

УДК 621.382.8

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СКАНЕРА

Ветров В.А., Ивашов Е.Н., Князева М.П., Федотов К.Д.

ФГАОУ ВПО «Московский институт электроники и математики

Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»»,

Москва, e-mail: eivashov@hse.ru; e-mail: ienmiem@mail.ru

Рассмотрена итерационная процедура комплексного метода, в которой производится поиск минимума перемещением по направлению к минимуму внутри области ограничений. При разработке биморфных элементов пьезосканера в нанотехнологии необходим учет их поперечных и продольных колебаний, оказывающих существенное влияние на точность позиционирования острия кантилевера относительно подложки для наиболее точного нанесения квантовых точек на подложку. Различные конструкции кантилевера приносят в устройство свои особенности. Пьезосканер должен работать в режиме антирезонанса, то есть все резонансные частоты должны быть исключены. Это достигается как геометрией пьезосканера, так и материалом.

Ключевые слова: итерационный метод; комплексный метод; минимизация функции.

ASYMPTOTIC METHODS FOR COMPUTER-AIDED DESIGN OF TECHNICAL OBJECTS

Vetrov V.A., Ivashov E.N., Knyazeva M.P., Fedotov K.D.

FGAEU HPE «Moscow institute of electronics and mathematics The National research university

“High school of economics”», Moscow, e-mail: eivashov@hse.ru; e-mail: ienmiem@mail.ru

Iterative procedure is a complex method, in which minimum is searched by movement to minimum area within limits is considered. Account of longitudinal and transverse oscillation, which has a significant impact on positioning accuracy of the tip's cantilever relative to the substrate for the most accurate application of quantum dots on a substrate, is required in developing of the bimorph piezo elements in nanotechnology. Piezoscanner should work in mode of antiresonance, i.e. all resonant frequencies should be excluded. This is achieved as the piezo geometry as material.

Keywords: iterative method; complex method; function's minimization.

Оптимизация технического решения пьезоэлектрического сканера состоит в минимизации функции $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где x определяется явными ограничениями

$$l_j \leq x_j \leq u_j \text{ при } j=1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

а также неявными ограничениями

$$g_i(x) \leq b_i \text{ при } i=1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

Если целевая функция $f(x)$ выпукла и функции $g_i(x)$ тоже выпуклы, то задача будет иметь единственное решение. Значения l_j и u_j являются нижней и верхней границами переменных. Если в конкретной задаче заданные переменные теоретически не имеют ограничений, то предположение о наличии у них «безопасных» границ, т. е. границ, включающих оптимум, позволит применить комплексный метод.

Данный метод является итерационным. В нем предполагается, что известны значения n и m , l_j и u_j и начальная точка (см. неравенства (1) и (2)). В первую очередь необходимо выбрать k точек, которые удовлетворяют ограничениям, а также вычислить целевую функцию во всех k точках. Множество этих точек называется комплексом. Бокс об-

наружил, что должно быть больше $(n+1)$ – числа точек, используемых в симплексном методе Нелдера-Мида, и положил $k=2n$.

Как упоминалось выше, предполагается, что точка x_j , удовлетворяющая всем ограничениям для пьезоэлектрического сканера, задана. Остальные точки, удовлетворяющие неравенству (1), могут быть выбраны следующим образом:

$$x_{ij} = l_j + r(u_j - l_j) \quad (3)$$

для $j=1, 2, \dots, n$ и $i=2, 3, \dots, k$, где r – псевдослучайная равномерно распределенная переменная в интервале $(0; 1)$.

Точки, выбираемые в соответствии с уравнением (3) для данного j , будут автоматически удовлетворять неравенству (1). Если эти точки удовлетворяют также неравенству (2), то они принимаются в качестве начальных точек комплекса. Если точка, выбранная в соответствии с уравнением (3), не удовлетворяет неравенству (2), то она смещается на половину расстояния до центра тяжести множества уже принятых точек, т. е. формируется точка

$$x_i' = \frac{(x_i + x_c)}{2}, \quad (4)$$

где $x_c = \frac{1}{i-1} \sum_{s=1}^{i-1} x_s$ (5)

Если точка в соотношении (4) все еще не является допустимой, то описанная соотношением (3) процедура повторяется вновь до тех пор, пока точка не станет допустимой. Если функция $g_i(x)$ выпукла, то в конце концов ограничения будут выполняться. Конечно, поскольку точка x_i нахо-

дится внутри области ограничений пьезосканера, то комплекс будет состоять из допустимых точек.

Удобно упорядочить точки комплекса в соответствии со значениями функции. Процедуру инициализации комплекса можно описать с помощью блок-схемы (рис.1). Она реализуется в программе операторами в строках с номерами до 1000.

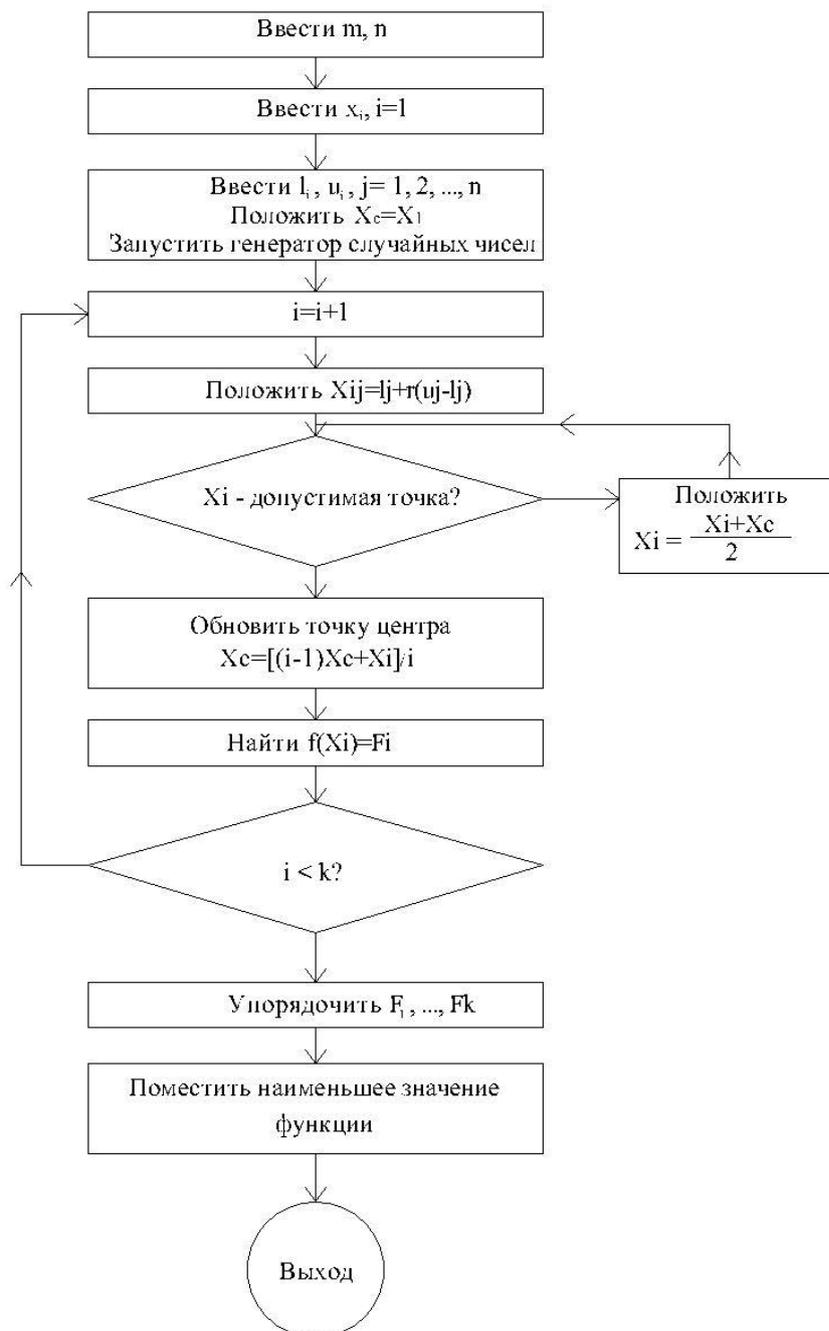


Рис. 1.

Теперь мы подошли к итерационной процедуре комплексного метода, в которой производится поиск минимума перемещением по направлению к минимуму внутри области ограничений. Для этой процедуры необходимы следующие шаги:

1. Найти точку с наибольшим значением функции x_h и найти центр x_0 остальных $(k-1)$ точек пьезосканера.

2. Попытаемся сместиться от точки x_h и получить при этом точку x_r отражением точки x_h относительно точки x_0 , используя коэффициент отражения $\alpha > 1$, что можно записать как

$$x_r = (1 + \alpha)x_0 - \alpha x_h \quad (6)$$

3. Проверить, является ли точка x_r допустимой.

а) Если точка x_r не является допустимой и не выполняется ограничение для l_j , то полагаем $x_{rj} = l_j + 10^{-6}$; если не выполняется ограничение для u_j , то полагаем $x_{rj} = u_j - 10^{-6}$

б) Если не выполняются ограничения, то точку x_r перемещают на половину расстояния между x_r и центром x_0 , т. е.

$$x_r(\text{новое}) = (x_r + x_0)/2 \quad (7)$$

Затем производится повторная проверка на допустимость и шаг 3 повторяется до тех пор, пока не будет получена допустимая точка.

4. Если точка x_r является допустимой, то вычисляется значение функции $f(x_r)$ и сравнивается с $f(x_k)$ – наибольшим значением функции пьезосканера.

Если $f(x_r) > f(x_k)$, т. е. «хуже», чем наибольшее значение, полученное ранее, то точка x_r смещается к центру x_0 на половину расстояния между ними, т. е.

$$x_r(\text{новое}) = (x_r + x_0)/2$$

и процесс возвращается на шаг 3.

5. Если $f(x_r) < f(x_k)$, то точка x заменяется на точку x_r , затем точки и значения функции комплекса снова упорядочиваются.

6. Вычисляются две величины, используемые при проверке сходимости метода: среднее квадратическое отклонение σ для k значений функции и максимальное расстояние d_m между двумя точками пьезосканера. Первая величина вычисляется как

$$\sigma = \left\{ \sum_{s=1}^k [f(x_s) - f]^2 / k \right\}^{1/2}, \quad (8),$$

$$\text{где } f = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k f(x_s), \quad (9)$$

но для вычисления σ^2 лучше использовать формулу

$$\sigma^2 = \left\{ \sum_{s=1}^k f(x_s)^2 - \frac{[\sum f(x)]^2}{k} \right\} / k. \quad (10)$$

7. Величины σ^2 и d_m проверяются на сходимость. Если обе эти величины достаточно малы, то процедура поиска минимума заканчивается. В противном случае необходимо вернуться на шаг 1 и повторить процедуру для другой конструкции пьезосканера.

8. Оптимизация технического решения пьезосканера состоит, в частности, в разработке оптимальной конструкции биморфных элементов пьезосканера.

При разработке биморфных элементов пьезосканера в нанотехнологии необходимо учесть их поперечные и продольные колебания, оказывающих существенное влияние на точность позиционирования острия кантилевера относительно подложки для наиболее точного нанесения квантовых точек на подложку. Различные конструкции кантилевера привносят в устройство свои особенности.

Пьезосканер должен работать в режиме антирезонанса, то есть все резонансные частоты должны быть исключены. Это достигается как геометрией пьезосканера, так и материалом.

Примером устройства, в котором более существенную роль играют поперечные колебания биморфного элемента, может послужить устройство возбуждения кантилевера, представленного на рис. 2.

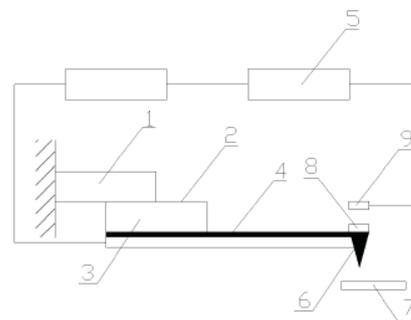


Рис. 2. Устройство возбуждения кантилевера

Устройство возбуждения кантилевера содержит держатель кантилевера 1 с кантилевером 2, включающим основание 3 с гибкой балкой 4, источник возбуждения колебаний 5 гибкой балки 4 с остривом 6 относи-

тельно образца 7; на гибкой балке 4 в зоне расположения острия 6 закреплена круглая магнитная нанопластинка 8, а источник возбуждения колебаний 5 гибкой балки 4 с острием 6 выполнен в виде генератора магнитных колебаний 9 с рабочими частотами до 200 кГц.

Устройство возбуждения кантилевера работает следующим образом: при изменении частоты генератора магнитных колебаний 9 изменяется и частота колебаний гибкой балки 4 с острием 6 в результате взаимодействия круглой магнитной нанопластинки 8 с генератором магнитных колебаний 9, который выполнен на базе стандартной катушки индуктивности с сердечником (условно не обозначена).

Перейдем к собственным формам колебаний биморфного элемента и функциям, их определяющим.

Собственные формы колебаний биморфного элемента и функции, их определяющие.

Простейшим периодическим решением уравнения свободных колебаний биморфного элемента

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (11)$$

является так называемое главное колебание, в котором $y(x,t)$ изменяется с течением времени по гармоническому закону

$$y(x,t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \alpha) \quad (12).$$

$\varphi(x)$ – функция, устанавливающая закон распределения максимальных (амплитудных) отклонений точек оси биморфного элемента от равновесного положения, называется формой главного колебания или собственной формой.

ω – собственная частота.

Отбор собственных частот и соответствующих им собственных форм осуществляется с помощью уравнения собственных форм и краевых условий задачи.

Уравнение собственных форм однородной задачи:

$$EJ\varphi^{IV}(x) - \omega^2\mu\varphi(x) = 0 \quad (13)$$

$$\text{или } \varphi^{IV}(x) - k^4\varphi(x) = 0 \quad (14),$$

$$\text{где } k^4 = \frac{\mu\omega^2}{EJ} \quad (15)$$

$$\text{или } k^4 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \theta \quad (16)$$

Уравнение (4) имеет следующие четыре независимых частных решения:

$\cos kx, \sin kx, \operatorname{ch} kx, \operatorname{sh} kx$, его общий интеграл:

$$\varphi(x) = A\cos kx + B\sin kx + C\operatorname{ch} kx + D\operatorname{sh} kx \quad (17)$$

Он содержит четыре произвольные постоянные A, B, C, D , которые должны быть подобраны так, чтобы для функции $\varphi(x)$ выполнялись краевые условия, т. е. условия закрепления концов биморфного элемента. В обычных случаях число краевых условий равно числу произвольных постоянных – по два на каждом конце. Все они выражаются равенствами нулю двух из следующих четырех величин: $\varphi(x), \varphi'(x), \varphi''(x), \varphi'''(x)$,

пропорциональных соответственно прогибу, углу поворота, изгибающему моменту и перерезывающей силе в точках $x=0$ или $x=l$. Выполняя эти условия, мы получим четыре однородных уравнения, из которых найдутся отношения постоянных A, B, C, D и уравнение для определения собственных частот системы.

Во многих отношениях более удобной оказывается следующая система частных решений уравнения (14):

$$\begin{cases} S(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} kx + \cos kx) \\ T(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} kx + \sin kx) \\ U(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} kx - \cos kx) \\ V(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} kx - \sin kx) \end{cases} \quad (18)$$

Функции S, T, U, V называются функциями А.Н. Крылова.

Найдем значения этих функций и их производных по аргументу kx до третьего порядка включительно при $x=0$ (формула 19):

$$\begin{cases} S(0) = 1, S'(0) = 0, S''(0) = 0, S'''(0) = 0 \\ T(0) = 0, T'(0) = 1, T''(0) = 0, T'''(0) = 0 \\ U(0) = 0, U'(0) = 0, U''(0) = 1, U'''(0) = 0 \\ V(0) = 0, V'(0) = 0, V''(0) = 0, V'''(0) = 1 \end{cases}$$

Определитель, составленный из этих величин, равен единице. Поэтому функции Крылова называют иногда функциями с единичной матрицей, а систему (18) – нормальной или фундаментальной системой интегралов уравнений (14).

Запишем уравнение (17) и представим тригонометрические функции в системе уравнений (18) через функции Крылова:

$$\varphi(x) = AS(x) + BT(x) + CU(x) + DV(x) \quad (20)$$

$$\begin{cases} \sin kx = T - V \\ \cos kx = S - U \\ \operatorname{ch} kx = S + U \\ \operatorname{sh} kx = T + V \end{cases} \quad (21)$$

Приведем выражения последовательных производных по x от функций $S(x)$, $T(x)$, $U(x)$, $V(x)$ до четвертого порядка включительно.

	Первая производная	Вторая производная	Третья производная	Четвертая производная
$S(x)$	$kV(x)$	$k_2 U(x)$	$k_3 T(x)$	$k_4 S(x)$
$T(x)$	$kS(x)$	$k_2 V(x)$	$k_3 U(x)$	$k_4 T(x)$
$U(x)$	$kT(x)$	$k_2 S(x)$	$k_3 V(x)$	$k_4 U(x)$
$V(x)$	$kU(x)$	$k_2 T(x)$	$k_3 S(x)$	$k_4 V(x)$

Одним из преимуществ функций Крылова является то, что с помощью этих функций можно сразу написать выражение общего интеграла уравнения (14), удовлетворяющего условиям на конце $x=0$ и содержащего только две постоянные, которые определяются из условий на другом конце $x=l$.

Основная задача функций Крылова. Колебания биморфного элемента, жестко закрепленного концом $x=0$ и свободного на конце $x=l$. Краевые условия в этом случае:

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= \varphi'(0) = 0, \\ \varphi''(l) &= \varphi'''(l) = 0. \end{aligned}$$

Интеграл уравнения (14), удовлетворяющий условиям на конце $x=0$, имеет вид:

$$\varphi(x) = CU(kx) + DV(kx) \quad (22)$$

Условия на конце $x=l$ выражаются уравнениями:

$$\begin{cases} CS(kl) + DT(kl) = 0 \\ CV(kl) + DS(kl) = 0 \end{cases} \quad (23),$$

откуда

$$S^2 - TV = 0 \text{ или } \operatorname{ch}(kl)\cos(kl) + 1 = 0 \quad (24).$$

По таблицам находим первые четыре корня уравнения (24):

$$kl = 1.875; 4.694; 7.855; 10.996.$$

Для первых четырех собственных частот получаем по формуле (15)

$$\omega_1 = \frac{(1.875)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} \quad (25),$$

$$\omega_2 = \frac{(4.694)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} \quad (26),$$

$$\omega_3 = \frac{(7.855)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} \quad (27),$$

$$\omega_4 = \frac{(10.996)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} \quad (28),$$

$$\text{Расчет периода колебаний: } T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (29)$$

с учетом формулы (29) приведет к расчету первых четырех периодов колебания биморфного элемента:

$$T_1 = \frac{2\pi}{(1.875)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}} \quad (30),$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{(4.694)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}} \quad (31),$$

$$T_3 = \frac{2\pi}{(7.855)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}} \quad (32),$$

$$T_4 = \frac{2\pi}{(10.996)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}} \quad (33).$$

При иных заданных начальных параметрах можем перейти к другой форме записи собственных частот и периодов.

Запишем выражение для нахождения погонной массы для биморфного элемента:

$$\mu = \frac{m}{l} \quad (34).$$

Учитывая формулы для вычисления массы $m = \rho V$ и объема $V = bhl$, получим выражение для погонной массы: $\mu = \rho bh$ (35).

Момент инерции прямоугольного сечения определяется из известного выражения:

$$J = \frac{bh^3}{12} \quad (36).$$

Стандартное выражение для вычисления первых четырех собственных частот выглядит согласно формулам (25-28).

Подставляя в (25-28) вместо величин E , μ и J (35) и (36), имеем следующие выраже-

ния для определения первых четырех частот биморфного элемента:

$$\omega_1 = \left(\frac{1,007}{l}\right)^2 h \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (37),$$

$$\omega_2 = \left(\frac{2,522}{l}\right)^2 h \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (38),$$

$$\omega_3 = \left(\frac{4,220}{l}\right)^2 h \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (39),$$

$$\omega_4 = \left(\frac{5,908}{l}\right)^2 h \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (40).$$

Учитывая выражение (19), получим окончательный вид первых четырех периодов колебаний биморфного элемента:

$$T_1 = \frac{2\pi l^2}{1,007^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (41),$$

$$T_2 = \frac{2\pi l^2}{2,522^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (42),$$

$$T_3 = \frac{2\pi l^2}{4,220^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (43),$$

$$T_4 = \frac{2\pi l^2}{5,908^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (44).$$

В зависимости от заданных физико-механических параметров биморфного элемента и величин, требуемых при расчете результатов, разработчик может пользоваться как формулами (25-28), (30-33), так и (37-40), (41-44).

Уравнение i -ой собственной формы составляем следующим образом.

Из первого или второго уравнения (23) находим, подставив туда $k_i l$, значение отношения

$$\frac{D}{C} = -\frac{S(k_i l)}{T(k_i l)} = -\frac{V(k_i l)}{S(k_i l)} \quad (45).$$

Подставив это значение в уравнение (22), получим

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) &= C \left| U(k_i x) - \frac{S(k_i l)}{T(k_i l)} V(k_i x) \right| = \\ &= \left| U(k_i x) - \frac{V(k_i l)}{S(k_i l)} V(k_i x) \right| \quad (46). \end{aligned}$$

На рис. 3 представлены первые три формы поперечных колебаний биморфного элемента.

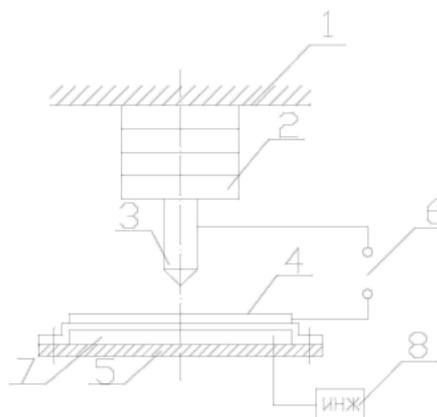


Рис. 3. Устройство формирования квантовых точек из газовой среды

Для формирования квантовых точек на подложке могут использоваться и другие пьезомеханические системы. Одно из устройств формирования квантовых точек из газовой фазы, в котором превалирует роль продольных колебаний пьезопривода, представлено на рис. 4:

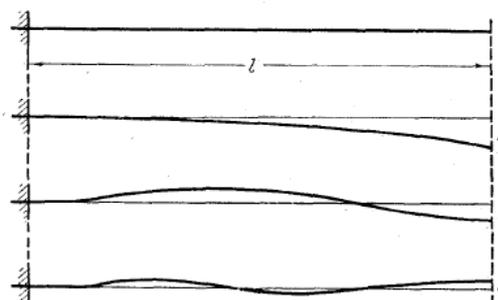


Рис. 4. Формы поперечных колебаний биморфного элемента

Устройство формирования квантовых точек из газовой среды, содержит неподвижное основание 1, установленный на нем пьезопривод 2 с зондом 3, электрически связанным с подложкой 4, установленной на подложкодержателе 5, источник гармонических колебаний напряжения 6, соединенный с зондом 3 и подложкой 4, подложкодержатель 5 выполнен с возможностью подачи внутрь полости 7 подложкодержателя 5 жидкого азота от источника жидкого азота 8.

Устройство для формирования квантовых точек из газовой среды работает следующим образом.

При перемещении зонда 3 посредством пьезопривода 2 относительно подложки 4

источник гармонических колебаний напряжения 6 посылает импульсы между зондом 3 и подложкой 4, в результате чего формируются квантовые точки из газовой среды, окружающей пространство между зондом 3 и подложкой 4. В это время происходит охлаждение подложки 4 путем подачи жидкого азота от источника жидкого азота (ИЖА) 8 в герметичную полость 7 внутри подложкодержателя 5, что приводит к уменьшению интенсивности процесса испарения материала с поверхности подложки 4 и его дрейфа.

На процесс формирования квантовых точек существенное влияние оказывает резонанс, возникающий в пьезоприводе.

Уравнения продольных колебаний биморфного элемента мы получим как необходимые условия экстремума функционалов (формула 47):

$$S_1 = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \left[\mu(x) \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 - ES \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 - Qy \right] dx dt$$

Интегралы по x , взятые в пределах от 0 до l (l – ширина биморфного элемента) от первого и двух последних слагаемых в квадратных скобках, представляют собой соответственно кинетическую и потенциальную энергию рассматриваемой системы.

Необходимое условие экстремума функционала S_1 будет иметь вид:

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ES \frac{\partial y}{\partial x} \right] = Q(x, t) \quad (48)$$

Условие (2) будет уравнением продольных колебаний.

Когда $Q(x, t) \equiv 0$ и жесткость ES биморфного элемента постоянна по всей ширине биморфного элемента, то уравнение свободных колебаний однородного биморфного элемента имеет вид уравнения (11), где $c^2 = \frac{ES}{\mu}$.

Уравнение собственных форм продольных колебаний будет иметь форму:

$$\varphi''(x) + \alpha^2 \varphi(x) = 0, \quad (49) \text{ где } \alpha^2 = \frac{\omega^2 \mu}{ES}.$$

Задача о собственных формах и частотах колебаний приводится к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Частоты главных колебаний стержня образуют бесконечный дискретный ряд значений. Перенумерованные в порядке возрастания

они вместе с порядковым номером растут до бесконечности.

Рассмотрим продольные колебания биморфного элемента с одним жестко закрепленным ($x=0$) и другим ($x=l$) свободным концами.

В этом случае краевые условия выражаются равенствами: $\varphi(0)=0, \varphi'(l)=0$.

Из этих условий находим значения постоянных B и D общего решения $\varphi(x) = B \cos \alpha x + D \sin \alpha x$.

Имеем: $B=0, D \cos \alpha l = 0$.

Постоянная D не может, очевидно, равняться нулю, так как в противном случае $\varphi(x) \equiv 0$. Нетривиальное решение получится при условии $\cos \alpha l = 0$, (50), $(\alpha l = -\frac{\pi}{2} + \pi k)$

Из условия (50) находим:

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2l},$$

$$\omega = \frac{(2k-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{ES}{\mu}} \quad (k=1, 2, 3 \dots) \quad (51)$$

Таким образом, уравнение (50) отбирает собственные значения параметра α и вместе с тем определяет собственные частоты системы. Оно называется характеристическим уравнением или уравнением частот и соответствует вековому уравнению систем с конечным числом степеней свободы.

Учитывая (29) и (51), получим выражение для определения периода колебаний биморфного элемента:

$$T = \frac{4l}{2k-1} \sqrt{\frac{\mu}{ES}} \quad (52).$$

Характеристическое уравнение или уравнение частот можно получить в другом виде.

Определим площадь поверхности полового цилиндрического биморфного элемента: $S = \pi(R^2 - r^2)$ (53)

Учитывая формулы для вычисления массы $m = \rho V$ и объема $V = \ell \pi(R^2 - r^2)$, получим выражение для погонной массы:

$$m = \pi \rho (R^2 - r^2) \quad (54)$$

Стандартное выражение для вычисления частоты колебаний выглядит согласно формуле (16).

Подставляя в (51) вместо величин E, S и μ (53) и (54), имеем следующее выражение для определения частоты колебаний биморфного элемента:

$$\omega = \frac{(2k-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (55)$$

Величина, обратная частоте:

$$\frac{1}{\omega} = \frac{2l}{(2k-1)\pi} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (56).$$

Учитывая выражения (29) и (54), получим окончательный вид уравнения периода колебаний биморфного элемента:

$$T = \frac{4l}{2k-1} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (57).$$

Разработчику можно пользоваться при расчетах формулами (29), (51), (55) и (57), в зависимости от заданных физико-механических параметров биморфного элемента и величин, которые необходимо рассчитать.

Применение предлагаемого устройства возбуждения кантилевера (рис. 2) позволяет расширить функциональные возможности устройства за счет использования схемы генератор магнитных колебаний – магнитная нанопластинка,. Применение предлагаемо-

го устройства формирования квантовых точек из газовой среды (рис. 4) позволяет создавать квантовые точки с заданными промежутками между ними.

Список литературы

1. Вейник А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. – М.: Металлургия, 1965. – 375 с.
2. Бабаков А.И. Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 559 с., ил. – С. 233-235, 254-257.
3. Ивашов Е.Н., Князева М.П., Степанчиков С.В. Устройство возбуждения кантилевера. – Пат. РФ на ПИМ №125348. – Оpubл. 27.02.2013. – Бюл. №6.
4. Ивашов Е.Н., Князева М.П., Гамилова Т.П. Модель формирования нанорисунка на подложке с учетом двух внутренних степеней свободы: материалы МНТК «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного машиностроения». 4-7 декабря 2012 г. INTERMATIC-2012. Часть 3. – М.: МИРЭА, 2012. – С. 101-103.
5. Ивашов Е.Н., Князева М.П., Степанчиков С.В. Пьезоэлектрические сканирующие элемент зондовых микроскопов и нанотехнологического оборудования: материалы МНТК «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного машиностроения». 4-7 декабря 2012 г. INTERMATIC-2012. Часть 4. – М.: МИРЭА, 2012. – С. 78-82.
6. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс / пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с., ил.
7. Ивашов Е.Н., Павлов А.Ю. Исследование пьезосканиров в СЗМ. – РИО МИЭМ. – 2005. – 32 с., ил.