группа H группы G называется строго изолированной, если из $x^{1+q_1+...q_n} \in H$ следует $x \in H$ где $q_i \in G$. Наименьшая из строгого изолированных подгрупп, содержащих данное множество, называется строгим изолятором этого множества.

Как обычно, через $x^{q_1+q_2+...+q_n}$ обозначается произведение сопряженных $q_1^{-1}xq_1q_2^{-1}xq_2...q_n^{-1}xq_n$, а через $g(A)$ – ценрализатор A в G. Модулем над ассоциативным кольцом K называется, абелева группа M, на которой действует кольцо операторов K с единицей е, причем выполняется следующие аксиомы:

$$\alpha(a+b) = \alpha a + \alpha b\,,$$

$$(\alpha+\beta)a = \alpha a + \beta a\,,$$

$$(\alpha\beta)a = \alpha(\beta a)\,,$$

$$\varepsilon a = a\,,$$

где $a, b \in M$, $\alpha, \beta \in K$.

Линейно упорядоченным модулем M над линейно упорядоченным кольцом K называется K – модуль, в котором введено отношение линейного порядка £, превращающее M в линейно упорядоченную группу и устойчивое относительно умножения на положительные элементы кольца операторов ...

Модуль M с упорядоченным кольцом R в качестве области операторов называем упорядочиваемым, если он допускает линейное упорядочение, как абелева группа, при котором для каждого неотрицательно элемента $a \in M$ и каждого неотрицательного элемента $\alpha \in R$ также и $a\alpha$ неотрицательно.

Упорядочиваемые модули играют важную роль в теории упорядочиваемых групп.

В дальнейших рассуждениях нам потребуется следующее утверждение: Если B – упорядочиваемый модуль над целочисленным групповым кольцом zG упорядочиваемой абелевой группы G и ϕ – совокупность таких $\sigma \in \phi$, что $Ker_B\sigma = O$, то B вкладывается в такой упорядочиваемый zG – модуль B^*, что каждое σ из ϕ есть автоморфизм B^*; для всякого $b^* \in B^*$ найдется такое $\sigma \in \phi$, что $b^*\sigma$ лежит в B.

В работах [1] и [2] с использованием упорядоченных модулей доказана следующая теорема:

Теорема 1. Пересечение всех относительно выпуклых подгрупп упорядочиваемой группы является абсолютно выпуклой подгруппой этой группы.

Возникает вопрос, как «богат» класс упорядочиваемых подгрупп, имеющих неотрицательное пересечение всех своих относительно выпуклых подгрупп. Ответом на поставленный вопрос служит следующая теорема:

Теорема 2. Пересечение всех относительно выпуклых подгрупп упорядочиваемой группы G не является единицей в том и только в том случае, если выполняются следующие три условия:

В G имеется инвариантная абелева подгруппа A; $G/g(A)$ – абелева ($g(A)$ – централизатор AbG).

Всякое отражение $X \to \sigma X$, где $\sigma \in R$ подкольцу поля действительных чисел, порожденному группой $G/g(A)$ $\sigma \neq 1 + q_1 + ... + q_n$ – есть автоморфизм.

Список литературы

1. Кокорин А.И. Линейно упорядоченные группы: монография А.И. Кокорин, В.М. Копытов. – М.: Наука, 1972. – 199 с.

2. Копытов В.М., Мамаев И.И. Абсолютная выпуклость некоторых подгрупп упорядочиваемой группы // Алгебра и логика. Новосибирск, 1968. – Т.7. – №2. – С. 20-26.

3. Жерздева И.С., Мамаев И.И. Гомоморфизмы частично упорядоченных модулей // Современные наукоемкие технологии. 2013. №6. С. 68

4. Ледяева А.С., Мамаев И.И. Y-Простые линейно-упорядоченные модули // Современные наукоемкие технологии. 2013. №6. С. 76-77/

ДВУСТУПЕННО РАЗРЕШИМОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ УПОРЯДОЧИВАЕМЫХ ГРУПП

Мамаев И.И., Светличная Е.Ю.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Является ли разрешимое произведение упорядочиваемых групп упорядочиваемой группой. Оказалось, что разрешимое произведение упорядочиваемых групп вовсе не обязано быть упорядочиваемым. Контрпример строится для случая двуступенно разрешимого произведения упорядочиваемых групп.

Пусть A группа с образующими a,b,c и определяющими отношениями: $ac = ca, bc = cb, [a,b] = c^2$ A является упорядочиваемой группой. Обозначив через $\overline{A}$ фактор – группу A/A' группы A по её коммутанту A^1, через $\{\upsilon\}, \{d\}$ бесконечные циклические группы и $S = \overline{A}x\{d\} = \{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n\}$, где k,e,n целые числа, ε=0 или I. Построим группу $G_1 = \underset{x\in s}{\Pi}\left\{\upsilon_{x=a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}\right\}\lambda\{Ax\{d\}\}$ со следующими соотношениями:

$$\alpha^{-1}\upsilon_{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}\cdot\alpha = \upsilon_{a^{k+1} b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}, d^{-1}\upsilon_{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}\cdot d = \upsilon_{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^{n+1}},$$

$$b^{-1}\upsilon_{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}\cdot b = \upsilon_{a^k b^{e+1} \overline{c^\varepsilon} d^n}, c^{-1}\upsilon_{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n} = \upsilon_{a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n},$$

где $\varepsilon' = \varepsilon$ группа G_1 без кручения, причем, подгруппа ее $G_2 = \{A_1\{d\upsilon_1\}\}$ является двуступенно разрешимой и $G_2 \cap \underset{x\in s}{\Pi}\left\{\upsilon_{x=a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}\right\} \neq \phi$.

В самом деле,

$$\alpha^{-1}d\upsilon_1\alpha\upsilon_1^{-1}d^{-1} = d\alpha^{-1}\upsilon_1\alpha\upsilon_1^{-1}d^{-1} = d\upsilon_a\upsilon_1^{-1}d^{-1} = \upsilon_{ad^{-1}}\upsilon_{d^{-1}}^{-1} = h \neq 1$$

Существенным является то, что $C^{-1}hc \neq h$, так

$$C^{-1}\upsilon_{ad-1}\cdot\upsilon_{d^{-1}}^{-1}C = C^{-1}\upsilon_{ad-1}\cdot CC^{-1}\upsilon_{d^{-1}}^{-1}C = \upsilon_{ad^{-1}\bar{c}}\upsilon_{d^{-1}c}^{-1} \neq \upsilon_{ad^{-1}}\upsilon_{d^{-1}}^{-1}$$

Далее $H = \left\{\left(G_2 \cap \underset{x\in s}{\Pi}\left\{\upsilon_{x=a^k b^e \overline{c^\varepsilon} d^n}\right\}\right), C^2\right\}$ инвариантная абелева подгруппа группы G_2, $G_2/H = \overline{A}x\{d\}$ абелева группа.

Возьмем группу $A^*\tilde{=}A$ и бесконечную циклическую группу $\{d^*\}$. Тогда отображение $\varphi: A^{*\circledcirc}\{d^*\} \to G_2$ при котором $a^* \to a, b^* \to b, c^* \to c, d^* \to d\upsilon_1$, где $a^*, b^*, c^* \in A$ можно продолжить до гомоморфизма, так как если некоторое слово равно единице в $A^{*②}\{d^*\}$, то образ этого слова равен единице в G_2. Здесь символ ② обозначает двуступенно разрешимое произведение. Но в силу того, что C действует нетождественно $\left[A_1\{d_1\upsilon\}\right], C^*$ действует нетождественно на $\left[A_1^*\{d^*\}\right]$ Получается, таким образом, что C^* индуцирует автоморфизм второго порядка на группе $\left[A_1^*\{d^*\}\right]$ и, следовательно, группа $A^{*②}\{d^*\}$ не является упорядочиваемой, действительно, полагая $C^*h\left(C^*\right)^{-1} \geq h$ получаем:

$$h = \left(C^*\right)^2 h\left(C^*\right)^2 \rangle C^*h\left(C^*\right)^{-1},$$

а это недопустимо.

Таким образом, класс упорядочиваемых групп незамкнут относительно разрешимых произведений.

Список литературы

1. Кокорин А.И. Линейно упорядоченные группы: монография А.И. Кокорин, В.М. Копытов. – М.: Наука, 1972. – 199 с.
2. Копытов В.М., Мамаев И.И. Абсолютная выпуклость некоторых подгрупп упорядочиваемой группы // Алгебра и логика. Новосибирск, 1968. – Т.7. – №2. – С. 20-26.
3. Жерздева И.С., Мамаев И.И. Гомоморфизмы частично упорядоченных модулей // Современные наукоемкие технологии. 2013. №6. С. 68.
4. Ледяева А.С., Мамаев И.И. Y-Простые линейно-упорядоченные модули // Современные наукоемкие технологии. 2013. №6. С. 76-77.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОСНОВА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Манастырная Е.С., Невидомская И.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В любой науке основной задачей является выявление и исследование закономерностей, которым подчиняются процессы, происходящие в реальном мире. Эти процессы имеют не только теоретическую направленность, они широко применяются на практике, в частности, в планировании, управлении и прогнозировании.

При исследовании многих явлений, в том числе экономических, необходимо учитывать не только основные факторы, но и множество второстепенных, приводящих к случайным событиям. Наука, направленная на изучение случайных, не подлежащих строгому математическому описанию событий и явлений, их свойств, закономерностей и взаимосвязей, называют теорией вероятностей.

Теория вероятностей изучает объективные закономерности массовых случайных событий. Она является теоретической базой для математической статистики, занимающейся разработкой методов сбора, описания и обработки результатов наблюдений.

Например, на финансовом рынке непрерывно заключается большое количество сделок и торговых операций. Некоторые из них в дальнейшем приведут к убыткам, а другие могут принести прибыль. Точно сказать последствия совершаемых операций невозможно. Их результат зависит от множества непредсказуемых факторов.

Статистические исследования 60 различных финансовых сделок определили распределение прибыли в млн.руб. Данные сведены в таблицу. Необходимо определить моду, медиану, среднее квадратическое отклонение, дисперсию, коэффициент вариации.

Таблица 1

Дано распределение 60 финансовых сделок по получаемой прибыли, млн. руб.

Номер интервала	Границы интервала	Частота, m_i	Накопленная частота, $m_i^{нак}$	Частость, w_i	Накопленная частота, $w_i^{нак}$
1	0,2;0,8	1	1	1/60	1/60
2	0,8;1,5	1	2	1/60	2/60
3	1,5;2,2	7	9	7/60	9/60
4	2,2;2,8	16	25	16/60	25/60
5	2,8;3,5	18	43	18/60	43/60
6	3,5;4,2	11	54	11/60	54/60
7	4,2;4,9	4	58	4/60	58/60
8	4,9;5,5	2	60	2/60	1

Максимальное значение частоты $m_{max} = 18$, соответствует интервалу [2,8; 3,5).

Тогда значение моды определим по формуле

$$M_0 = x_0 + h\frac{m_i - m_{i-1}}{\left(m_i - m_{i-1}\right) + \left(m_i - m_{i+1}\right)}.$$

Таким образом, $M_0 = 2,8 + 0,67\frac{18-16}{\left(18-16\right)+\left(18-11\right)} \approx 2,8 + 0,67 \cdot 0,2 \approx 2 + 0,134 \approx 234$

Так как объем выборки n=60, то $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$, значит находим интервал, соответствующий частоте большей 30. Это $m_i^{нак} = 43$.

Следовательно медиана расположена в интервале [2,8; 3,5). Тогда x_0=2,8, $m_{i-1}^{нак}$ =25, m_{i-1}=16.

Медиана $Me = 2,8 + 0,67\frac{30-25}{16} \approx 2,8 + 0,67\frac{5}{16} \approx 2,8 + 0,67 \cdot 0,31 \approx 2 + 0,2 \approx 3.$

Выборочная средняя $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot m_i}{n} = \frac{182,6}{60} \approx 3,04 \approx 3.$ Выборочная дисперсия

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 \cdot m_i}{n} = \frac{52,29}{60} \approx 0,87.\ \sigma = \sqrt{D} \approx \sqrt{0,87} \approx 0,9.$$