

УДК 681.3

## ОБНАРУЖЕНИЕ И КОРРЕКЦИЯ ОШИБКИ НА ОСНОВЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОГО НОМЕРА КОДА КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ

Гапочкин А.В., Калмыков М.И., Васильев П.С.

ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь,

e-mail: kia762@yandex.ru

Современные средства цифровой обработки сигналов должны обеспечивать первичную обработку сигнала в реальном масштабе времени. Распараллеливание на уровне арифметических операций позволяет обеспечить данное требование. При этом использование алгебраических кодов, обладающих свойством кольца, позволяет проводить с высокой эффективностью операции по обнаружения и коррекцию ошибок. Так как данные коды относятся к кодам классов вычетов, то для организации коррекции результата должны быть использованы позиционные характеристики. В работе представлены модификации алгоритма вычисления интервального номера.

**Ключевые слова:** коды классов вычетов, система остаточных классов, обнаружение и коррекция ошибок, позиционные характеристики, интервальный номер

## ERROR CORRECTION IN MODULAR CODE BASED PARALLEL ALGORITHMS TRAIL

Gapochkin A.V., Kalmykov M.I., Vasilyev P.S.

North-Caucasian federal university, Stavropol, e-mail: kia762@yandex.ru

Modular codes are nonpositional arithmetic codes. Introduction of excess base allows the search procedure and error correction arising in the operation of computer systems due to equipment failure. To determine the location and depth of the error codes used in modular positional characteristics. One of these characteristics is track number. This paper presents an algorithm of the parallel computing performance.

**Keywords:** modular codes, the system of residual classes, error detection and correction, positional characteristics, track number

Для обеспечения реального масштаба времени при реализации цифровой обработки сигналов (ЦОС) применяют параллельно-конвейерные вычисления. Одним из наиболее перспективных направлений обеспечения высокой скорости обработки сигналов является использование модулярных непозиционных кодов. В данных системах позиционные отсчеты сигналов представляются в виде наборов остатков, величины которых определяются значениями оснований кодов классов вычетов [1-4]. Наряду с высоким быстродействием непозиционные модулярные коды позволяют проводить операции по поиску и коррекции ошибок, которые возникают в процессе вычислительных устройств из-за отказов оборудования. Правильный выбор соответствующего алгоритма, позволяющего определить ошибочный остаток, а также глубину ошибки, позволит выполнить поиск и коррекцию ошибок при минимальных схемных и временных затратах.

Известно, что введение двух контрольных оснований в упорядоченное множество оснований системы остаточных классов (СОК), удовлетворяющих условию

$$P_k P_{k-1} < P_{k+1} P_{k+2}, \quad (1)$$

где  $k$  – количество рабочих оснований, позволяет осуществлять коррекцию однократных ошибок, возникающих в кодах СОК. Использование контрольных оснований расширяет рабочий диапазон, определяемый согласно

$$P_{раб} = \prod_{i=1}^k P_i, \quad (2)$$

до значения полного диапазона

$$P_{полн} = \prod_{i=1}^{k+2} P_i = P_{раб} \prod_{i=k+1}^{k+2} P_i. \quad (3)$$

Комбинация СОК считается разрешенной, если она принадлежит рабочему диапазону. Известно, что ошибка преобразует правильную комбинацию  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k+2})$  в комбинацию  $A^* = (\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_{k+2})$ , где  $\alpha_i = \alpha_i + \Delta\alpha_i$  – искаженный остаток,  $\Delta\alpha_i$  – глубина ошибки. В этом случае перевод искаженного числа из рабочего диапазона, в диапазон полный. Следовательно, зная местоположение искаженной комбинации  $A^* = (\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_{k+2})$ , можно однозначно определить основание, по которому произошла ошибка, а также ее глубину.

Данное свойство непозиционных модулярных кодов и предопределило повышен-

ный интерес разработчиков к позиционным характеристикам, с помощью которых можно однозначно определить ошибочное основание и глубину ошибки. В качестве позиционных характеристик могут выступать коэффициенты обобщенной полиадической системы (ОПС), приведенные в работах [5, 6]. В работах [7, 8] рассматриваются алгоритмы расширения системы оснований модулярного кода с последующим вычислением невязки кода. Особое место среди позиционных характеристик занимает – интервальный номер [9, 10]. Это обусловлено тем, что данная позиционная характеристика имеет простой физический смысл. Определение данной характеристики осуществляется согласно

$$l_{\text{инт}} = \left[ A / P_{\text{раб}} \right]. \quad (4)$$

Очевидно, что операция деления (4) относится к немодульным, ее сводят к совокупности модульных операций. В работе [9] представлен алгоритм, который по-

$$l = \left( \sum_{i=1}^{k+r} \alpha_i K_i + \left[ \sum_{j=1}^k \alpha_j B_j^* / P_{\text{раб}} \right] + RP_{\text{полн}} / P_{\text{раб}} \right) \bmod P_{\text{конт}}, \quad (8)$$

$$\text{где } P_{\text{конт}} = \prod_{i \in +1}^{k+2} p_i.$$

Так как множество значений интервального номера  $l$  представляет собой кольцо по модулю  $P_{\text{конт}}$ , то выражение (8) можно преобразовать к виду

$$l = \left[ \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right]_{P_{\text{конт}}}^+, \quad (9)$$

где  $R^* = \left[ \sum_{j=1}^k \alpha_j B_j^* / P_{\text{раб}} \right]$  – ранг в безизбыточной системе.

Если число, представленное в модулярном коде принадлежит рабочему диапазону, то значение интервального номера равно нулю, т.е.  $l = 0$ . При возникновении ошибки числа  $A$  не будет принадлежать рабочему диапазону, а будет размещаться вне его. Следовательно, если номер числа будет отличен от нуля, то свидетельствует о том, что исходная комбинация модулярного числа содержит ошибку.

Рассмотрим пример применения данной позиционной характеристики. Пусть задана упорядоченная СОК с рабочими ос-

зволяет осуществлять поиск и коррекцию ошибки в коде классов вычетов, используя интервальный номер числа.

В основу данного алгоритма положено свойство подобия ортогональных базисов полной и безизбыточных систем класса, согласно которому

$$B_i^* \equiv B_i \bmod P_{\text{раб}}, \quad (5)$$

где  $B_i^*$  и  $B_i$  – ортогональные базисы безизбыточной и полной системы.

Тогда, используя (5), получаем

$$B_i = \left[ B_i / P_{\text{раб}} \right] P_{\text{раб}} + B_i^* = K_i P_{\text{раб}} + B_i^*. \quad (6)$$

Подставив последнее равенство в выражение (4) получаем

$$l = \left[ \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i (K_i P_{\text{раб}} + B_i^*) + RP_{\text{полн}} / P_{\text{раб}} \right]. \quad (7)$$

где  $R$  – ранг полной системы оснований СОК.

Проведя упрощения, имеем

нованиями  $p_1=2, p_2=3, p_3=5$ . В качестве контрольных оснований выберем основания  $p_4=7$  и  $p_5=11$ . Тогда рабочий диапазон данной системы СОК будет равен  $P_{\text{раб}} = 30$ . При этом полный диапазон такой системы  $P_{\text{полн}} = 2310$ .

В данной полной системе основания ортогональные базисы равны

$$B_1 = m_1 p_2 p_3 p_4 p_5 = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 1155;$$

$$B_2 = m_2 p_1 p_3 p_4 p_5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 1540;$$

$$B_3 = m_3 p_1 p_2 p_4 p_5 = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 1386;$$

$$B_4 = m_4 p_1 p_2 p_3 p_5 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 330;$$

$$B_5 = m_5 p_1 p_2 p_3 p_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210.$$

Представим ортогональные базисы согласно (6)

$$B_1 = 1155 = K_1 P_{\text{раб}} + B_1^* = 38 \cdot 30 + 15;$$

$$B_2 = 1540 = K_2 P_{\text{раб}} + B_2^* = 51 \cdot 30 + 10;$$

$$B_3 = 1386 = K_3 P_{раб} + B_3^* = 46 \cdot 30 + 6;$$

$$B_4 = 330 = K_4 P_{раб} = 11 \cdot 30;$$

$$B_5 = 210 = K_5 P_{раб} = 7 \cdot 30.$$

Для данной системы СОК значение  $P_{конт} = 77$

Пусть имеем число  $A = (0, 2, 2, 2, 2) = 2$ . Вычислим значение интервального номера для данного числа, используя разработанный алгоритм.

Вычислим значение ранг в безизбыточной системе, определяемые основаниями  $p_1=2, p_2=3, p_3=5$ .

$$R^* = \left[ \sum_{j=1}^k \alpha_j B_j^* / P_{раб} \right] = \left[ \frac{0 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6}{30} \right] = 1.$$

Тогда значение интервального номера для данной комбинации

$$l = \left[ \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right]_{P_{конт}}^+ = \left[ 0 \cdot 38 + 2 \cdot 51 + 2 \cdot 46 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 7 + 1 \right]_{77}^+ = 0$$

Полученный результат свидетельствует о том, что данная комбинация не содержит ошибки и относится к разрешенным.

Пусть ошибка произошла по первому основанию и ее глубина равна  $\Delta \alpha_1 = 1$ . Тогда модулярный код имеет вид

$A^* = (1, 2, 2, 2, 2) = 2$ . Вычислим значение интервального номера для данного числа, используя разработанный алгоритм.

Вычислим значение ранг в безизбыточной системе, определяемые основаниями  $p_1=2, p_2=3, p_3=5$ .

$$R^* = \left[ \sum_{j=1}^k \alpha_j B_j^* / P_{раб} \right] = \left[ \frac{1 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6}{30} \right] = 1.$$

Тогда значение интервального номера для данной комбинации

$$l = \left[ \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right]_{P_{конт}}^+ = \left[ 1 \cdot 38 + 2 \cdot 51 + 2 \cdot 46 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 7 + 1 \right]_{77}^+ = 38.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что данная комбинация содержит ошибку. В таблице приведены значения

ошибок по основаниям модулярного кода и соответствующие им номера интервалов.

Распределение однократных ошибок кода СОК

| Основание СОК | Глубина $\Delta \alpha_i$ | Интервал, представленный в полиномиальной форме |
|---------------|---------------------------|-------------------------------------------------|
| $p_1 = 2$     | 1                         | 38-39                                           |
|               | 2                         | 51-52                                           |
| $p_2 = 3$     | 1                         | 25-26                                           |
|               | 2                         | 46-47                                           |
| $p_3 = 5$     | 1                         | 15-16                                           |
|               | 2                         | 30-31                                           |
|               | 3                         | 61-62                                           |
|               | 4                         | 11                                              |
| $p_4 = 7$     | 1                         | 22                                              |
|               | 2                         | 33                                              |
|               | 3                         | 44                                              |
|               | 4                         | 55                                              |
|               | 5                         | 66                                              |
|               | 6                         | 7                                               |
| $p_5 = 11$    | 1                         | 14                                              |
|               | 2                         | 21                                              |
|               | 3                         | 28                                              |
|               | 4                         | 35                                              |
|               | 5                         | 32                                              |
|               | 6                         | 49                                              |
|               | 7                         | 56                                              |
|               | 8                         | 63                                              |
|               | 9                         | 70                                              |
|               | 10                        |                                                 |

Проведенный анализ необходимых схемных затрат на реализацию данного алгоритма вычисления позиционной характеристики показал, что применение составного модуля  $P_{\text{ком}}$ , по которому определяется значение интервального номера  $l$ , с точки зрения аппаратных затрат, является не самым оптимальным. Это обусловлено тем, что одномерные исчисления над кольцом, определяемым значением  $P_{\text{ком}} = \prod_{i=k+1}^{k+2} p_i$ , требует обработки  $\lceil \log_2 P_{\text{ком}} \rceil$  разрядных операндов.

С целью сокращения аппаратных затрат в работе предлагается усовершенствовать данный алгоритм. В основу усовершенствования целесообразно положить изоморфизм, порожденный китайской теореме об остатках (КТО). Использование этого изоморфизма позволяет перейти от одномерной обработки к многомерной. При-

равнивая соответствующие значения  $P_{\text{ком}}$  и оснований  $p_{k+1}, p_{k+2}$ , получаем 2 преобразования, которые можно реализовать параллельно

$$\begin{cases} l^{k+1} = \left\lfloor \sum_{i=1}^{k+r} \alpha_i K_i + R^* \right\rfloor_{p_{k+1}}^+; \\ \vdots \\ l^{k+r} = \left\lfloor \sum_{i=1}^{k+r} \alpha_i K_i + R^* \right\rfloor_{p_{k+r}}^+. \end{cases} \quad (10)$$

Рассмотрим пример. Пусть имеем число  $A = (0, 2, 2, 2, 2) = 2$ . Вычислим значение интервального номера для данного числа, используя разработанный алгоритм, задаваемый выражением (10).

Как и ранее, вычисленное значение ранг в безизбыточной системы, определяемые основаниями  $p_1=2, p_2=3, p_3=5$  будет определяться

$$R^* = \left\lfloor \sum_{j=1}^k \alpha_j B_j^* / P_{\text{раб}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6}{30} \right\rfloor = 1.$$

Тогда значение интервального номера для данной комбинации будет вычислено с помощью алгоритма (10)

$$\begin{cases} l_4 = \left\lfloor \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right\rfloor_{p_4}^+ = \left\lfloor 0 \cdot 38 + 2 \cdot 51 + 2 \cdot 46 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 7 + 1 \right\rfloor_7^+ = 0 \\ l_5 = \left\lfloor \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right\rfloor_{p_5}^+ = \left\lfloor 0 \cdot 38 + 2 \cdot 51 + 2 \cdot 46 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 7 + 1 \right\rfloor_{11}^+ = 0 \end{cases}$$

Таким образом, интервальный номер  $l = (0, 0)$ . Это соответствует ситуации, когда модулярный код не содержит ошибки.

Пусть ошибка произошла по первому основанию и ее глубина равна  $\Delta \alpha_1 = 1$ . Тогда модулярный код имеет вид

$A^* = (1, 2, 2, 2, 2) = 2$ . Вычислим значение интервального номера для данного числа, используя разработанный алгоритм.

Вычислим значение ранг в безизбыточной системы, определяемые основаниями  $p_1=2, p_2=3, p_3=5$ .

$$R^* = \left\lfloor \sum_{j=1}^k \alpha_j B_j^* / P_{\text{раб}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{1 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6}{30} \right\rfloor = 1.$$

Тогда значение интервального номера для данной комбинации

$$\begin{cases} l_4 = \left\lfloor \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right\rfloor_{p_4}^+ = \left\lfloor 1 \cdot 38 + 2 \cdot 51 + 2 \cdot 46 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 7 + 1 \right\rfloor_7^+ = 3 \\ l_5 = \left\lfloor \sum_{i=1}^{k+2} \alpha_i K_i + R^* \right\rfloor_{p_5}^+ = \left\lfloor 1 \cdot 38 + 2 \cdot 51 + 2 \cdot 46 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 7 + 1 \right\rfloor_{11}^+ = 5 \end{cases}$$

Полученный результат отличен от нуля. Это свидетельствует о том, что данная комбинация содержит ошибку. В этом случае,

$$l = l_4 B_4^* + l_5 B_5^* \bmod P_{\text{конт}} = 3 \cdot 22 + 5 \cdot 56 \bmod 77 = 38,$$

где  $B_4^* = m_4 p_5 \equiv 1 \bmod p_4$  – ортогональный базис по первому контрольному основанию  $p_4 = 7$ ;  $B_5^* = m_5 p_4 \equiv 1 \bmod p_5$  – ортогональный базис по второму контрольному основанию  $p_5 = 11$ .

Несмотря на то, что выражения (9) и (10) позволяют получить одинаковый результат, тем не менее, использование изоморфизма КТО позволяет сократить схемные затраты, которые необходимы на реализацию алгоритма вычисления интервала. Проведенный анализ показал, что реализация вычисления интервала согласно (10) потребовала на 14,3% меньше схемных затрат по сравнению с алгоритмом (9). При этом при увеличении размерности контрольных оснований выигрыш в схемных затратах увеличивается.

### Выводы

Использование избыточных модулярных кодов позволяет осуществлять поиск и коррекцию ошибок, которые могут возникать в процессе функционирования непозиционного спецпроцессора. Рассмотрен алгоритм, позволяющий определить местоположение ошибки и ее глубину с использованием позиционной характеристики интервала. Для снижения схемных затрат был разработан новый алгоритм, в основу которого был положен изоморфизм китайской теоремы об остатках. Проведенные исследования показали, что переход к параллельному алгоритму позволил сократить схемные затраты, необходимые для вычисления позиционной характеристики при обработке 16-разрядных данных на 14,3% по сравнению с классическим методом вычисления интервала числа. При этом при увеличении размерности контрольных основа-

ний возрастает выигрыш от использования разработанного алгоритма.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бережной В.В., Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Шилов А.А. Нейросетевая реализация в полиномиальной системе классов вычетов операций ЦОС повышенной разрядности // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2004. – № 5-6. – С. 94.
2. Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейросетевых систем. – М.: Физматлит, 2003. – 303 с.
3. Калмыков И.А., Оленев А.А., Бережной В.В. Систематический процессор дискретного преобразования Фурье с коррекцией ошибки // Патент на изобретение RU 2018950
4. Чипига А.Ф., Калмыков И.А. Структура нейронной сети для реализации цифровой обработки сигналов повышенной разрядности // Наука. Инновации. Технологии. – 2004. – Т.38. – С. 46.
5. Устройство для преобразования числа из полиномиальной системы классов вычетов в позиционный код с коррекцией ошибки // Калмыков И.А., Петлеванный С.В., Сагдеев А.К., Емарлукова Я.В. // Патент России № 2309535. 31.03.2006. Бюл. № 30 от 27.10.2007.
6. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Шилов А.А., Бережной В.В. Архитектура отказоустойчивой нейронной сети для цифровой обработки сигналов // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2004. – № 12. – С. 51-57.
7. Калмыков И.А., Хайватов А.Б., Сагдеев А.К. Разработка методов обнаружения и коррекции ошибок в коде полиномиальной системы классов вычетов, базирующихся на вычислении синдрома ошибки // Фундаментальные исследования. – 2006. – №2. – С. 13.
8. Калмыков И.А., Зиновьев А.В., Емарлукова Я.В., Высосокоскоростные систолические отказоустойчивые процессоры цифровой обработки сигналов для инфотелекоммуникационных систем // Инфокоммуникационные технологии. Самара. – 2009. – №2. – С. 31-37/
9. Калмыков И.А., Резеньков Д.Н., Тимошенко Л.И. Непозиционное кодирование информации в конечных полях для отказоустойчивых спецпроцессоров цифровой обработки сигналов // Инфокоммуникационные технологии. – 2007. – Т.5. – №3. – С.36-39.
10. Калмыков И.А., Лисицын А.В., Гахов В.Р. Алгоритм обнаружения и коррекции ошибок в модулярном коде на основе вычисления интервального номера полинома // Фундаментальные исследования. – 2006. – №2. – С. 12.