Введем матрицы

$$C=\left(-2\,4\,1\,4\,2\right),\ B=\begin{pmatrix}6\\30\end{pmatrix},\ A=\begin{pmatrix}-2 & -1 & 12\\ -1 & 2 & 4\ -5\end{pmatrix}$$

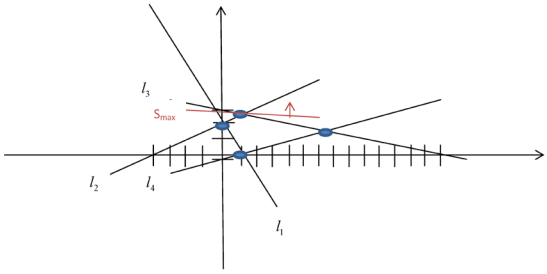
Тогда двойственная задача примет вид:

$$S=6y_1+30y_2\to\max$$

Система ограничений:

$$\begin{cases}-2y_1-y_2\le -2\\ -y_1+2y_2\le 4\\ y_1+4y_2\le 14\\ 2y_1-5y_2\le 2\end{cases}$$

Тогда график функции будет выглядеть так:



Область допустимых решений – *ABCD*.

Мы получаем следующий вывод: максимальное значение *S* равно 102, при этом максимальный план равен $Y=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.

Вернемся к исходной задаче.

Теперь система ограничений исходной задачи примет вид:

$$\begin{cases}-2X_1-X_2+X_3+2X_4=6\\ -X_1+2X_2+4X_3-5X_4=30\\ X_1=0\\ X_4=0\end{cases}$$

В итоге мы получаем: минимальное значение *L* равно 102, при этом минимальный план равен

$$X=\begin{pmatrix}0\\1\\7\\0\end{pmatrix}.$$

Теория линейного программирования позволяет не только получать оптимальные планы с помощью эффективных вычислительных процедур, но и делать ряд экономически содержательных выводов, основанных на свойствах задачи, которая является двойственной по отношению к исходной ЗЛП.

РЕШЕНИЕ СЛАУ ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ И ИХ ПРЕИМУЩЕСТВА

Савина Н.С., Зленко О.А., Матвеева Т.А., Агишева Д.К.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский,
e-mail: savina.y79610899233@yandex.ru

Численное решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) – одна из наиболее часто встречающихся задач в научно-технических исследованиях, математической физике, экономике, статистике. Все используемые на практике методы решения СЛАУ можно разделить на две группы: точные методы и итерационные методы.

Преимуществом итерационных методов является удобное применение в современной вычислительной технике, т.к. решения, полученные с помощью прямых методов, обычно содержат погрешность. Итерационные методы же позволяют получить решение данной системы с заранее заданной точностью.

Суть итерационных методов решения систем заключается в том, что СЛАУ $AX=B$ мы приводим к итерационной форме $X=\varphi(X)$. Задаем начальное приближение значений решений $X^{(0)}$ *up* решение системы ищем в виде последовательности $X^{(k+1)}=\varphi\left(X^{(k)}\right)$, постепенно улучшающихся приближений. Итерационный процесс должен быть сходящимся и его продолжают до тех пор, пока два последовательных приближения не совпадут в пределах заданной точности. Примером обычных итерационных методов служат: метод итераций (метод Якоби), метод Зейделя, метод верхних релаксаций.

Мы подробнее остановимся на итерационном методе Зейделя, т.к. этот метод является одним из самых распространенных и наиболее легко программируемых.

Он представляет собой некоторую модификацию метода простых итераций. Идеей этого метода, а самое главное его особенностью является то, что полученное в первом уравнении значение сразу же используется во втором, а значения первого и второго – в третьем и т. д. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока значения неизвестных не станут отличаться от предыдущих приближений на заданную точность ε.

Мы рассмотрели применение метода Зейделя к решению системы

$$\begin{cases}21.9x_1+2.2x_2+3.1x_3+1.9x_4=25.70\\ 2.2x_1+22.2x_2+2.5x_3+3.5x_4=31.46\\ 3.1x_1+2.5x_2+20.8x_3+2.3x_4=32.76\\ 1.9x1+3.5x2+2.3x3+33.1x4=53.72\end{cases}$$

с точностью ε = 0,0001.

В данной системе наблюдаем преобладание диагональных коэффициентов, что является достаточным условием сходимости метода Зейделя. Приведем систему к виду $X=\varphi(X)$ и запишем итерационную формулу

$$\begin{cases}x_1^{(k+1)}=1/21.9\left(25.70-2.2x_2^{(k)}-3.1x_3^{(k)}-1.9x_4^{(k)}\right)\\ x_2^{(k+1)}=1/22.2\left(31.46-2.2x_1^{(k+1)}-2.5x_3^{(k)}-3.5x_4^{(k)}\right)\\ x_3^{(k+1)}=1/20.8\left(32.76-3.1x_1^{(k+1)}-2.5x_2^{(k+1)}-2.3x_4^{(k)}\right)\\ x_4^{(k+1)}=1/33.1\left(53.72-1.9x_1^{(k+1)}-3.5x_2^{(k+1)}-2.3x_3^{(k+1)}\right)\end{cases}$$

В ходе работы была написана программа в среде программирования C++ по реализации решения СЛАУ методом Зейделя. В качестве начального вектора выбрали свободные члены системы: $X^{(0)}=\left(1.17;1.42;1.58;1.62\right)^T$. Оказалось, что достаточно трех итераций, чтобы получить решение данной системы с заданной точностью.

В итоге мы получили следующий вектор решений $X^{(3)} = (0.7859; 0.9865; 1.1855; 1.3912)^T$.

Явным преимуществом итерационных методов является значительное превосходство над точными методами по скорости, и они удобнее реализуются на практике. Использование итерационных методов с помощью ЭВМ эффективно в решении СЛАУ с разряженными матрицами, а также для уточнения решения СЛАУ, полученного с помощью прямого метода. Главным недостатком этих методов является то, что вопрос сходимости итерационного процесса требует отдельного исследования.

Список литературы

1. Турчак, Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. / Л.И. Турчак, П.В. Плотников/– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 304с.

2. Ратушный, И.А. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса в среде программирования С++ / Ратушный И.А., Гаан А.С., Матвеева Т.А. // Современные наукоёмкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 108-109.

3. Агишева, Д.К. Транспортные и сетевые модели управления. Часть 2: учебное пособие /Д.К. Агишева, С.А. Зотова, В.Б. Светличная, Т.А. Матвеева/ ВПИ (филиал) ВолгГТУ. – Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2012. – 160 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ИНТЕНСИВНОСТИ ДВИЖЕНИЯ И СКОРОСТИ

Светличная В.Б., Матвеева Т.А., Фильчаков С.А.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: sniperni@mail.ru

Опытным путём были получены значения зависимостей интенсивности (авт/ч) и скорости (км/ч) автомобилей «ГАЗель». По этим значениям была составлена корреляционная таблица. Групповые средние ($\overline{X}_i$ и $\overline{Y}_i$) были включены в корреляционную таблицу (см. табл. 1).

Для установления корреляционного соотношения были вычислены вспомогательные величины (см. табл. 2).

Таблица 1

Значения зависимомостей

	Интенсивность (Y)	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000	1000-1100	1100-1200	Всего n_i	$\overline{Y}_i$
Скорость (X)	Середины	350	450	550	650	750	850	950	1050	1150		
10-15	12,5	-	-	2	1	6	1	-	2	1	13	796,2
15-20	17,5	-	-	3	-	-	2	-	-	-	5	670
20-25	22,5	-	-	5	1	1	2	1	1	1	12	750
25-30	27,5	-	3	2	1	4	2	1	-	1	14	707,1
30-35	32,5	2	-	2	1	2	2	2	-	-	11	690,9
35-40	37,5	-	-	3	-	1	-	-	-	-	4	600
40-45	42,5	1	-	-	-	2	-	1	1	-	5	770
45-50	47,5	-	-	1	3	1	-	-	2	1	8	750,5
50-55	52,5	-	-	-	-	-	1	-	1	-	2	712
55-60	57,5	-	1	-	1	-	1	-	-	-	3	650
60-65	62,5	-	-	-	1	-	-	1	-	-	2	630
65-70	67,5	-	-	1	-	1	-	-	-	-	2	650
70-75	72,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
75-80	77,5	-	-	-	1	1	-	-	-	-	2	700
80-85	82,5	-	-	1	-	-	-	-	-	-	1	550
Всего n_i	3	4	20	10	19	11	6	7	4	84		
$\overline{X}_i$	35,8	35	31	44	30,9	29,3	36,7	32,14	27,5			

Таблица 2

Вспомогательные и основные величины

Среднее выборочное по X	$\overline{X} = 33,1$
Среднее выборочное по Y	$\overline{Y} = 733,33$
Межгрупповая дисперсия по X	$\sigma_x = 13,26$
Межгрупповая дисперсия по Y	$\sigma_y = 199,32$
Межгрупповое среднее	$\overline{XY} = 23892,86$
Коэффициент корреляции	$r = -0,144$
Критерий Стьюдента	$T = -1,318$