миром. При исследовании только собственных или свободных движений системы достаточно анализировать размещение полюсов на комплексной плоскости (модальный анализ). Нули же (наряду с полюсами) отражают свойства передаточной функции $f_y^u(p) = \dfrac{b(p)}{a(p)}$ и показывают характер связей системы с ее окружением, т.е. с внешними воздействиями, поступающими на вход.

Теперь перейдем к системам, имеющим несколько (s) входов и несколько (m) выходов. В случае, когда степень характеристического полинома $\det A(p)$ равна порядку n, система $A(p)y(t) = B(p)u(t) + y_0(p)$ считается нормализуемой, поскольку ее можно разрешить относительно высших производных. Действительно, путем обращения матрицы $A(p)$ из уравнения $A(p)y(t) = B(p)u(t) + y_0(p)$ может быть получена конструкция

$$y(p) = F_y^u(p)u(p) + F_y^0(p)y_0(p)$$

где введены следующие дробно-рациональные полиномиальные матрицы:

$$F_y^u(p) = A^{-1}(p)B(p) = \left[f_{ij}^u(p)\right]$$

$$F_y^0(p) = A^{-1}(p) = \left[f_{ij}^0(p)\right]$$

с аналогичным $f_y^u(p) = \dfrac{b(p)}{a(p)}$ смыслом.

В подавляющем большинстве работ по матричным (многосвязным) системам исследуется только $F_y^u(p) = A^{-1}(p)B(p) = \left[f_{ij}^u(p)\right]$. Матрица $F_y^u(p)$ размера $m \times s$ представляет собой совокупность $m \times s$ скалярных передаточных функций $f_{ij}^u(p)$. Каждая такая функция является скалярной передаточной функцией от j-го входа к i-му выходу. Такая матрица формализует интуитивное представление об обобщении скалярного случая на многомерный .

В общем случае матричные передаточные функции имеют алгебраическую особенность в виде некоммутативности, т.е. они не допускают изменения порядка следования при умножении. Последовательное соединение двух матричных систем соответствует записи

$$y = F_{1\bullet 2}^u u = F_1^u F_2^u u \ .$$

Сигнал здесь вначале проходит систему с матрицей передаточных функций F_2^u , а затем F_1^u . Каждый элемент обобщенной матрицы $F_{1\bullet 2}^u(p)$ передаточных функций определяется формулой, которую, не принимая во внимание сократимость полиномиальных дробей, можно записать в виде

$$f_{1\bullet 2,ij}^u(p) = \sum_k f_{1,ik}^u(p) f_{2,kj}^u(p) = \frac{\sum_q \left[b_{1,iq} b_{2,qj} \prod_{k \neq q} a_{1,ik} a_{2,kj} \right]}{\prod_k a_{1,ik} a_{2,kj}} .$$

где в числителе фигурирует суммирование полиномов. Собственные значения полиномиальных уравнений

$$\sum_q \left[b_{1,iq}(p) b_{2,qj}(p) \prod_{k \neq q} a_{1,ik}(p) a_{2,kj}(p) \right] = 0 \, .$$

для каждой новой скалярной передаточной функции определяются непосредственным вычислением. Множество полюсов для скалярной передаточной функции образуется объединением множеств полюсов j-го столбца первой системы и i-ой строки второй системы по ходу сигналов.

Формула

$$f_{1\bullet 2,ij}^u(p) = \sum_k f_{1,ik}^u(p) f_{2,kj}^u(p) = \frac{\sum_q \left[b_{1,iq} b_{2,qj} \prod_{k \neq q} a_{1,ik} a_{2,kj} \right]}{\prod_k a_{1,ik} a_{2,kj}} ,$$

а точнее возникновение сложности в вычислении нулей (именно нулей), показывает, что переход от скалярных систем к матричным системам путем, как часто говорили, простого обобщения, не имеет под собой формальных оснований. Матричные системы представляют собой качественно новые объекты теории систем.

Список литературы

1. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Руководство к решению задач по математическому анализу. Часть 2 // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 2. С. 81-82.
2. Косьянчук В.В., Константинов С.В., Колодяжная Т.А., Редько П.Г., Кузнецов И.П. Перспективный облик отказоустойчивых цифровых систем управления маневренных ЛА // Полет. 2010. № 2.
3. Долгополова А.Ф.,Гулай Т.А.,Литвин Д.Б.,Мелешко С.В.Теория вероятностей и математическая статистика // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 11.
4. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Использование математических методов для анализа динамических свойств управляемого объекта // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: сб. материалов III Международной научно-практической конференции / СтГАУ. – Ставрополь: Бюро новостей, СтГАУ, 2012. – С. 163-167.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ N-МЕРНОГО ВЕКТОРА

Дворецкая В.И., Сокольская Е.Е., Родина Е.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

N-мерный вектор и векторное пространство являются предметом изучения линейной алгебры и представляют немалый интерес в науке и исследованиях. Так как они носят не только теоретический характер, но и имеют вполне реальное практическое применение в современном мире. Ведь знание фундаментальных основ линейной алгебры, а в частности ее раздела аналитической геометрии способствует формированию специализированных знаний, представляющий собой синтез профессиональных навыков и умений узких специалистов, и широких общенаучных фундаментальных знаний.

И если раньше научный интерес вызывал исключительно геометрический анализ экономических задач, то в наши дни объединение таких наук как физика и информатика с данным разделом высшей математики, является весьма прогрессивным направлением.

Особенно в связи с появлением все большего количества портативных гаджетов на операционных мобильных системах, таких как всем известные титаны Android и IOS, BlackBerry OS, Windows Mobile не пользующиеся такой же огромной популярностью, а так же мало известные новички рынка операционных систем Tizen, Sailfish,Firefox OS, Ubuntu Mobile.

Мы тесно контактируем с этим разделом векторной алгебры, сами того не замечая, а ведь все мобильные приложения на наших телефонах, в которых применяется позиционирование экранных кнопок, работа с камерой и ее направлением, изменение скоростей объектов и.т.д., основаны на свойствах n-мерных векторов, векторных пространств и действиями над ними.

Именно поэтому, выбранная нами, тема является весьма актуальной на сегодняшний момент. Для детального изучения данной темы введем основные понятия, изучаемые в разделе векторной алгебры.

N-мерным вектором называется упорядоченная совокупность n действительных чисел, записанных в виде $\vec{x}(x_1, x_2, ...x_n)$, где x – называется компонентами вектора или координатами вектора.

Рассмотрим основные свойства n-мерного вектора:

1. $\vec{a} = \vec{b}$, если их координаты равны, т.е. $x_1 = y_1; x_2 = y_2; ......; x_n = y_n$

2. $\lambda\vec{a} = (\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda x_n)$

3. $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n)$

И свойства операций над ним:

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ – переместительный закон

2. $\vec{x} + (\vec{y} + \vec{z}) = (\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z}$ – сочетательный закон

3. $\lambda(\beta\vec{x}) = (\lambda\beta)\vec{x}$ – сочетательный закон относительно скалярного произведения

4. $\lambda(\vec{x} + \vec{y}) = \lambda\vec{x} + \lambda\vec{y}$

5. $(\lambda + \beta)\vec{x} = \lambda\vec{x} + \beta\vec{x}$

6. Для всякого вектора $\vec{x}$ есть противоположный ему $-\vec{x}$, такой, что сумма этих двух векторов равна нулю: $\vec{x} + (-\vec{x}) = 0$.

7. Существует вектор ноль $(\vec{0})$ такой, что $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$; $\vec{0} = (0, 0, ..., 0)$

8. Если умножить 1 на вектор $\vec{x}$, то $1 - \vec{x} = \vec{x}$

Именно из этих свойств над операциями вытекает следующее определение.

Множество векторов с действительными компонентами, в котором определены операции сложения и умножения вектора на число и удовлетворяющее приведенным выше 8 свойствам, рассматриваемым как аксиома – называются векторным пространством.

Ярким примером практического использования n – мерного вектора и векторных пространств в компьютерной графике является процесс твининга и экстраполяции.

Твиниг – это особый вид анимации, показывающий постепенные превращения одной фигуры в другую, В основном он используется в киноиндустрии для уменьшения стоимости создания мультипликационных фильмов.

Если раньше художнику было необходимо рисовать все 24 кадра, то в наши дни он может самостоятельно создать только ключевые кадры в определенной последовательности, а остальное предоставить компьютеру, который сам способен воссоздать недостающие элементы при помощи экстраполяции и воссоздать иллюзию движения или перемещения при помощи твининга.

В основном эти методы использовались в двумерных пространствах и базировались на операциях с обычными векторами, но с развитием 3D технологий все чаще и чаще применяются n-мерные вектора и, соответственно, векторные пространства, образованные ими.

Основная формула данных преобразований имеет вид: $L(t) = C + bt$, где: L – траектория перемещения, изменения или движения изображения; t – положение точки на прямой, относительно которой происходят перемещения; C и b – n-мерные векторы (в основном используются 3-х и 4-х мерные). Расчет происходит на основании приведенных выше свойств и операций. В зависимости от конкретной ситуации и сложившейся сложности, данная формула может видоизменяться.

В ходе работы над данной статьей мы дали определение n-мерного вектора, рассмотрели операции над n-мерными векторами, их свойства и увидели, что множество всех n-мерных векторов с определенными на нем операциями сложения и умножения на число порождают векторное пространство.

Основываясь на данной теоретической базе, мы также рассмотрели данные элементы линейной алгебры в области компьютерной графики. Что является весьма актуальным в наш век передовых технологий и постоянно развивающихся ЭВМ. Также этому способствовало развитие трехмерного изображения, которое используется повсеместно.

Проделанная работа показывает, насколько близко мы контактируем с данным разделом линейной алгебры, даже не задумываясь об этом. Ведь практически любой из нас пользуется мобильными приложениями, играет в компьютерные игры, смотрит мультипликационные фильмы, но мало кто задумывался о том при помощи чего это создано все то, с чем мы сталкиваемся настолько часто.

Именно это и доказывает актуальность и важность, выбранной нами, темы, которая, несомненно, достойна подробного изучения и пристального внимания к ней.

Список литературы

1. Шелестов А.А. «Учебное пособие по компьютерной графике», 2012.

2. Бландина Е.А. «Инженерная геометрия и компьютерная графика», 2012.

3. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Особенности применения методов математического моделирования в экономических исследованиях // Kant: Экономика и управление. 2013. № 1. С. 62-66.

4. Долгополова А.Ф. Моделирование стратегии управления в социально-экономических системах с использованием Марковских процессов/А.Ф. Долгополова // Вестник АПК Ставрополья. – 2011. – № 1. – С. 67-70.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ В РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Дедкова Д.Е., Родина Е.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Выведенное знаменитым французским математиком П. Ферма (1601-1665) каноническое уравнение окружности представляет широкий научный интерес в практическом приложении, так как часто применяется при вычислении различных задач экономического содержания.

В уравнении окружности содержатся основные сведения об этой фигуре, например, координаты её центра или длина радиуса. Это является необходимой информацией для построения данной геометрической фигуры. В других задачах, наоборот, условием является составление уравнения по исходным параметрам.

Приложение уравнения окружности к решению экономических задач отражает взаимосвязь аналитической геометрии и экономики.

Окружностью называют геометрическое место точек (множество всех точек) на плоскости, равноудаленных от одной точки, называемой центром. Расстояние от центра до любой точки окружности называется радиусом.