новую плоскую промежуточную орбиту ИЗС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шинибаев Н.Д., Досыбеков С.К. Классификация типов движений во второй промежуточной орбите Хилла. // Поиск. Научный журнал министерства науки и высшего образование. – 1999. – № 3. – С. 145–150.

2. Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. Справочное руководства по небесной механике и астродинамике. Глав.ред. физ. – мат. лит. – М.: Наука, 1976. – 864 с.

3. Жапбаров С.А., Жумабекова С., Карибай Г.Ж., Колбаев Б.Р. Параболический тип движения пассивно гравитирубщего тела во второй плоской задаче Хилла. // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6. – С. 3.