Кубическая сплайн-функция обладает наименьшей (в некотором смысле) кривизной среди всех дважды непрерывно дифференцируемых функций на данном отрезке $[a, b]$ с заданными значениями в узлах интерполяции.

Список литературы

1. Практическое руководство по сплайнам. Де Бор К. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Методы сплайн-функций. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. – М.: Наука. 1980 г.
3. Теория сплайнов и её приложения. Альберг Дж., Нилсон Э., Уолш Дж. – М.: Мир, 1972.

ФУНКЦИИ ИЗДЕРЖЕК В ЭКОНОМИКЕ

Астапенко Е.Ю., Лисник А.Ф., Немцова Е.В., Агишева Д.К., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: mathemat@volpi.ru

Функции издержек фирмы играют важную роль в изучении определения её оптимального объёма выпуска.

Для максимизации прибыли при производстве какого-то объём выпуска фирма должна минимизировать издержки производства.

Пусть функция издержек производства определяется уравнением:

$$y = 50x - 0,05x^3 \text{ (у.е.).}$$

Найти:

а) средние издержки производства на единицу продукции, если объём выпуска продукции $x_0 = 10$;

б) среднее приращение издержек производства на единицу продукции, если объём выпуск продукции увеличится до 15;

в) предельные издержки производства дополнительной единицы продукции.

Решение. Функция издержек

$$y(x) = 50x - 0,05x^3.$$

а) Найдём средние издержки производства на единицу продукции, если объём выпуска продукции $x_0 = 10$:

$$\frac{y(x_0)}{x_0} = \frac{50x - 0,05x^3}{x} = 50 - 0,05 \cdot x^2 = 50 - 0,05 \cdot 10^2 = 45 \text{ (у.е.).}$$

б) Найдём среднее приращение издержек производства на единицу продукции, если объём выпуска продукции увеличился до $x = 11$:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(50x - 0,05x^3)\big|_{x=11} - (50x - 0,05x^3)\big|_{x=10}}{x\big|_{x=11} - x\big|_{x=10}} =$$

$$= \frac{(50 \cdot 11 - 0,05 \cdot 11^3) - (50 \cdot 10 - 0,05 \cdot 10^3)}{11 - 10} = \frac{33,45}{1} = 33,45 \text{ (у.е.).}$$

в) Найдём предельные издержки производства дополнительной единицы продукции:

$$y'(x) = (50x - 0,05x^3)' = 50 - 0,15x^2 \;\Rightarrow\; y'(10) = 35 \text{ (у.е.);}$$

$$y'(11) = 31,85 \text{ (у.е.).}$$

Сравнивая результаты, сделаем вывод: при производстве дополнительной единицы продукции дополнительные затраты (издержки) уменьшаются.

Список литературы

1. Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 544 с.: ил.
2. ФроловаТ.А. Экономическая теория: конспект лекций. Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. http://www.aup.ru/books/m202/

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ПРОВЕДЕНИЕ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ НАЙДЁННЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ ОЦЕНОК

Городжий А.В., Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт, филиал ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный технический университет», Волжский, e-mail: gorodzhii_andrei@mail.ru

Каждый студент задаётся вопросом: «Для чего нужно линейное программирование и понадобится ли оно мне в жизни?» Рассмотрим значимость данной математической дисциплины с точки зрения бизнеса и производства.

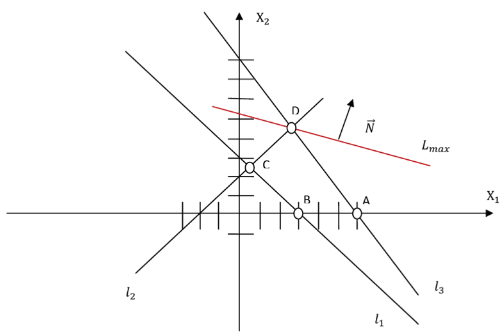
Прибегая к линейному программированию, производитель может найти оптимальный производственный план, благодаря которому будет достигаться максимум прибыли при минимуме издержек, а также проследить за тем, как будет изменяться прибыль при изменении величины ресурсов. Приведём пример.

У нас есть следующая функция:

$$L(X) = 2X_1 + 8X_2 \to \max,$$

с её ограничениями: $\begin{cases} X_1 + X_2 \ge 3 \\ X_1 - X_2 \le -2 \\ 4X_1 + 3X_2 \le 24 \end{cases}$

Сделаем анализ устойчивости. График нашей функции будет выглядеть следующим образом:



Интересующая нас область является фигурой *ABCD*.

После изменения коэффициентов целевой функции и анализа изменений констант в правой части неравенств ограничений мы получим стоимость ресурсов, которая выглядит следующим образом:

Стоимость ресурсов		
Дефицитные ресурсы		Недефицитные ресурсы
b_2	b_3	b_1
Интервал устойчивости		
[-8;6]	[9,5;∞)	[0;50/7]
Оптимальное значение целевой функции		
$L_{max} \in [14;64]$	$L_{max} \in [21;\infty)$	$L_{max} = 292/7$
Мера устойчивости (условная стоимость)		
$y_2 = 52/14$	$y_3 = 290/203$	$y_1 = 0$

В итоге, мы получаем следующий вывод: максимальное значение L равно 292/7, достигающееся при величинах $X_1 = 18/7$, $X_2 = 32/7$.

Интервалы устойчивости активных запасов:

$$b_2 \in [-8;6]; \; L_{max} \in [14;64]$$

$$b_3 \in [9,5;\infty) \; ; \; L_{max} \in [21;\infty)$$

Пассивных запасов:

$$b_1 \in [0;50/7]; \quad L_{max} = L(\frac{18}{7};\frac{32}{7}) = 292/7$$

Стоимость ресурсов:

$$y_1 = 0 \; ; \; y_2 = 52/14 \; ; \; y_3 = 290/203 \, .$$

С учётом проведения анализа устойчивости, производитель будет производить продукцию на основании полученного плана, что, несомненно, будет положительно сказываться на его ведении дел.

Линейное программирование позволяет исследовать и находить экстремальные значения линейных функций, на неизвестные которых наложены линейные ограничения. Основы данной научной дисциплины были заложены в 1939 г. Л. В. Канторовичем, опубликовавшим работу «Математические методы организации и планирования производства», в которой он сформулировал новый класс экстремальных задач с ограничениями и разработал эффективный метод их решения. Как мы видим, эта наука ещё совсем молодая, однако она нашла своё применение во многих сферах промышленности, планирования и финансов, облегчая ведение подсчётов. Примером тому служит то, что ни одну современную банковскую систему невозможно представить без использования линейной модели программирования, позволяющей им управлять своими фондами и проводить финансовое планирование.

ВЫБОР ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СГЛАЖИВАЮЩЕЙ КРИВОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Давыдов А.С., Дьяконова К.С., Матвеева Т.А., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт,филиал, ФГБОУ ВПО Волгоградский государственный технический университет», Волжский, e-mail: alex__davidoff@mail.ru

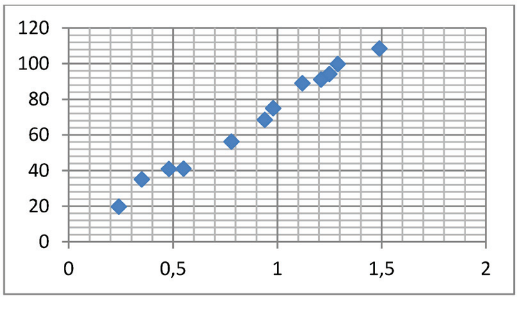
Экспериментальное исследование зависимости физических величин, влияния условий на свойства и поведение исследуемых систем является весьма важной задачей в области инженерных исследований. Одним из наиболее разработанных и часто используемых для аппроксимации экспериментальных данных является метод наименьших квадратов.

В первую очередь при использовании этого метода необходимо выбрать вид функциональной зависимости между экспериментальными данными. Универсального способа выбора вида сглаживающей кривой нет. В некоторых случаях анализ графического изображения имеющихся данных, а также понимания механизма процесса помогают установить вид аналитической зависимости.

Значительное число зависимостей, встречающихся в практике научных исследований, можно описать следующими уравнениями: $y = ax + b$ (линейная), $y = ax^2 + bx + c$ (квадратичная), $y = ab^x$ (показательная), $y = ax^b$ (степенная) и $y = \frac{x}{ax+b}$ (обратная зависимость). Показательную и степенную зависимости приводят к линейному виду путем логарифмирования обоих частей уравнений, обратную – с помощью замены.

Квадратичная зависимость обычно определяется из графических соображений. Для выбора между линейной, показательной и степенной или обратной зависимостями можно воспользоваться тем фактом, что для прямой величина $\Delta y / \Delta x$ есть постоянная и равная угловому коэффициенту прямой.

Технику выбора функциональной зависимости мы применили к решению следующей задачи. Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 12 магазинов. Необходимо установить зависимость размера годового товарооборота y (млн.руб) от торговой площади магазина x (тыс.м^2).



Используя имеющиеся статистические данные, произвели следующие вычисления с помощью программы Excel.