Таблица 3

$\tilde{x}_i$	3,5	7,5	11,5	15,5	19,5	23,5	27,5	31,5	Σ
w_i	0,03	0,07	0,11	0,28	0,3	0,14	0,05	0,02	1
$\tilde{x}_i \cdot w_i$	0,11	0,53	1,27	4,34	5,85	3,29	1,38	0,63	17,38
$\tilde{x}_i^2 \cdot w_i$	0,37	3,94	14,55	67,27	114,08	77,32	37,81	19,85	335,17

Вид гистограммы относительных частот напоминает график функции плотности нормального распределения с параметрами: $a = 17,38$ и $\sigma = 5,75$. Строим его на одном чертеже с гистограммой относительных частот (рис. 3). Используя встроенную функцию MS Excel НОРМРАСП() можно построить интегральную функцию нормального распределения на одном графике с эмпирической функцией (рис. 4).

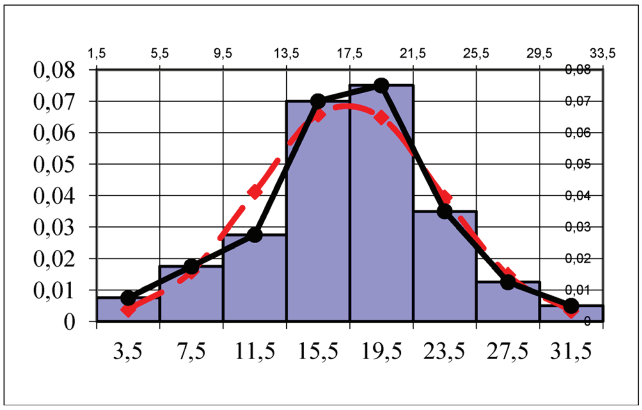

Рис. 3

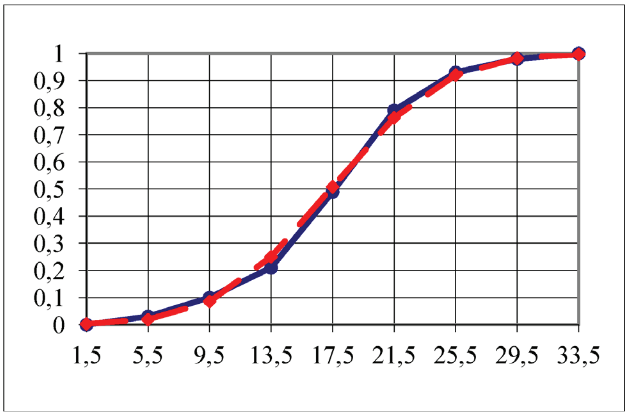

Рис. 4

Очевидно, что выборочные данные близки к нормальному закону. Для проверки гипотезы о нормальном распределении выборки используем критерий Пирсона на уровне значимости $\alpha = 0,01$. Имеем: $\chi^2_{набл} = 3,89 < \chi^2_{кр}(0,01;5) = 4,03$, что говорит о непротиворечивости исходных данных нормальному закону с параметрами $a = 17,38$ и $\sigma = 5,75$.

Список литературы

1. Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 544 с.: ил.
2. Математическая статистика: учебное пособие // Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная // Успехи современного естествознания. 2010, № 2, С. 122-123.

РАЗНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Светличная В.Б., Матюнина Е.В.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: lizaveta994@mail.ru

В описании автоматических систем и их элементов используются линейные дифференциальные уравнения. Примером таких автоматических систем может служить функциональная схема автоматической системы управления курсом судна типа АИСТ с гидроприводом (ГП) руля. В работе показаны различные методы решения линейных дифференциальных уравнений.

Решим дифференциальное уравнение с начальными условиями операционным методом.

$$x''-x'+x=e^{-t},\ x(0)=0,\ x'(0)=1.$$

Сущность метода состоит в том, что мы изучаем не саму функцию, а ее изображение по Лапласу. Перейдем к операторному преобразованию:

$$L(x)=X(p),\ L(x')=pX(p)-x(0),\ L(x'')=p^2X(p)-px(0)-x'(0).$$

Подставив начальные условия, получим уравнение: $X(p)=P^2X(p)-pX(p)+X(p)-1=\dfrac{1}{p+1}.$

Используя метод неопределенных коэффициентов, операторное решение уравнения представим в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{p+A}{(p+1)(p^2-p+1)}=\frac{2}{p+1}+\frac{Bp+C}{p^2-p+1},\ \text{где}\ A=\frac{1}{3},\ B=-\frac{2}{3},\ C=\frac{5}{3}.$$

По таблице преобразования Лапласа решение линейного дифференциального уравнения:

$$x(t)=\frac{1}{3e^t}+\frac{-e^{0,5t}\cos(\sqrt{\frac{3}{4}}t)}{3}+\frac{3e^{0,5t}\sin(\sqrt{\frac{3}{4}}t)}{\sqrt{3}}.$$

Решим это же дифференциальное уравнения с помощью рядов.

$$x''-x'+x=e^{-t},\ x(0)=0,\ x'(0)=1.$$

Пусть частное решение это ДУ допускает разложение в степенной ряд Маклорена.

$$x(t)=\text{x}(0)+\frac{\text{x}'(0)}{1!}t+\frac{\text{x}''(0)}{2!}t^2+\frac{\text{x}'''(0)}{3!}t^3+.....$$

Вычисляем коэффициенты $\dfrac{x^{(m)}(0)}{n!}$, решение ДУ имеет вид:

$$x(t)=\frac{\text{t}}{1!}+\frac{2}{2!}t^2-\frac{1}{4!}t^4-\frac{2}{5!}t^5+\frac{1}{7!}t^7+\frac{2}{8!}t^8+.....$$

А еще представим решение линейного дифференциального уравнения в виде:

$$x(t)=x_{\text{одн.}}(t)+x_{\text{ч}}(t),\ \text{где}\ x_{\text{одн.}}(t)-\text{решение соответствующее линейному ДУ:}\ \text{x}''\text{-x}'+x=0$$

Корнями характеристического уравнения $t^2-t+1=0$ являются комплексные числа

$$t=\frac{1\pm\sqrt{3i}}{2}.$$

Следовательно,

$$x_{\text{одн.}}(t)=C_1e^{0.5t}\cos(\frac{\sqrt{3}}{2}t)+C_2e^{0.5t}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}t)+\frac{1}{3}e^{-t}.$$

Частное решение согласно функции e^{-t} определяем по виду

$$x_{\text{ч}}(\text{t})=\text{Ae},^{\text{-t}}\ \text{где А}=\frac{1}{3}.$$

Из начальных условий коэффициенты

$$C_1=-\frac{1}{3},\quad C_2=\frac{3}{\sqrt{3}}.$$

Итак,

$$x(t)=\frac{1}{3e^t}+\frac{-e^{0,5t}\cos(\sqrt{\frac{3}{4}}t}{3}+\frac{3e^{0,5t}\sin(\sqrt{\frac{3}{4}}t}{\sqrt{3}}.$$

В работе использованы три способа решения ЛНДУ. Ряды дают приближенное решение уравнения, два других способа определяют его точное решение.

Список литературы

1. Матвеева Т.А. Специальные главы математики: операционное исчисление. Учебное пособие/Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная, Д.К. Агишева, С.А. Зотова; ВПИ (филиал) ВолгГТУ. – Волгоград, 2010. – 56 с.

2. Практическое руководство к решению задач по операционному исчислению./ Зотова С.А., Светличная В.Б. – Волгоград, ВолгГТУ, ВПИ, 2000.

ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ

Петухова Я.А., Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: yana_petukhova@mail.ru

Для решения прямой задачи линейного программирования, можно воспользоваться решением двойственной задачи. Под двойственной задачей понимается вспомогательная задача линейного программирования, формулируемая с помощью определённых правил непосредственно из условий прямой задачи. Интерес в определении оптимального решения прямой задачи с помощью решения двойственной к ней задачи вызван тем, что вычисления при решении двойственной задачи менее сложные. Прибегая к такому решению, покупатель может найти такой набор цен ресурсов, имеющихся у производителей, при котором затраты на приобретение этих ресурсов будут минимальны, а производитель получит при этом прибыль не менее той, какую бы он получил при производстве и сбыте готовой продукции. Рассмотрим на примере.

Нам дана функция: $L=-2X_1+4X_2+14X_3+2X_4\to\min$ при этом ограничения:

$$\begin{cases}-2X_1-X_2+X_3+2X_4=6\\-X_1+2X_2+4X_3-5X_4=30\\X_J\geq 0\end{cases}$$

Решим исходную задачу, решая двойственную. Учтем несимметричный характер пары двойственных задач (II тип).