Момент инерции системы материальных точек относительно некоторой оси определяется равенством

$$I = \sum_i m_i r_i^2 ,$$

где r_i – расстояния от точек системы до соответствующих осей.

При применении определенного интеграла к вычислению моментов тела разбиваются на тонкие слои из точек «равноудаленных» от соответствующих плоскостей (или осей), и каждый такой слой рассматривается как единое целое.

Пример. Найти статический момент эллипса относительно касательной к эллипсу в его «вершине», если эллипс однороден (плотностью ρ).

Уравнение эллипса: $\frac{(x-a)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (рис. 6б).

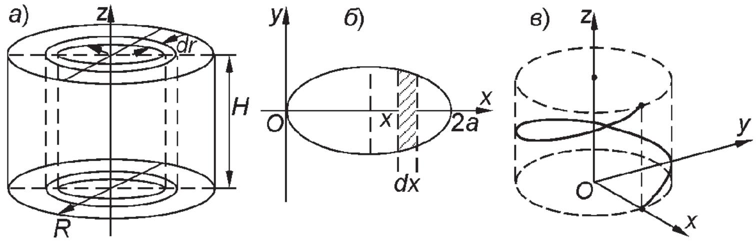

Рис. 6

Разрежем эллипс на элементарные полоски параллельные оси ординат. Так как полоски достаточно узкие, можно считать, что все точки элементарной полоски находятся на одинаковом расстоянии *x* от оси ординат. Площадь элементарной полоски, в таком предположении, равна

$$dS = 2bydx = 2b\sqrt{1-\frac{(x-a)^2}{a^2}}dx .$$

Умножая площадь на плотность, получим массу элементарной полоски

$$dm = 2b\rho\sqrt{1-\frac{(x-a)^2}{a^2}}dx .$$

Расстояние от элементарной полости до оси *Oy* $r = x$.

Тогда для статического момента эллиптической пластинки относительно прямой, проходящей через его вершину, параллельно одной из осей (в нашем случае – оси ординат), получаем:

$$S_y = \int_0^{2a} 2b\rho\sqrt{1-\frac{(x-a)^2}{a^2}}dx = \dots .$$

При этом плотность может даже зависеть от *x*: $\rho = \rho(x)$.

Список литературы

1. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Дифференциальное исчисление в задачах экономики // Аграрная наука, творчество, рост: материалы Международной научно-практической конференции // Сб. науч. тр. – Ставрополь: «АГРУС» СтГАУ, 2013. – С. 263-265.

2. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Моделирование экономических процессов с использованием методов линейной алгебры // Аграрная наука, творчество, рост: материалы Международной научно-практической конференции: Сб. науч. тр. – Ставрополь: «АГРУС» СтГАУ, 2013. – С. 266-268.

3. Родина Е.В., Саакян Л.Г., Федорец Н.П. Экономический смысл производной // Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6. – С. 83-84.

ВЕРОЯТНОСТЬ КАК ИНСТРУМЕНТ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Вихляева В.В., Попова С.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Исследованием случайных, неподлежащих строгому математическому описанию, событий и явлений, их свойств, закономерностей и взаимосвязей занимается такой раздел математики как теория вероятностей. Вся деятельность на финансовых рынках попадает под действие законов теории вероятности, так как большинство событий, происходящих на рынке, относится к категории случайных.

В качестве инструмента при анализе и исследовании финансовых рынков применяются альтернативные методики, которые основаны на законах теории вероятностей. С точки зрения математики, вероятность определяется как некоторая мера того: произойдет какое-либо событие или же не произойдет, выраженнаяс помощью чисел. Вероятность может быть нулевой, если событие абсолютно невозможно, или равной единице в том случае, когда событие обязательно наступит. Часто, особенно в экономике,значение вероятности записывается в процентах: от 0% до 100%.

Проблемы риска и неопределенности рассматриваются в экономической теории достаточно широко, и представляют собой отдельное направление исследований. Научные экономические лаборатории, специализирующиеся на управлении рисками, занимаются расчетами вероятностей на основе мощного охвата различных объектов и обширного статистического материала. В силу действия закона больших чиселим удаётся трансформировать непредвиденные потери в постоянные просчитываемые издержки, что позволяет учитывать их в полной мере.В этом случаеони становятся всего лишь производственными издержками, подобными любым другим неизбежным затратам, которые, в свою очередь,можно уже подвергнуть количественной оценке и долгосрочному прогнозированию.

Важным направлением исследований является классификация видов вероятностей. Для более полного понимания сущности страховой защиты выделяют три различных вида вероятностей:

Априорная вероятность. К ней можно отнести все абсолютно однородные случаи, тождественные во всех отношениях, к которым относятся практически полностью предсказуемые исходы событий.

Статистическая вероятность. Её сущностьсостоит в количественной эмпирической классификации случаев и расчете частоты их возникновения на основе теории вероятности. Такая вероятность практически исключает априорное предвидение истинной вероятности. Лучшим способом вычисления вероятности будет изучение большой группы случаев однородного характера, то есть применение принципа движения от частного к общему. Особенностьюстатистической вероятности является опора на эмпирическую классификацию случаев.

Оценочная вероятность.Имеет свою специфику, которая заключается в отсутствии каких-либо реальных научных основ для классификации и расчета.

Различия между статистической и оценочной вероятностьюв степени определенности. Так как все оценки и суждения о будущих событиях неизбежно подвержены ошибкам, то дать точное определение вероятности практически невозможно, так же как и четкую классификацию в рамках определённого типа рисков. Следовательно, понятие объективно измеримой вероятности применить невозможно, так как не существует способов разбить случаи на достаточно однородные группы.

Таким образом, теоретически можно выделить полный спектр вероятностей, на одном конце которого совершенно однородная группа, включающая случаи, связанные с риском пожара или смерти, а на другом – суждения и оценки, высказанные в абсолютно уникальных ситуациях. Неопределенность, которую можно свести к объективной количественно определимой вероятности, перестает быть таковой и тем самым исчезает серьезнейший фактор дестабилизации экономической жизни. Обладая информацией о возможных будущих событиях, можно снизить уровень рисков, как для отдельного хозяйствующего субъекта, так и для экономической системы в целом, способствуя экономии ограниченных ресурсов, расширению горизонтов планирования и стимулированию долгосрочных инвестиционных проектов.

Основным способом преодоления неопределенности, используемым институтом страхования, является принцип объединения рисков.Возможность измерить неопределенность зависит как от возможности включения рассматриваемой ситуации в группу подобных ей, так и вычисления вероятности различных исходов на основе группировки равновероятных альтернатив. Так в контексте управления компанией актуальными становятся новые проблемы, которые непосредственно связанны с этой группой рисков. В условиях колебаний курсов международных валют, расширения зависимости национальных экономик от экспортно-импортных потоков, возрастание значимости экономической роли фондовых и фьючерсных рынков, потребность в новых лабораториях, помогающих снизить степень неопределенности, становится более насущной. Также новые формы финансирования производства в виде рыночного инвестиционного процесса, в котором участвуют как банковские институты, так и фондовые рынки требуют больших гарантий стабильности и предсказуемости будущих неблагоприятных событий. Таким образом, наличие многих факторов определило более разнообразные формы проявления риска. Фактор зависимости от человеческих действий теперь играет еще большую роль, в поведении индивидов и организаций. Обобщая, приходим к выводу, что современный риск берет свое происхождение в процессе принятия решений. На передний план выходит способность накапливать специальную информацию, группировать риски и в дальнейшем на этой основе предлагать соответствующие услуги по гарантированному возмещению непредвиденного убытка.

Приходим к выводу о противоречивости и неоднозначности таких экономических категорий как риск и неопределенность, которая проявляется не только в многочисленных определениях и трактовках, но и в оценках влияния данных явлений на хозяйственную жизнь. С одной стороны наличие рисков увеличивает возможный круг приложения предпринимательской активности, способствует динамичному инновационному развитию, а неопределенность трактуется как фактор предпринимательской прибыли. С другой стороны, очевидно, что объективная подверженность рискам и непредсказуемость будущих неблагоприятных событий отвлекает значительные средства, как материальные, так и трудовые, на обеспечение безопасности и большей предельности хозяйственной деятельности.

Поиск оптимального решения приводит к стремлению максимизировать функцию полезности, что приводит кнеобходимости снижения уровня неопределенности экономической среды и повышения степени прогнозируемости результатов осуществляемых действий. Неопределенности являются неотъемлемой составляющей экономики, что обуславлено отсутствием необходимой статистической информации о состоянии объекта управления, его окружении, либо невозможностью использования какой-либо статистической информации вообще из-за того, что ситуация не статистическая и говорить об объективной вероятности не имеет смысла.

Проблема управления в условиях неопределенности решается путем моделирования, что не всегда достаточно быстро приводитк гарантированным результатам. Одним из выходов в такой ситуации является отказ от поиска и реализации оптимального управления и переход к использованию приближенных решений. Возможен поиск вариантовне абсолютного оптимального управления, а только тех, которые находятся вблизи него. Также нужно учесть, что в любой задаче существует некоторый порог сложности, преодоление которого возможно только при отказе от требований точности решений. Современные системы управления отличаются огромным количеством элементов и связей между ними, большой степенью динамичности, наличием нефункциональных связей между элементами, воздействием различных по своему характеру помех, а процессы, которые протекают в них, нетривиальны и плохо формализуются. В таких системах задачи управления решаются с помощью применения адаптивной модели управления и содержат два этапа: 1) строится программная траектория управляемой системы на конкретный период времени; 2) определяются управляющие воздействия, направленные на устранение дестабилизирующих случайных возмущений, отклоняющих управляемую систему от оптимальной программной траектории.

С точки зрения систем организационного типа эти этапы носят название планирование и регулирование. На этапе планирования эффективность управления зависит, как минимум, от двух составляющих: принимаемого в данный момент плана и от будущих управляющих воздействий, направленных на устранение возможных отклонений от плана. Эффективность регулирующих воздействий,в свою очередь, зависит от двух составляющих: регулирующего воздействия, принимаемого в данный момент, и от будущих корректирующих воздействий, направленных на устранение возможных отклонений от заданной траектории.

Список литературы

1. Фролов С.С. Социология организаций. Фактор неопределенности при осуществлении инноваций.

2. Теория вероятностей для экономических специальностей на базе Excel (практикум) / А.Ф.Долгополова, О.В. Морозова, Е.В. Долгих, Р.В. Крон, Н.Н. Тынянко, С.В. Попова, Н.Б. Смирнова // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № 4. С. 19.

3. Теория вероятностей и математическая статистика / А.Ф. Долгополова, Т.А. Гулай, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко // Международный журнал экспериментального образования. 2012. №11. С. 51-52.

4. Мамаев И.И. Задачи с экономическим содержанием на занятиях по теории вероятностей // Теоретические и прикладные про-

блемы современной педагогики / Сб. научных статей по материалам научно-практической конференции. – Ставрополь, из-во «АГРУС», 2012. – С. 67-73.

ДЕЛИТЕЛИ НУЛЯ, СТРУКТУРЫ ДЕЛИТЕЛИ НУЛЯ И ВЫБОРОЧНАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ СИСТЕМ

Гулай Т.А., Семенов Д.В., Кудрина Ю.Г.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Согласно проведенным исследованиям делителем нуля $\overline{A}$ некоторой заданной матрицы А называется такая матрица, произведение которой с матрицей А тождественно равно нулю. Механизм действия делителей нуля основан на использовании линейной зависимости столбцов (правый делитель) и строк (левый делитель) матрицы A.

Матрица A размера $(m \times n)$ имеет правый делитель нуля, если можно подобрать такую другую матрицу $\overline{A}^R$, содержащую n строк и произвольное число q столбцов, что всегда выполняются тождество и два неравенства

$$A\overline{A}^R = 0_{m \times q}, \qquad A \neq 0_{m \times n}, \qquad \overline{A}^R \neq 0_{n \times q}$$

где $0_{i \times k}$ – нулевая матрица размера $(i \times k)$.

Итак, нулевое значение произведения матриц $A\overline{A}^R$ обусловлено тем, что используются соответствующие комбинации только линейно зависимых столбцов. Если матрица A не содержит линейно зависимых столбцов, то у нее не может быть правого делителя нуля. У матрицы, имеющей только линейно независимые столбцы, правый делитель нуля равен нулевой матрице (нулю).

Правый делитель нуля может содержать неограниченное число столбцов, т.е. неограниченное число вариантов комбинирования линейно зависимых столбцов матрицы A. В то же время для n столбцов этой матрицы могут существовать только $r_R \leq n$ их линейно независимых комбинаций, тождественно равных нулю. Крайний случай $r_R = n$ соответствует матрице A, все столбы которой нулевые. Если у матрицы есть хотя бы один ненулевой столбец, то $r_R = n - 1$ и т.д. В общем случае число r_R равно размерности ядра оператора F.

В дальнейшем будем полагать, что для матрицы A правый делитель нуля $\overline{A}^R$ имеет размер $(n \times r_R)$ и максимальный, т.е. равный r_R, ранг. В таком случае охватывается все возможные линейно независимые конструкции, а значит и вообще все возможные конструкции соответствующих делителей нуля.

Если у матрицы A имеется левый делитель нуля, значит можно подобрать такую другую матрицу $\overline{A}^L$ размера $l \times m$, что всегда выполняется

$$\overline{A}^L A = 0, \qquad \overline{A}^L \neq 0, \qquad A \neq 0$$

Левый делитель нуля оперирует со строками матрицы A. Из m строк матрицы А могут быть составлены не более $r_L \leq m$ линейно независимых комбинаций, тождественно равных нулю. Соответственно r_L – размерность левого нуль-пространства отображения, задаваемого матрицей A, размерность коядра оператора F. Для определенности также будем полагать, что левый делитель нуля имеет размер $(r_L \times m)$ и максимальный ранг r_L.

Левые матричные делители нуля обладают следующими свойствами:

транспонирование	$(\overline{A}^L A)^{\mathrm{T}} = A^{\mathrm{T}} (\overline{A}^L)^{\mathrm{T}} = A^{\mathrm{T}} \overline{A^{\mathrm{T}}}^R$,
умножение на обратимую матрицу S	если $\det S \neq 0$, то $\overline{A}^L A = \overline{A}^L S^{-1} SA = \overline{(SA)}^L (SA)$,
умножение на произвольную матрицу π	$\overline{A}^L A = \pi \overline{A}^L A$, $\pi = \mathrm{var}$,
нильпотентная конструкция матриц индекса 2 с произвольной матрицей κ	$(A \kappa \overline{A}^L)^2 = 0_{n \times n}$, $\kappa = \mathrm{var}$,
делители нуля произведения матриц с сохранением ранга	если $\operatorname{rank} AB = \operatorname{rank} A$, то $\overline{AB}^L = \overline{A}^L$,
делители нуля произведения матриц с понижением ранга	если $\operatorname{rank} AB < \operatorname{rank} A$, то $\operatorname{rank} \overline{AB}^L > \operatorname{rank} \overline{A}^L$
обратимость сводной матрицы	если $m > n$ и $\operatorname{rank} A_{m \times n} = n$, то $\det \begin{bmatrix} A_{m \times n} & (\overline{A}^L_{(m-n) \times m})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}_{m \times m} \neq 0$

Правые матричные делители нуля обладают следующими свойствами:

транспонирование	$(A\overline{A}^R)^{\mathrm{T}} = (\overline{A}^R)^{\mathrm{T}} A^{\mathrm{T}} = \overline{A^{\mathrm{T}}}^L A^{\mathrm{T}}$,
умножение на обратимую матрицу S	если $\det S \neq 0$, то $A\overline{A}^R = ASS^{-1}\overline{A}^R = (AS)\overline{(AS)}^R$,
умножение на произвольную матрицу μ	$A\overline{A}^R = A\overline{A}^R \mu$, $\mu = \mathrm{var}$,
нильпотентная конструкция матриц индекса 2 с произвольной матрицей η	$(\overline{A}^R \eta A)^2 = 0_{n \times n}$, $\eta = \mathrm{var}$,
делители нуля произведения матриц с сохранением ранга	если $\operatorname{rank} BA = \operatorname{rank} A$, то $\overline{BA}^R = \overline{A}^R$,
делители нуля произведения матриц с понижением ранга	если $\operatorname{rank} BA < \operatorname{rank} A$, то $\operatorname{rank} \overline{BA}^R > \operatorname{rank} \overline{A}^R$
обратимость сводной матрицы	если $m < n$ и $\operatorname{rank} A_{m \times n} = m$, то $\det \begin{bmatrix} A_{m \times n} \\ (\overline{A}^R_{n \times (n-m)})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}_{n \times n} \neq 0$.