

УДК 622.011.04;622.023

**РАСЧЕТ РАЗВИТИЯ НЕУПРУГИХ ЗОН В МАССИВЕ НЕОДНОРОДНОГО СТРОЕНИЯ ВБЛИЗИ ПОЛОСТИ****<sup>1</sup>Ескалиев М.Е., <sup>2</sup>Балабекова М.Ж., <sup>1</sup>Кожамкулова Ж.Ж.**<sup>1</sup>КазГОСЖПУ, Алматы, e-mail: meskali@mail.ru;<sup>2</sup>ЕТУ, Алматы, e-mail: Maskura2012@mail.ru

В статье рассматривается проблемы теоретического обоснования развития неупругих зон в пластически неоднородной среде вокруг выработки различного назначения. Для ортотропного тела привлекается обобщенное условие текучести Мизеса на анизотропные тела. Даны соответствующие характеристики параметрам анизотропии и пределам текучести при сдвиге по отношению к главным осям изотропии. Построены круги напряжений Мора для нахождения значений критических сил и коэффициента внутренних трений.

**Ключевые слова:** ортотропные среда, анизотропная среда, пластическая зона, напряжения

**CALCULATION OF DEVELOPMENT ZONES IN ARRAY INELASTIC HETEROGENEOUS STRUCTURE NEAR THE CAVITY****<sup>1</sup>Eskaliev M.E., <sup>2</sup>Balabekova M.J., <sup>1</sup>Kozhamkulova J.J.**<sup>1</sup>KazGOSZhPU, Almaty, e-mail: meskali@mail.ru;<sup>2</sup>ETU, Almaty, e-mail: Maskura2012@mail.ru

The article deals with the problem of development of theoretical justification inelastic grounds in plastically inhomogeneous ground around developing various applications. For orthotropic massif involved generalized von Mises yield criterion for anisotropic massif. Listed the appropriate characteristics of the anisotropy parameters and shear yield stress with respect to the principal axes of isotropy. Mohr voltage circles built for finding the values of the critical forces and the coefficient of internal friction.

**Keywords:** orthotropic ground, anisotropic ground, the plastic ground, mechanical stress

Горные породы в условиях естественного залегания способны проявлять упругие и пластические свойства. Это свойство характерное для деформируемых твердых тел проявляется при сооружений горной выработки.

С переходом горнодобычных работ на большие глубины при достаточно высоком уровне статических и динамических (сейсмических) нагрузок горные породы вокруг пустых полостей (выработок) могут переходить в предельное состояние, а величины статических и сейсмических напряжений, превосходить пределы прочности горных пород, приводя к образованию зон неупругих деформаций, охватывающих полностью или частично контур выработки.

Существуют множество модели определения пластических зон в массиве вблизи контура подземного сооружения находящегося в горном массиве изотропного строения. Однако, модель массива как изотропного тела далеко не полностью описывает наблюдаемые в натуре особенности проявления горного давления. Попытка решить задачу в такой постановке для трансропного массива была предпринята в работах Ж.К. Масанова и М.Е. Ескалиева [1-3] на основе применения полу-обратного метода Перлина [4,5] для выработки находящегося в бесконечной среде. Вопрос исследования

закономерности возникновения пластических зон вокруг выработки находящегося в тяжелой полуплоскости, материал, который состоит из горной породы, имеющее наклонно-слоистое строение пока еще не изучен. Задача еще более осложниться тем что, если горная выработка находится в массиве неоднородно анизотропного строения. Прежде чем решить задачу в упругопластической постановке, немаловажно знать закономерности перехода массива вокруг выработки в пластическое состояние в направлениях вдоль и в крест слоев плоскости изотропии, а также в направлениях между ними, т.е. на главных площадках. Неизвестно также, на какой глубине начинается появления пластических зон в тяжелом наклонно-слоистом трансропном массиве вокруг горной выработки в зависимости от воздействия геостатических и тектонических сил. Естественно, такую задачу необходимо решить сначала методом предельного перехода. Для решения задач механики деформируемого твердого тела предельным переходом в качестве условия пластичности часто применяется соотношения Кулона-Мора, которая удобна тем, что позволяет одновременно определить возникновения зон пластичности от растягивающих и сжимающих напряжений.

Условие пластичности Мизеса с экспериментальными данными дает достаточно

близкие результаты (энергетическое условие пластичности)

$$f(\sigma) = \sqrt{I_2} = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \quad (1)$$

здесь  $I_2$  – второй инвариант девиатора напряжений,  $S_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0; \quad \sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3,$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Условие Мизеса приблизительно описывает течение изотропного материала. По-

этому простейшим условием текучести для анизотропного материала является то, которое сводится к закону Мизеса, когда анизотропия исчезающее мала.

Для ортотропного тела Хиллом было предложено условие пластичности, которое является обобщением условия Мизеса на анизотропные тела. Если  $x, y, z$  являются главными осями анизотропии, условие пластичности Хилла имеет вид

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (2)$$

где  $F, G, H, L, M, N$  – параметры анизотропии. Постоянные в этом условии текучести можно определить, для частных случаев одноосных растяжений в направлениях осей  $x, y, z$  и сдвигов между этими осями. Если  $\sigma_{xT}, \sigma_{yT}, \sigma_{zT}$  – пределы текучести при растяжении в главных направлениях анизотропии, тогда

$$F = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{yT}^2} + \frac{1}{\sigma_{zT}^2} - \frac{1}{\sigma_{xT}^2} \right), \quad \frac{1}{\sigma_{xT}^2} = G + H;$$

$$G = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{zT}^2} + \frac{1}{\sigma_{xT}^2} - \frac{1}{\sigma_{yT}^2} \right), \quad \frac{1}{\sigma_{yT}^2} = H + F; \quad (3)$$

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{xT}^2} + \frac{1}{\sigma_{yT}^2} - \frac{1}{\sigma_{zT}^2} \right), \quad \frac{1}{\sigma_{zT}^2} = F + G;$$

Если  $L, M, N$  – пределы текучести при сдвиге по отношению к главным осям изотропии, то в этом случае

$$L = \frac{1}{2\tau_{yzT}^2}, \quad M = \frac{1}{2\tau_{xzT}^2}, \quad N = \frac{1}{2\tau_{xyT}^2}. \quad (4)$$

$\sigma_{xT}, \sigma_{yT}, \sigma_{zT}, \tau_{xyT}, \tau_{xzT}, \tau_{yzT}$  – ординаты диаграмм растяжений и сдвигов в различных направлениях.

Для применения условия пластичности Хилла необходимы экспериментальные данные для определения шести параметров  $F, G, H, L, M, N$  из выражений (3) и (4) для транстропного горного массива. Этими во-

просами также занимались зарубежные ученые из Бельгии – В. Хейгеман, К. Пирякул, из Японии – Ф. Татсуоко, Т. Сато и другие, из Ирана – А. Ахмади, А. Галандарзаде и другие. Но все экспериментальные данные в их работах относятся к грунтам и преимущественно для нахождения упругих свойств грунтов анизотропного строения.

Из-за отсутствия экспериментальных данных для горных пород мы поступим следующим образом. Поскольку имеются некоторые экспериментальные предельные данные для горных пород транстропного строения, то применительно к нашей задаче для нахождения пластических зон вдоль и вкрест слоев плоскости изотропии мы можем определить неизвестные параметры  $c_{\perp}, c_{\parallel}, \varphi_{\perp}, \varphi_{\parallel}$  используя круги Мора (рис. 1). Смысл этих рисунков сводится к следующему. Из экспериментальных данных снимаются критические значения максимальных  $\sigma_1 = \sigma_{\max} = \sigma_{1C}$  и минимальных  $\sigma_3 = \sigma_{\min} = \sigma_{3C}$  и по ним раздельно строятся круги Мора. Значения  $\sigma_1 = \sigma_{1C}$  наносятся на положительное направление оси напряжений, а минимальное напряжение наносится на отрицательное направление со знаком минус:  $-\sigma_3 = \sigma_{3C}$ . На полученные круги проводим касательные. Точки пересечения по оси  $\tau$ , нам дадут значения сил сцепления вдоль слоев  $C_{\parallel}$  (рис. 1а) и перпендикулярно слоям  $C_{\perp}$  (рис. 1б). Измеряем углов внутренних трений вдоль слоев  $\varphi_{\parallel}$  и перпендикулярно слоям  $\varphi_{\perp}$ .

Теперь мы можем записать новое обобщенное условие пластичности Кулона-Мора для транстропного массива в следующем виде

$$\tau_{\perp C} = \sigma_{\perp C} \operatorname{tg} \kappa_{\perp} + C_{\perp} \quad (5)$$

$$\tau_{\parallel C} = \sigma_{\parallel C} \operatorname{tg} \varphi_{\parallel} + C_{\parallel} \quad (6)$$

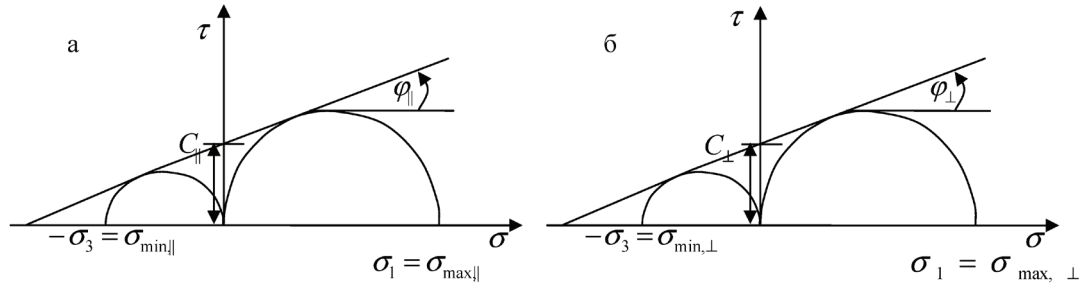


Рис. 1. Построение кругов напряжений Мора для нахождения значений критических сил сцеплений и внутренних трений вдоль (а) и вкrest (б) слоев плоскости изотропии –  $C_{\parallel}$ ,  $C_{\perp}$ ,  $\varphi_{\parallel}$ ,  $\varphi_{\perp}$ .

После нахождения по МКЭ значений напряжений в элементах  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau_{xz}$  значений главных напряжений и направлений главных площадок  $\alpha$  – вычисляем с помощью следующих известных выражений теории упругости

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xz}^2},$$

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xz}^2}, \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_z - \sigma_x},$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$

Кроме максимальных и минимальных компонент напряжений. Значений нормальных компонент напряжений  $\sigma_n$ ,  $\sigma_t$ ,  $\tau_{nt}$  вкrest и вдоль слоев плоскостей изотропии, вычисляем с помощью следующих соотношений, после применения формул преобразования

$$\sigma_{n,\bar{\varphi}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\bar{\varphi} + \tau_{xy} \sin 2\bar{\varphi},$$

$$\sigma_{t,\bar{\varphi}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\bar{\varphi} - \tau_{xy} \sin 2\bar{\varphi}, \quad (8)$$

$$\tau_{nt,\bar{\varphi}} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\bar{\varphi} + \tau_{xy} \cos 2\bar{\varphi}.$$

Но, направления главных площадок  $\alpha$  вычисляемый из (7), может не всегда совпадает с углом плоскости изотропии  $\varphi$ . По-

этому нормальных компонент напряжений на главных площадках вычисляется с помощью угла  $\alpha$  следующими выражениями

$$\sigma_{n,\alpha} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha,$$

$$\sigma_{t,\alpha} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha, \quad (9)$$

$$\tau_{nt,\alpha} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha.$$

Смысл сказанного раскрывает рис. 2.

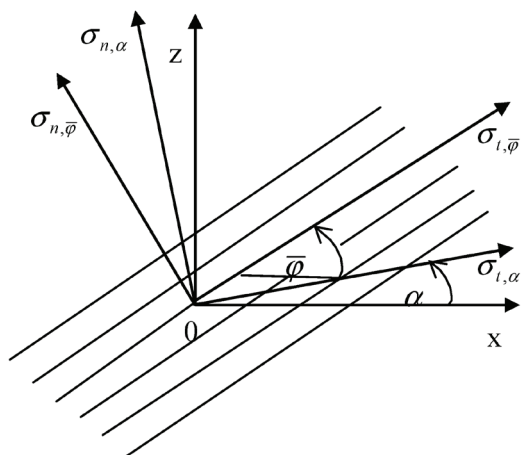


Рис. 2. Ориентации главных площадок  $\alpha$  главных напряжений и угла наклона плоскости изотропии  $\bar{\varphi}$  относительно горизонтальной оси  $Ox$  декартовой системы координат  $xOz$

Теперь можно сформулировать условий возникновения неупругих зон в направлениях вдоль и вкрест слоев плоскости изотропии наклоннослоистого транстропного массива.

Если максимальное значение касательных напряжений  $\tau_{\max}$  вычисляемый по выражению (7) из МКЭ:

$$\tau_{\max} \geq \tau_{\parallel, c} \quad (10)$$

то пластическая зона развивается вдоль слоев плоскости изотропии.

Если

$$\tau_{\max} \geq \tau_{\perp, c} \quad (11)$$

то пластическая зона развивается перпендикулярно слоям плоскости изотропии.

Пластическая зона для заданного  $\bar{\varphi}$ , может развиваться между направлениями вдоль и вкрест, т.е. в направлениях  $\perp \leq \alpha \leq \parallel$ , а также главных площадок  $\alpha$ . Для этих направлений условию пластичности мы можем записать с помощью выражений типа Казагранде – Коррилло в виде

$$\tau_{\alpha} = \tau_{\max, \perp} + (\tau_{\max, \parallel} - \tau_{\max, \perp}) \cos^2 \alpha, \quad (12)$$

где  $\tau_{\max, \parallel}$ ,  $\tau_{\max, \perp}$  экспериментально определяемые критические значения горных пород слоистого строения для случаев  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 90^\circ$  т.е. вдоль и вкрест слоев плоскости изотропии. Сравнивая вычисленные величины максимальных касательных напряжений  $\tau_{\max}$  по (7) с их критическими величинами по (12) определяется направление и зоны распространения пластичности для любого  $\alpha$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. К приближенному расчету упругопластических напряжений и перемещений в транстропном теле с отверстием при экспоненциальном условии пластичности // Изв. АН КазССР. Серия физ.-мат., 1983, № 5, с. 69-75.
2. Ескалиев М.Е. Влияние дилатансии пород на упругопластическое состояние выработки в анизотропном массиве. Изв. МН-АН РК. Серия физ.-мат., № 3, 1996, с. 72-78.
3. Масанов Ж.К., Ескалиев М.Е., Аубакиров С.Б., Баймаханов И.Б. Упругое, вязкое и пластическое состояние анизотропного массива вблизи полости при статических и сейсмических воздействиях. В кн.: Математика и механика. Часть 3. Теоретическая и прикладная механика. – Изд-во КазГУ, 1984.
4. Перлин П.И. Приближенный метод решения упругопластических задач // Инженерный журнал, 1960, в. 28, с. 145-150.
5. Перлин П.И., Упругопластическое распределение напряжений вокруг отверстий // Труды Моск. физ.-техн. инс.-та, 1960, № 5, с. 31-39.