Заключение. Движение среды меняет физические свойства резонансных структур. Наиболее существенное влияние движения сред наблюдается при скоростях сопоставимых со скоростью распространения волн в неподвижных средах. При скоростях $u$ движения сред, достигающих скорости распространения волн $\upsilon$ исчезают условия возникновения колебательных процессов, структура теряет свойства резонатора. Аналогичными свойствами обладают трехмерные резонаторы.

**Список литературы.**

1. Дубнищев Ю.Н. Колебания и волны. – СПб.: Лань, 2011. – 384 с.
2. Горелик Г.С. Колебания и волны. – М.: Физматлит, 2008. – 656 с.
3. Осташев В.Е. Распространение звука в движущихся средах. Соврем. проблемы физики. – М.: Наука. Физматлит, 1992. – 208 с.
4. Глущенко А.Г., Глущенко Е.П., Иванов В.В., Устинова Е.С. Интерференция волн в невзаимных средах. В мире научных открытий. – 2012.– №1.1(25).– С.98-112.
5. Glushchenko A.G., Glushchenko E.P., Knochinova N.A. Characteristics of non-stationary resonator. Science, Technology and Higher Education. Materials of the International Research and Practice Conference, 11-12-December, 2012, Westwood, Canada, 2012. – p.356-361.

## МЕТОДИКА РАСЧЁТА КОНВЕКТИВНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Зея Мьо Мьинт, Хлопков А.Ю.

*Московский физико-технический институт, Долгопрудный, e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com*

Развитие ракетно-космической техники требует непрерывного совершенствования науки о процессах теплообмена, развития теории теплопередачи [1-6]. В настоящее время существует несколько подходов к оценке конвективного теплообмена сверхзвуковых летательных аппаратов. Они обладают достаточно хорошей точностью, но требует большого времени для вычисления. Другие основаны на упрощенных инженерных методиках, требуют малых затрат расчётного времени, но специфика существующих алгоритмов быстрого счёта позволяет оценивать тепловые потоки на телах простой формы. Одним из таких методов является метод эффективной длины [2, 3, 7].

Этот метод основан на использование особенностей развития пограничного слоя, заключающихся в том, что в случае ускоренных течений теплообмен в рассматриваемом сечении определяется в основном параметрами потока и толщиной пограничного слоя в этом сечении. В значительно меньшей степени тепловой поток зависит от условий, в которых пограничный слой развивался от точки его образования до рассматриваемого сечения. В соответствии с этими особенностями, метод эффективной длины состоит в том, что при расчете теплообмена действительное сечение заменяется течением над пластиной (для осесимметричного тела – над цилиндром) с параметрами потока, равными параметрам рассматриваемого сечения. Длина пластины или цилиндра $x_{эф}$ выбирается из условия нарастания на ней теплового пограничного слоя толщиной, равной толщине слоя в рассчитываемого сечения тела.

Целью настоящей работы является определение конвективного теплообмена на поверхности тела при ламинарном и турбулентном пограничном слое с использованием метода эффективной длины.

Формулы для расчета теплообмена при ламинарном пограничном слое

Тепловой поток определяется по формуле Ньютона

$$q_w = \alpha(T_e - T_w)$$

где

$$T_e = T_1\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} r M_1^2\right).$$

Для воздуха при ламинарном пограничном слое $r = 0.84$.

Критериальное уравнение для определения коэффициента теплоотдачи при течении над пластиной

$$Nu_w = 0.332\,\mathrm{Re}_w^{0.5}\,\mathrm{Pr}_w^{1/3}\,K\,.$$

Коэффициент $K$ учитывает влияние сжимаемости. Используя это уравнение и метод эффективной длины для расчета теплообмена при произвольном распределении параметров потока вдоль образующей тела, будем иметь

$$Nu_{wэф} = 0.332\mathrm{Re}_{wэф}^{0.5}\,\mathrm{Pr}_w^{1/3}\,K\,K_1$$

где $K_1$ – поправка на влияние продольного градиента давления

$$Nu_{wэф} = \frac{\alpha x_{эф}}{\lambda_w},\ \mathrm{Re}_{wэф} = \frac{\rho_w u_1 x_{эф}}{\mu_w}$$

В частном случае $T_w$ = const, приближенное выражение для определения эффективной длины имеет вид

$$x_{эф} = \frac{\int_0^x R^2(x)\,\rho_w u_1 dx}{R^2(x)\rho_w u_1}$$

Под интегралом стоят переменные величины $R(x)$, $\rho_w$, $u_1$ изменяющиеся от начала образования пограничного слоя (критическая точка) до рассматриваемого сечения. В знаменателе $R(x)$, $\rho_w$, $u_1$ соответственно радиус вращения, плотность и скорость в рассматриваемом сечении.

Учитывая постоянство $T_w$, плотность газа $\rho_w$ можно определить из соотношения

$$\frac{\rho_w}{\rho_{w0}} = \frac{p_1}{p_{01}}$$

где $\rho_{w0}$ и $p_{01}$ параметры воздуха в критической точке.

Поправка на сжимаемость рассчитывается по формуле

$$K = \left(\frac{\mu^*\rho^*}{\mu_w\rho_w}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_1\rho_1}{\mu^*\rho^*}\right)^{1/15\ T_w/T_e},$$

где $\mu_w$ и $\rho_w$ определяются по $T_w$, $\mu_1$, $\rho_1$ по $T_1$, а m*r* по максимальной температуре $T_{max} = T^*$ в пограничном слое.

При $\frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 > 1 - \frac{T_w}{T_1}$

$T^*$ определяется по формуле

$$\frac{T^* - T_w}{T_{01} - T_w} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1 - \frac{T_w}{T_1}}{\frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}\right).$$

При $\frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \le 1 - \frac{T_w}{T_1}$

Максимальная температура в пограничном слое равна температуре внешнего потока $T^* = T_1$. В этом случае

$$K = \left(\frac{\mu_1\rho_1}{\mu_w\rho_w}\right)^{1/3}.$$

Поправка на влияние градиента скорости

$$K_1 = \left[1 + 0.16\left(1 + \frac{T_w}{T_{01}}\right)\left(\frac{2m}{m+1}\right)^{1/3}\right]^{1/2}$$

где $m$ – показатель степени в выражении $u_1 = \beta x^m$,

$$\beta = \frac{c}{R_0}\sqrt{2\frac{p_{01}}{\rho_{01}}},\ c = \sqrt{1 - \frac{p_\infty}{p_{01}}}.$$

При течении в окрестности критической точки $m = 1$ и

$$K_1 = \left[1 + 0.16\left(1 + \frac{T_w}{T_{01}}\right)\right]^{1/2}.$$

В случае обтекания конуса $m = 0$, $K_1 = 1$.

Определив критерий Нуссельта $Nu_{wэф}$ и можно найти коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{Nu_{wэф}\lambda_w}{x_{эф}}.$$

Формулы для расчета теплообмена при турбулентном пограничном слое

Тепловой поток определяется по формуле Ньютона. Эффективная температура имеет вид

$$T_e = T_1\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} r M_1^2\right).$$

где $r = 0.89$.

Критериальное уравнение для определения коэффициент теплоотдачи методом эффективной длины имеет вид

$$Nu_{wэф} = 0.0296 \mathrm{Re}_{wэф}^{0.8} \mathrm{Pr}_w^{0.43} K_T$$

$K_T$ – поправка на сжимаемость. Здесь

$$Nu_{wэф} = \frac{\alpha x_{эф}}{\lambda_w},\ \mathrm{Re}_{wэф} = \frac{\rho_w u_1 x_{эф}}{\mu_w}$$

Эффективная длина пластины при турбулентном течении в пограничном слое и $T_w = \mathrm{const}$ определится из выражения

$$x_{эф} = \frac{\int_0^x R^{5/4}(x)\rho_w u_1 dx}{R^{5/4}(x)\rho_w u_1}.$$

Из формулы получено в предположении постоянства по $x$ выражения –

$$\left[\frac{Nu_w}{\mathrm{Re}_w^{0.8}}(Te - Tw)\right]^{5/4}.$$

В окрестности критической точки изменение этих величин невелико и переменностью их по $x$ можно пренебречь.

Где скорость потока невелика, хорошие результаты дает поправка на сжимаемость, определенная как

$$K_T = \left(\frac{\rho_1}{\rho_w}\right)^{0.6}.$$

При большой скорости потока

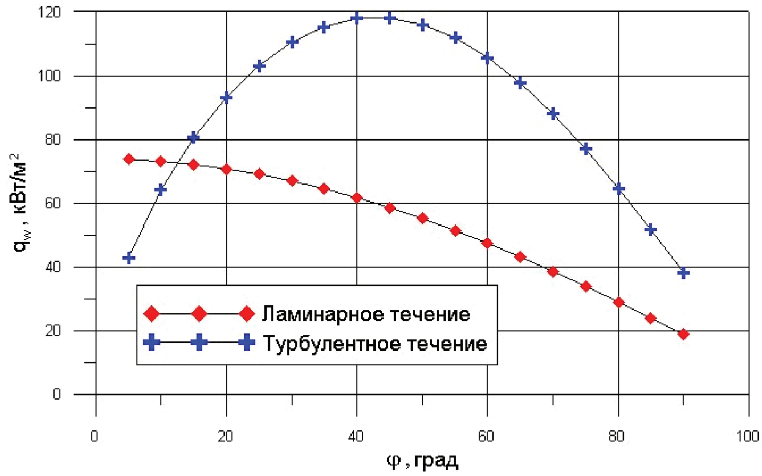
$$K_T = \left(\frac{T_w}{T_e}\right)^{0.4}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} r M_1^2\right)^{0.11}.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{Nu_{wэф}\lambda_w}{x_{эф}}.$$

В отдельных случаях при технических расчетах для определения коэффициента теплоотдачи удобнее пользоваться критериальным уравнением, в котором определяющей температурой является температура потока на внешней границе пограничного слоя. Для большой скорости потока такое уравнение имеет вид

$$Nu_{fэф} = 0.0296 \mathrm{Re}_{fэф}^{0.8} \mathrm{Pr}_f^{0.43}\left(\frac{T_w}{T_e}\right)^{-0.35}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} r M_1^2\right)^{-0.56}$$




*Распределение тепловых потоков на сфере*

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 14-07-00564-а).*

**Список литературы**

1. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. М.: МФТИ, 2006. – 158 с.
2. Авдуевский В.С., Галицейский Б.М. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. – М.: Машиностроение, 1992. – 528 с.
3. Журин С.В. Методика численного моделирования конвективного теплообмена на телах сложной формы с использованием метода эффективной длины // Дис. канд. физ-мат. наук, МФТИ, – М., 2009.
4. Ващенков П.В. Численный анализ высотной аэротермодинамики космических аппаратов // Дис. канд.-тех. наук, ИТПМ СО РАН. – Новосибирск, 2012.
5. Хлопков Ю. И., Чернышев С.Л., Зея Мьо Мьинт, Хлопков А. Ю. Введение в специальность II. Высокоскоростные летательные аппараты.– М.: МФТИ, 2013. – 192 с.
6. Зея Мьо Мьинт, Хлопков А.Ю. Исследование аэротермодинамики перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов // Труды МАИ. – 2013, № 66. – 19 с.
7. Зея Мьо Мьинт, Хлопков А.Ю. Методика расчета тепловых потоков в ламинарном и турбулентном пограничном слое // Труды 56-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – Жуковский, 2013. с. 28-29.

## МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ НА ТЕЛАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

Зея Мьо Мьинт

*Московский физико-технический институт, Долгопрудный, e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com*

При создании и проектировании гиперзвукового летательного аппарата различного назначения необходимо детальное значение их аэротермодинамических характеристик вдоль всей траектории полета. В процессе исследования тепловых нагрузок, действующих на поверхность космических аппаратов, важным этапом является решение задачи создания их тепловой защиты и определения температурных режимов конструкции. В настоящее время существует несколько подходов решения аэротермодинамических характеристик гиперзвуковых летательных аппаратов, также проведены многочисленные исследования аэродинамических характеристик космических аппаратов вдоль всей траектории – от орбитального полета до посадочного режима [1-3]. Однако обладают достаточно хорошей точностью, но требуют большого времени для вычисления. Другие основы на упрошенных инженерных методиках требуют малых затрат расчетного времени, но специфика существующих алгоритмов быстрого счёта позволяет оценивать тепловые потоки на телах достаточно простой формы.

Для вычисления коэффициента теплопередачи $C_h$ на элементарную площадку в свободномолекулярном пределе используются аналитические формулы в виде [4]:

$$C_h = \alpha_e \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{s_\infty^3} \left\{ \left( s_\infty^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} - \frac{1}{2}\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\frac{T_w}{T_\infty} \right) \chi\left(s_{\infty,\theta}\right) - \frac{1}{2} e^{-s_{\infty,\theta}^2} \right\},$$

где

$$\chi(x) = e^{-x^2} + \sqrt{\pi} x \left(1 + \operatorname{erf}(x)\right),$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dt,$$

$\alpha_e$ – коэффициент аккомодации энергии на стенке, $s_\infty$ – отношение скорости набегающего потока к наиболее вероятной скорости молекул, $T_w$ – температура стенки, $T_\infty$ – температура набегающего потока, g – показатель адиабаты, $s_{\infty,\theta} = s_\infty \cos\theta$.

В случае же континуального режима обтекания для вычисления коэффициента теплопередачи необходимо учитывать изменение параметров потока при движении вдоль поверхности.

Для вычисления коэффициента теплопередачи $C_h$ в континуальном режиме будем использовать методику, основанную на теории Лиса [5].

Коэффициент теплопередачи в произвольной точке тела вычисляется по формуле

$$C_h(s,\theta) = C_{h0} \cdot \frac{1}{\sqrt{s/r + \frac{1}{s/r+1}}} \sqrt{1 + \frac{\gamma+3}{\gamma+1}\frac{\gamma}{2} \mathrm{M}_\infty^2 \cos^2\theta \,/\, 1 + \frac{\gamma+3}{\gamma+1}\frac{\gamma}{2}\mathrm{M}_\infty^2}.$$

Здесь $s$ – расстояние вдоль линии тока от точки торможения до рассматриваемой элементарной площадки, θ – угол между направлением потока и нормалью к элементарной площадке в данной точке, $C_{h0}$ – коэффициент теплопередачи в точке торможения:

$$C_{h0} = \frac{2^{k/2}}{2} \mathrm{Pr}^{-2/3} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_{\infty,r}}} \left( \frac{\gamma-1}{2} \mathrm{M}^2 \right)^{\omega/2}.$$

Здесь $k = 1$ для сферической точки торможения, $k = 0$ для цилиндрической точки торможения, $r$ – радиус кривизны поверхности в точке торможения, ω – показатель степени в степенной зависимости вязкости от температуры, $\mathrm{Pr} = \mu C_p/\chi$ – число Прандтля, число Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\infty,r}$ вычислено по параметрам набегающего потока и радиусу кривизны в точке торможения. Число Рейнольдса в континуальном и около континуальном режимах, так как при приближении к свободномолекулярному режиму, когда $\mathrm{Re} \to 0$, величина $C_{h0} \to 0$.

В настоящей работе предлагается локально-мостовой метод вычисления коэффициента теплопередачи на элементах выпуклой поверхности с учетом расстояния от точки торможения в переходном режиме. Локально-мостовой метод позволяет быстро получить аэротермодинамические характеристики при проведении большого количества многовариантных расчетов [6]:

$$C_{k,ds} = C_{k,fm,ds} \cdot F_b\left(\mathrm{Re}, \mathrm{M}, \theta, \ldots\right) + C_{k,cont,ds} \cdot \left(1 - F_b\left(\mathrm{Re}, \mathrm{M}, \theta, \ldots\right)\right),$$

$$C_k = \int_S C_{k,ds} dS.$$

Здесь M – число Маха, Re – число Рейнольдса, $S$ – площадь поверхности тела. Функция $F_b$ называется мостовой функцией. Рассмотрим мостовую функцию, выражающуюся как функция ошибки от логарифма числа Кнудсена:

$$F_{b,1} = \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{\Delta \mathrm{Kn}_1} \cdot \lg\left(\frac{\mathrm{Kn}_0}{\mathrm{Kn}_m}\right)\right)\right),$$