УДК 519.711.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ВЕЙВЛЕТ И ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Амосов О.С., Муллер Н.В.

ФГБОУ ВПО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», Комсомольск-на-Амуре, e-mail: only_nina@mail.ru

Рассматривается математическое и численное моделирование временных рядов с помощью вейвлет и фрактального анализа. Предложенный подход рассматривается как один из альтернативных для существующих методов оценки и управления процессами.

Ключевые слова: математическое и численное моделирование, временные ряды, вейвлет и фрактальный анализ, прогнозная оценка.

THE USING METHODS OF WAVELET AND FRACTAL ANALYSIS FOR MATHEMATICAL AND NUMERICAL MODELING OF TIME SERIES

Amosov O.S., Muller N.V.

Komsomolsk-na-Amure State Technical University, Komsomolsk-na-Amure, e-mail: only_nina@mail.ru

This paper is concerned with the mathematical and numerical modeling of the time series by using wavelet and fractal analysis. The proposed approach is seen as one of alternative to existing methods for estimate and control processes.

Keywords: mathematical and numerical modeling, time series, wavelet and fractal analysis, prediction estimate.

Введение

Существует множество традиционных методов анализа временных рядов. Каждый из них имеет определенные преимущества и недостатки. Одним из основных методов обработки нестационарных временных рядов является спектральный анализ (Фурье-анализ), который позволяет охарактеризовать частотный состав исследуемого сигнала. Недостаток преобразования Фурье заключается в том, что частотные компоненты не могут быть локализованы во времени, что накладывает ограничения на применимость данного метода к ряду задач. Поэтому для решения задачи исследования нестационарных процессов необходимы более современные методы анализа сигналов, изначально предназначенных для нелинейных и нестационарных временных рядов. В работе рассматривается моделирование временных рядов с применением математического аппарата вейвлет и фрактального анализа (ВФА).

Преимущества вейвлет- и фрактального анализа

Вейвлет-базисы могут быть хорошо локализованными, как по частоте, так и по времени. При выделении в сигналах хорошо локализованных разномасштабных процессов можно рассматривать только те масштабные уровни разложения, которые представляют интерес.

Вейвлет-анализ применяется для анализа нестационарных данных и вейвлет-преобразование представляется перспективным математическим аппаратом не только для задач, связанных с анализом сигналов различной природы, но и для решения уравнений, описывающих сложные нелинейные процессы в широких диапазонах масштабов. Он позволяет выявить пространственно-временные свойства изучаемого объекта, определить наличие перемежаемости, получить локальную высокочастотную и глобальную крупномасштабную информацию об объекте достаточно точно и без избыточности и позволяют судить о том, в какой момент времени появились те или иные компоненты сигнала.

Вейвлет-преобразования обладают практически всеми достоинствами преобразований Фурье, но в отличие от него, имеют достаточно много разнообразных базовых функций, свойства которых ориентированы на решение различных задач[2].

Особенность фрактального анализа временных рядов в том, что он учитывает поведение системы не только в период измерений, но и его предысторию. Фрактальная размерность, является показателем сложности кривой. Анализируя чередование участков с различной фрактальной размерностью и тем, как на систему воздействуют внешние и внутренние факторы, можно научиться предсказывать поведение системы, и что самое главное, диагностировать и предсказывать нестабильные состояния.

Целью настоящего исследования является математическое и численное моделирование временных рядов методами вейвлет и фрактального анализа.

Объектом исследования являются временные ряды, **предметом исследования** – вейвлет и фрактальный анализ. Методологической основой исследования являются: виды численного анализа, фрактальный, вейвлет-, статистический анализ.

Постановка задачи

С помощью предложенных методов вейвлет- и фрактального анализа применительно к временному ряду, представленному числовыми значениями, необходимо получить количественные и качественные оценки, характеризующие нестационарность или хаотичность исследуемого процесса.

Этапы решения задачи

Основной алгоритм обработки строится при условии существования временного ряда, то есть собранного в разные моменты времени статистического материала о значении каких-либо параметров исследуемого процесса, где учитывается взаимосвязь измерений со временем.

Первый этап – это обработка временного ряда методом вейвлет- и фрактального анализа. Комплексное применение этих двух анализов позволит получить более полную информацию об исследуемом процессе, описанного временными рядами.

В работе вейвлет-преобразование осуществляется с помощью прямого WT (Wavelet transformation)[3]:

$$\mathrm{WT}_S(a,x)=\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\left(\frac{t-x}{a}\right)s(t)dt;$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(t)dt=0;\quad \int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{t}^{\mathrm{m}}\psi(\mathrm{t})\mathrm{dt}=\mathrm{o},\ \ \mathrm{o}\le\mathrm{m}\le\mathrm{n}$$

где a – масштабный параметр; x – перенос (сдвиг) материнского вейвлета; s(t) – исходный сигнал; Ψ(t) – вейвлет-функция

Расчет фрактальной размерности в данном исследовании производится поточечным методом. Алгоритм расчета поточечной размерности на сегодняшний момент общеизвестен и является классическим (рис. 1).

Полученные величины фрактальных размерностей исследуемых временных рядов применяются в качестве критерия устойчивости исследуемого процесса. По величине фрактальной размерности можно получить количественную оценку хаотичности исследуемого процесса, а также многофакторность и «насыщенность» предпосылок, вызвавших нестационарности процесса) [1]:

Вторым и заключительным этапом алгоритма модели является построение прогнозной оценки на основе выделения показателей, стремящихся к нестабильному состоянию и предопределяющих неудовлетворительное состояние процесса. Результаты могут быть визуализированы и представлены в виде построенных вейвлет-скалограмм, которые дают наглядную картину наиболее резко меняющихся компонент сигнала. Тем самым появляется возможность выделить наиболее нестационарные области и по выделенным областям более детально провести анализ причин возникновения данных нестационарных событий в сигнале применительно к различным прикладным областям.

Выводы

- Данный алгоритм может быть применен для исследования и прогнозирования, в том числе стохастических социальных процессов, зависящих от большого количества факторов и описанных временными рядами.
- Распределение вейвлет- коэффициентов позволяет выявить нестационарности исследуемого процесса на любых частотно-временных масштабах и тем самым является как качественной, так и количественной характеристикой нестационарности.
- Распределение фрактальных размерностей позволяет получать количественную оценку хаотичности исследуемого процесса
- Данный алгоритм позволяет строить прогнозные оценки с выделением факторов (показателей), предопределяющих неудовлетворительное состояние рассматриваемого процесса

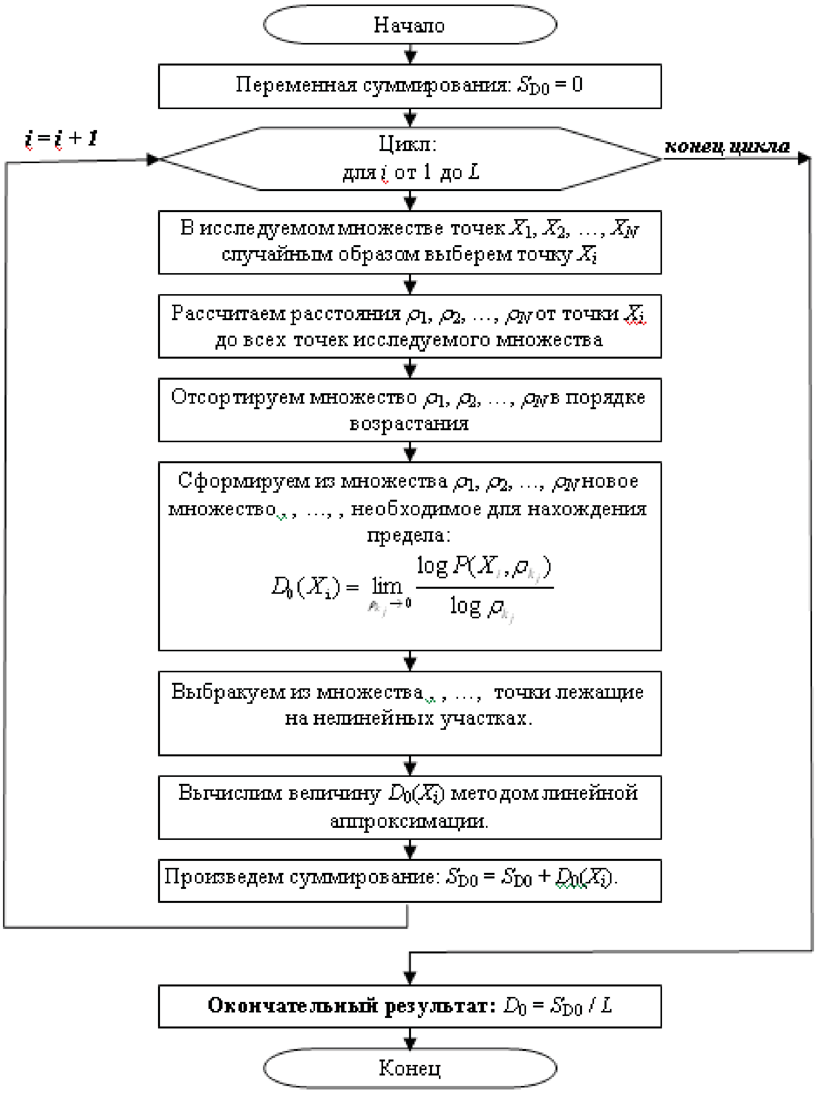

Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета фрактальной размерности Хаусдорфа

Список литературы

1. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

2. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.

3. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразование: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.