Случайная величина

$$X = \sum_{i=1}^{n} X\mathrm{i}\ .\ \tilde{p} \approx 0,018\ –$$

количество страховых случаев у страхователей имеет математическое ожидание $M(X) = np$ и дисперсию $D(X) = npq$. В силу центральной предельной теоремы случайная величина X распределена по нормальному закону. В среднем страховая компания должна будет выплатить npS страховых возмещений. Таким образом, если с каждого страхователя брать по pS руб. страхового взноса (100 p процентов от суммы S), то в среднем у страховой компании будет нулевой баланс. Разумеется, $n\tilde{p}S$ страховых возмещений – это величина случайная, и может оказаться как больше (у страховой компании будут убытки), так и меньше (у страховой компании образуется прибыль). Чтобы не было убытков, сумма страхового взноса должна быть больше, чем рассчитано, причем ее величину можно определить с помощью интервальных оценок. Обозначим реальную страховую ставку $\tilde{p} > p$. Тогда страховая компания соберет с *n* страхователей сумму $n\tilde{p}S$ рублей. Этой суммы хватит, чтобы возместить потери, связанные с наступлением страхового случая $n\tilde{p}$ клиентам. Обозначим через γ вероятность, что страховая компания не понесет убытков. Тогда вероятность, что количество страховых случаев будет не более, чем, $n\tilde{p}$ есть $P(x < n\bar{p}) = \gamma$. Используя нормальный закон распределения для случайной величины *X*, имеем:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} * \int_{-\infty}^{n\tilde{p}} e^{-(x-np)^2/(2npq)} dx = \int_{-\infty}^{\frac{n(p-\tilde{p})}{\sqrt{npq}}} e^{-\left(\frac{x-np}{\sqrt{npq}}\right)^2/2} * d\left(\frac{x-np}{\sqrt{npq}}\right) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}\right)$$

Здесь через *Ф* обозначена функция Лапласа. Из этого соотношения можно определить страховую ставку $\tilde{p}$. Зададим γ= 0,99 (вероятность, что страховая компания не разорится), вероятность наступления страхового случая *p* = 0,01 и число клиентов n = 1000. Из таблицы со значениями функции Лапласа найдем, что

$$\left(\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}\right) = 2,5\ .$$

Отсюда находим $\tilde{p} \approx 0,018$.

Сделаем вывод: чем больше риск, тем больше будет страховой взнос. Его величина определяется страховой компанией так, чтобы в среднем расходы по наступлению страховых случаев данного типа были меньше, чем доходы в виде страховых взносов от страхователей.

Рассмотрев использование методов математической статистики при решении банковских задач можно сказать следующее, что к экономике математическая статистика применима по той причине, что экономические данные часто представляют собой статистические сведения, т.е. сведения об однородных совокупностях объектов и явлений. Такими однородными совокупностями могут быть выпускаемые промышленностью изделия, персонал промышленности, данные о прибылях предприятий и в нашем случае выдача кредитов в банке.

В современной науке считается, что любая область исследований не может быть настоящей наукой до тех пор, пока в неё не проникнет математика. В этом смысле математическая статистика является полномочным представителем математики в любой другой науке и обеспечивает научный подход к исследованиям. Можно сказать, что научный подход начинается там, где в исследовании появляется математическая статистика. Статистика с необходимостью появляется там, где происходит переход от единичного наблюдения к множественному. Если у вас имеется множество наблюдений, замеров и данных – то без математической статистики вам не обойтись.

Список литературы

1. Теория вероятностей и математическая статистика / А.Ф. Долгополова, Т.А. Гулай, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 11. С. 51-52.

2. Долгополова А.Ф., Морозова О.В., Долгих Е.В., Крон Р.В., Тынянко Н.Н., Попова С.В., Смирнова Н.Б. Теория вероятностей для экономических специальностей на базе Excel (практикум) // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № S4. С. 19.

3. Морозова О.В., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н., Долгих Е.В., Крон Р.В., Попова С.В., Смирнова Н.Б., Демчук А.А. Математическая статистика для экономических специальностей на базе Excel (практикум) // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № 4. С. 21.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ КРИВЫХ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ И СОСТОЯНИЯ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Агафонова Н.П., Орехова Н.В., Мелешко С.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Математика – царица наук. Это выражение вовсе не случайно, ведь математика играет огромную роль в развитии всех остальных наук. Но наибольшее влияние она оказывает на смежные науки, такие как: экономическая теория, политэкономия, макроэкономика, микроэкономика.

В нашей статье мы хотим раскрыть взаимосвязь микроэкономики и математики.

Рынок, с точки зрения купли продажи, – это сфера взаимодействия спроса и предложения. Из этого следует вывод, что спрос и предложение являются основными составляющими рынка. В их взаимодействии формируются цены на различные товары и услуги. Экономическая наука занимается изучением механизма их взаимодействия. Для этого спрос и предложение отображаются графически, т.е. на основании полученных данных на координатной плоскости откладываются точки, где y – значение цены, а x – объем спроса или предложения. Но математика позволяет на основании этих данных составить уравнение функции, для этого используется метод наименьших квадратов.

До начала XIX в. учёные не имели определённых правил для решения системы уравнений, в которой число неизвестных меньше, чем число уравнений. До этого времени применялись частные приёмы, зависевшие от вида уравнений и от логики вычислителей, и потому разные математики, приходили к различным выводам. Гауссу, в 1795 году, принадлежит первое применение метода, а Лежандр, в 1805 году, независимо от Гаусса открыл и опубликовал этот же метод. Лаплас связал метод с теорией вероятностей, а американский математик Эдрейн рассмотрел его теоретико-вероятностные приложения. Метод распространён и усовершенствован дальнейшими изысканиями Энке, Бесселя, Ганзена и других.

Сущность этого метода заключается в следующем: из множества формул вида $y=f(x)$ наилучшим образом изображающей взятые значения лучшей считается та, для которой сумма квадратов отклонений, наблюдаемых значений от вычислений, является наименьшей.

Применение метода заключается в следующем:

– согласно данным эксперимента откладываем на координатной плоскости точки;

– определяем с графиком, какой функции схож получившийся график (линейная, квадратичная, гиперболическая, показательная и т.д.);

– предположим, что функция имеет вид $y = ax + b$, нам необходимо найти значения a и b;

– параметры будем определять таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений вычисленных значений от наблюдений принимала наименьшее значение:

$$S = (ax_1 + b - y_1)^2 + (ax_2 + b - y_2)^2 + (ax_3 + b - y_3)^2 + \ldots + (ax_n + b - y_n)^2 \Rightarrow$$

$$\sum_{i=l}^{n} (ax_i + b - y_i)^2 \text{ – наименьшие значения.}$$

На основании предыдущей формулы можно сделать вывод, что $S = f(a;b)$ является функцией двух переменных. Данную функцию необходимо исследовать на экстремум. Для этого должно выполняться необходимое условие существования экстремума:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial a} = 0 \\ \dfrac{\partial s}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

Найдем частные производные I порядка функции S по переменным a и b:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial a} = 2\sum\limits_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i)x_i \\ \dfrac{\partial s}{\partial b} = 2\sum\limits_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i)1 \end{cases} \begin{cases} 2\sum\limits_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i)x_i = 0 \\ 2\sum\limits_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} (ax_i^2 + bx_i - x_i y_i) = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i) = 0 \end{cases} \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} ax_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{n} bx_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{n} ax_i + \sum\limits_{i=1}^{n} b - \sum\limits_{i=1}^{n} y_i = 0 \end{cases}$$

x_i – постоянная; a;b – переменные. Следовательно:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} ax_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{n} bx_i = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i \\ \sum\limits_{i=1}^{n} ax_i + bn = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

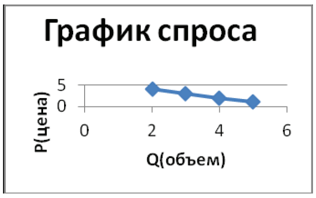
Полученная система уравнений называется системой нормальных уравнений для нахождения значений параметров a и b линейной зависимости $y = ax + b$, при этом стоит отметить, что чем больше пар чисел, тем точнее будут найдены значения a и b.

Этот метод можно применять для вычисления функций спроса и предложения. Разберем это на примере:

Пусть даны некоторые данные эксперимента:

Q (кол-во товара, x)	5	4	3	2
P (цена, y)	1	2	3	4

Согласно этим данным построим кривую спроса:



Определим вид кривой – линейная функция $(y = ax + b)$. Найдем значения a и b, для этого составим вспомогательную таблицу:

№	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2
I	5	1	5	25
II	4	2	8	16
III	3	3	9	9
IV	2	4	8	4
$\sum$	14	10	30	54

Подставим в следующие формулы получившиеся значения:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} ax_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{n} bx_i = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i \\ \sum\limits_{i=1}^{n} ax_i + bn = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i \end{cases} \quad \begin{cases} 54a + 14b = 30 \\ 14a + 4b = 10 \end{cases}$$

Решим данную систему методом Крамера:

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}; b = \frac{\Delta_b}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 54 & 14 \\ 14 & 4 \end{vmatrix} = 216 - 196 = 20;$$

$$\Delta_a \begin{vmatrix} 30 & 14 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = (120-140) = -20;$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 54 & 30 \\ 14 & 10 \end{vmatrix} = (540-420) = 120;$$

$$a = \frac{-20}{20} = -1; \; b = \frac{120}{20} = 6.$$

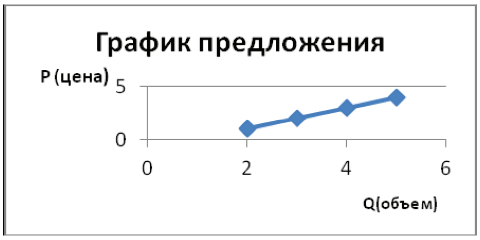
Следовательно, уравнение имеет вид: $y = (-1)x + 6; \; y = -x + 6;$

Используя метод наименьших квадратов, определим уравнение кривой предложения:

Данные эксперимента

Q (количество товара, *x*)	2	3	4	5
P (цена, *y*)	1	2	3	4

Согласно данным построим кривую предложения:



Определим вид кривой – линейная функция $(y = ax + b)$. Найдем значения *a* и *b*, для этого составим вспомогательную таблицу:

№	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2
I	2	1	2	4
II	3	2	6	9
III	4	3	12	16
IV	5	4	20	25
$\sum$	14	10	40	54

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 54a + 14b = 40 \\ 14a + 4b = 10 \end{cases}$$

Решим данную систему методом Крамера:

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}; b = \frac{\Delta_b}{\Delta} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 54 & 14 \\ 14 & 4 \end{vmatrix} = 216 - 196 = 20;$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 40 & 14 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = (40 \cdot 4 - 14 \cdot 10) = 20$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 54 & 40 \\ 14 & 10 \end{vmatrix} = (54 \cdot 10 - 40 \cdot 14) = -20;$$

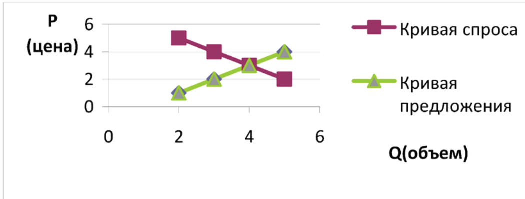
$$a = \frac{20}{20} = 1; \; b = \frac{-20}{20} = -1$$

Следовательно, искомое уравнение имеет вид:

$$y = 1 \cdot x - 1; \; y = x - 1.$$

Взаимодействие спроса и предложения на определенные товары и услуги устанавливают цену на эти товары и услуги, то есть устанавливается состояние рыночного равновесия. Основными характеристиками такого состояния являются: равновесная цена и равновесный объем. Определить эти значения можно несколькими способами:

– графический, рассмотрим на примере:



Равновесная цена – 3; равновесный объем – 4.

Математически (используются уравнения кривых спроса и предложения, установленных методом наименьших квадратов):

$$\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad -x + 6 = x - 1; \quad y = -3{,}5 + 6 = 2{,}5;$$

$$x = 3{,}5; \quad y = 3{,}5 - 1 = 2{,}5;$$

На основании приведенных вычислений можно сделать вывод, что использование математического метода позволяет определить более точные значения равновесной цены и равновесного объема.

В заключению можно сказать, что мы практически убедились в том, что развитие математики как науки способствует развитию и других наук, в том числе и микроэкономики.

Список литературы

1. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Р.Н. Взвешенный метод наименьших квадратов.– Математические методы в экономике. – М.: Дис, 1997.

2. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Функции нескольких переменных в моделировании экономических процессов // Аграрная наука, творчество, рост. – Ставрополь, из-во «АГРУС», 2013. – Т.1,Ч.1. – С. 286.

3. Родина Е.В., Саакян Л.Г., Федорец Н.П. Экономический смысл производной //Современные наукоемкие технологии. – 2013. № 6. С. 83-84.

4. Экономическая теория: учебник под редакцией Е.Н. Лобачевской – 2-е изд., Москва. Высшее образование, 2008.

3. Донец З. Г.,Мамаев И. И., Шибаев В. П.Учебная организация как целостная модель организации обучения студентов на интегративной основе//Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики : сборник научных статей по материалам научно-практической конференции. – Ставрополь: изд-во «АГРУС», 2012. – С. 40-48.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МУЗЫКАЛЬНОГО РИТМА

Берикханова Г.Е., Баймурзаева А.Б.

Государственный университет имени Шакарима, Семей, e-mail: ancara-muz05@mail.ru

Взаимосвязь между музыкой и математикой вызывала интерес с древних времен. Это и неудивительно, так как в музыке математический компонент проявляется явно.

Математическая наука и музыка имеют много общего. Древнегреческий философ Пифагор первым обнаружил эту замечательную связь. Он создал учение о звуке, рассмотрел звук в философско-математическом аспекте, и даже пытался связать его с астрономией. Последователи Пифагора сделали предположение о том, что в основе мира лежит определенная абстракция – число. Используя специальный инструмент – монохорд, Пифагор определил интервалы звука и открыл математические связи между отдельными звуками. Пифагором было развито учение о лечении заболеваний музыкой. По его мнению, определенные отчетливые мелодии могут избавить людей от ревности, зависти, гордыни и других не-