

УДК 548.1

ФОРМИРОВАНИЕ И СИМВОЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИХ ГИБРИДНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР В 2D-ПРОСТРАНСТВЕ

Иванов В.В.

Южно-Российский государственный технический университет, Новочеркасск,

e-mail: valivanov11@mail.ru;

ФГУП ОКБ «ОРИОН», Новочеркасск

Обсуждаются общие принципы формирования и проблема символического описания детерминистических гибридных фрактальных структур в 2D-пространстве.

Ключевые слова: гибридная фрактальная структура, детерминистическая фрактальная структура, фрактальная размерность, итерационная последовательность, канторово множество

FORMING AND SYMBOLIC DESCRIPTION OF THE DEDERMINISTIC GIBRID FRACTAL STRUCTURES IN 2D SPACE

Ivanov V.V.

South-Russian state engineering university, Novocherkassk, e-mail: valivanov11@mail.ru;

FGUE SDTU «ORION», Novocherkassk

The general principles of forming and the problem of symbolic description of the deterministic gibrud fractal structures in 2D-space were discussed.

Keywords: hybrid fractal structure, deterministic fractal structure, fractal dimension, iterative successivity, Cantor's multitude

Под гибридной фрактальной структурой будем понимать фрактальную структуру из двух или более простых фракталов с разными генераторами [1,2]. Гибридную фрактальную структуру, составленную из упорядоченных в пространстве локальных фракталов, будем считать детерминистической гибридной фрактальной структурой. Формирование детерминистических гибридных фрактальных структур проводится путем вложения по определенному алгоритму простых фракталов с разными генераторами в пространственные ячейки структурированного пространства методами комбинаторного или итерационного модулярного дизайна [3-24].

Сформулируем общие принципы формирования детерминистических гибридных фрактальных структур в 2D-пространстве [14, 15]:

1) принцип использования предварительно структурированного (сеточного) пространства,

2) принцип отбора мономодулярных одногенераторных фрактальных структур с близкими локальными размерностями по критериям совместимости на границе и внутри пространственных ячеек,

3) принцип выбора гибридных фракталов с минимальными периодами идентичности и максимальной симметрией.

Введем следующее символическое обозначение для детерминистической гибридной фрактальной структуры в 2D-пространстве:

$$MGF_2^2 \{ (a_i \text{ Gen}F_i; b_j \text{ Gen}F_j) (G^2_{0_i}) (CP) \} \\ [(G^2_2), (a, b), (\text{Dim})].$$

Здесь: MGF_2^2 – наименование двумерной дважды периодической мультифрактальной гибридной структуры, $\text{Gen}F_i$ и $(G^2_{0_i})$ – генератор i -го простого фрактала и его локальная симметрия, CP – код упаковки простых фракталов или последовательность их чередования в двух кристаллографически независимых направлениях, G^2_2 – группа симметрии двумерной дважды периодической гибридной структуры $()$, $\sum a_i = a$ и $\sum b_i = b$ – количества ячеек 2D-пространства, определяющих периоды идентичности структуры, Dim – фрактальная размерность.

Для 2D-пространства структурированность достигается разбиением его на одинаковые ячейки $[0,1; 0,1]$ – интервалы существования мономодулярной точечной фрактальной структуры [16-18]. Тогда будем учитывать, что каждая простая фрактальная структура формируется в результате бесконечной итерации генератора, заданного внутри этих ячеек, инъективным способом и не выходит за ее границы, но имеет общие элементы.

Гибридность фрактальных структур в 2D-пространстве определяется наличием в них двух и более простых фракталов с разными генераторами, занимающими граничащие друг с другом ячейки. В качестве примера классических точечных фрактальных структур могут быть, в частности, итерационная последовательность точек ICp(1/2) (Dim ICp = 0,50, симметрия группы $G_0^1 = 1$), канторово множество точек CMp(1/3) (Dim CMp = 0,631, симметрия группы $G_0^1 = \bar{1}$), итерационная последовательность линий ICl(1/2) (Dim ICl = 1,50, симметрия группы $G_0^2 = 1$), канторово мно-

жество точек CMl (1/3) (Dim CMl = 1,631, симметрия группы $G_0^2 = \bar{1}$) и треугольная кривая Коха CK(4/3) (Dim CK = 1,26, симметрия группы $G_0^1 = 1$). В качестве дополнений к ним могут использоваться отрезок линии L (Dim L = 1, симметрия группы $G_0^1 = \bar{1}$) и квадрат Sq (Dim Sq = 2, симметрия группы $G_0^2 = 4$ mm). Перечислим некоторые формально возможные варианты гибридных фракталов из перечисленных выше структур с одним генератором в виде последовательности их чередования (кодами упаковки) внутри периодов идентичности a и $b_{\min} = 1$:

- 1) (ICp(+), CMp) – (CMp, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (3,1),
- 2) (ICp(+), CMp) – (CMp, CMp) – (L, CMp) – (CMp, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (5,1),
- 3) (ICp(+), CMp) – (L, CMp) – (CMp, CMp) – (L, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (5,1),
- 4) ICl(+) – CMl – ICl(-), (a,b) = (3,1),
- 5) ICl(+) – CMl – Sq – CMl – ICl(-), (a,b) = (5,1),
- 6) ICl(+) – Sq – CMl – Sq – ICl(-), (a,b) = (5,1),
- 7) (ICp(+), CMp) – (CK, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (3,1),
- 8) (ICp(+), CMp) – (CK, CMp) – (L, CMp) – (CK, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (5,1),
- 9) (ICp(+), CMp) – (L, CMp) – (CK, CMp) – (L, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (5,1),
- 10) (ICp(+), CMp) – (CK, CMp) – (CMp, CMp) – (CK, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (5,1),
- 11) (ICp(+), CMp) – (CMp, CMp) – (CK, CMp) – (CMp, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (5,1),
- 12) (ICp(+), CMp) – (CMp, CMp) – (L, CMp) – (CK, CMp) – (L, CMp) – (CMp, CMp) – (ICp(-), CMp), (a,b) = (7,1),
- 13) ICl(+) – CKsq – ICl(-), (a,b) = (3,1),
- 14) ICl(+) – Sq – CKsq – Sq – ICl(-), (a,b) = (5,1),
- 15) ICl(+) – CKsq – Sq – CKsq – ICl(-), (a,b) = (5,1),
- 16) ICl(+) – CKsq – CMl – CKsq – ICl(-), (a,b) = (5,1),
- 17) ICl(+) – CMl – CKsq – CMl – ICl(-), (a,b) = (5,1),
- 18) ICl(+) – CMl – Sq – CKsq – Sq – CMl – ICl(-), (a,b) = (7,1).

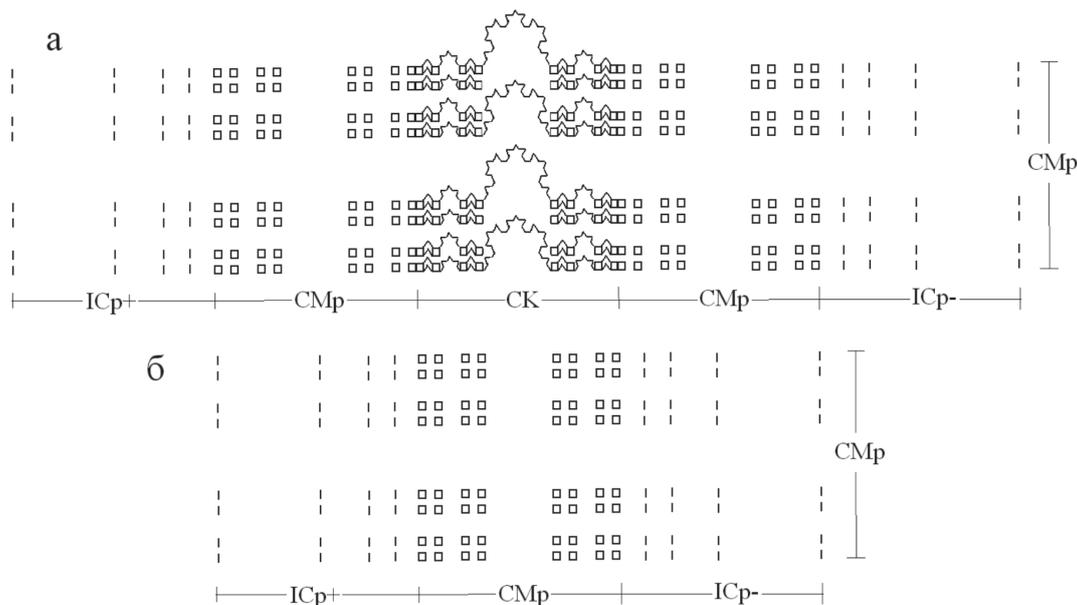
Выше с помощью символов + и – учтена асимметрия фракталов ICp(1/2) и ICl (1/2) относительно геометрического центра интервала их существования.

Соответствующие этим последовательностям гибридные мультифрактальные структуры MGF_2^2 будут иметь следующие симметричные характеристики G_0^2 и G_2^2 : mm2 и pmm2 (структуры 1–6), m и pm (структуры 7–18).

Размерности гибридных фрактальных структур определяются через известные размерности генераторов простых мономодулярных фракталов следующим образом:

$$\text{Dim}(MGF_2^2 \{a_i \text{ Gen}F_i; b_j \text{ Gen}F_j\}) = a - 1 \sum a_i \text{Dim} \text{Gen}F_i + b^{-1} \sum b_j \text{Dim} \text{Gen}F_j.$$

Изображения элементарной ячейки предфракталов 3-го поколения с кодами упаковки (1) и (10) представлены на рисунке.



Изображения элементарной ячейки предфрактала 3-го поколения $MGF22\{(2GenICp, 2GenCM, GenCK; GenCM) (m, mm2, m; mm2) (CP)\}\{(pm), (5, 1)(Dim=1,334)\}$ (а) и $MGF22\{(2GenICp, GenCM; GenCM) (m, mm2; mm2) (CP)\}\{(pmm2), (3, 1)(Dim=1,173)\}$ (б)

Можно также допустить возможность существования некоторых кентавроподобных гибридных структур $MGKF^2_{22}$, включающих переходные структуры $Tt(F1 * F2)$ – слои квазинепрерывного перехода от одного простого фрактала F1 к другому F2. В частности, такими структурами для гибридов 2D-пространства могут быть переходные структуры $Tt(L * CK)$ ($Dim=1$) и $Tt(ICp * CMp)$ ($Dim=0$). В этом случае максимально симметричные кентавроподобные гибридные структуры с минимальными периодами идентичности могут быть получены на основе тех же перечисленных выше 18-ти последовательностей простых фракталов. Учитывая, что переходные структуры не обладает фрактальными свойствами, размерности всех кентавроподобных фрактальных структур на основе перечисленных выше 18-ти будут ниже.

Отметим, что все полученные гибридные фрактальные структуры MGF^2_{22} , симметрия которых описывается плоскими группами класса G^2_{22} , могут быть прообразами новых гибридных структур. В частности, при использовании одной трансляции (t_3) непрерывной группы $Tt_{1,2,t_3}$ в ортогональном направлении к дискретным трансляциям t_1 и t_2 из представленных выше структур могут быть получены новые планарные фракталы вида MGF^3_2 . Симметрия образов

структур этих фракталов будет описываться одной из 3D-групп симметрии слоев G^3_2 (например, pmm , $pmm2$ или $p4mm$). Обозначения всех 2D- и 3D-групп симметрии приведены в соответствии с обозначениями, принятыми в [25].

В данной работе были проанализированы вероятные гибридные фрактальные структуры 2D-пространства как возможные аппроксиманты поверхности композиционных покрытий (КП) и сайз-распределения наноразмерных объектов на ней. В соответствии с концепцией синергизма свойств фаз твердой и смазочной компонент КП [26–29] в процессе трибоконтакта с сопряженной поверхностью износ более пластичной смазочной компоненты существенно снижается за счет ее специфического взаимодействия с макродефектами и межкристаллитным пространством фаз твердой компоненты [29]. Синергическая модель, описывающая трибологические свойства поверхности КП, основана на одновременном учете параметра наноструктурности и параметра, характеризующего квазифрактальный характер конфигурации межфазных границ [30]. Экспериментально установлено [29, 31–36], что для КП разного фазового состава сумма этих параметров может принимать существенно большие значения (от 0,03 до 0,08) и характеризует объемную долю

наночастиц (или микрочастиц) фаз твердых компонент КП и контр-тела, которые могут находиться в зоне трибоконтакта. Сайз-распределения, полученные на основе анализа гибридных фрактальных структур, включающих локальную структуру $F(ICp)$, для предфракталов 3-го поколения характеризуются интервалом значений $(0,2 \dots 0,8) r_0$ нм (при размере структурного элемента $r_0 = 0,5$ нм параметр пространственной ячейки 5 нм). Если сайз-распределения получены на основе анализа гибридных фракталов, включающих структуру $F(CMp)$, то для предфракталов 3-го поколения имеем интервал значений $(0,3 \dots 2,7) r_0$ нм (при $r_0 = 0,5$ нм параметр пространственной ячейки 15 нм). Следовательно, если структурные элементы предфракталов представляют собой нанообъекты с размером порядка 0,5 нм, то периоды идентичности их гибридных структур (параметры элементарной ячейки) могут принимать значения от 15 до 135 нм.

Таким образом, сформулированы общие принципы формирования, предложено символическое описание и получены некоторые из формально возможных детерминистических гибридных фрактальных структур в 2D-пространстве.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение № 14.U01.21.1078.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир. 1991. – 260 с.
2. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир. 1965. – 455 с.
3. Иванов В.В. Комбинаторное моделирование вероятных структур неорганических веществ. – Ростов н/Д: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003. – 204 с.
4. Иванов В.В., Таланов В.М. // Физика и химия стекла, 2008. Т.34, №4. С.528-567.
5. Иванов В.В., Таланов В.М. // Журн. неорганической химии, 2010. Т.55. № 6. С.980-990.
6. Иванов В.В., Таланов В.М. // Кристаллография, 2010. Т.55. № 3. С.385-398.
7. Иванов В.В., Таланов В.М. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2010. Т.1. №1. С.72-107.
8. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2011. Т.2. № 3. С.121-134.
9. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2012. Т.3. № 4. С. 82-100.
10. Иванов В.В., Таланов В.М. / Журн. структурн. химии, 2013. Т.54. №2. С. 354-376.
11. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Междунар. журн. эксп. образования, 2010. №11. С. 153-155.
12. Иванов В.В., Щербаков И.Н., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии. 2012. № 1. С. 54-55.
13. Иванов В.В., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии. 2012. №2. С.60-63.
14. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. №3. С.56-57.
15. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. №4. С.230-232.
16. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания. 2012. №8. С.75-77.
17. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания. 2012. №10. С.78-80.
18. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания. 2012. №9. С.74-77.
19. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания. 2012. №11. С.61-62.
20. Иванов В.В., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии. 2012. №11. С.24-25.
21. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания. 2012. №11. С.63-65.
22. Иванов В.В., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии. 2012. №12. С.16-17.
23. Иванов В.В., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии. 2012. №11. С.22-23.
24. Иванов В.В., Таланов В.М. // Кристаллография. 2013. Т.58. № 3. С. 370–379.
25. Современная кристаллография. В 4-х томах. – Т.1. Симметрия кристаллов. Методы структурной кристаллографии. – М.: Наука, 1980. – 524 с.
26. Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2001. № 3. С. 60-61.
27. Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. Спецвыпуск. Проблемы трибоэлектрохимии. 2005. С. 128-130.
28. Иванов В.В., Иванов А.В., Щербаков И.Н., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2005. № 3. С. 46-49.
29. Иванов В.В., Щербаков И.Н., Иванов А.В., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2005. № 4. С. 62-64.
30. Иванов В.В., Щербаков И.Н. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2011. №3. С. 54-57.
31. Ivanov V.V., Balakai V.I., Ivanov A.V., Arzumanova A.V. // Russian Journal of Applied Chemistry. 2006. Т.79. № 4. С.610-613.
32. Ivanov V.V., Balakai V.I., Kurnakova N.Yu., Arzumanova A.V., Balakai I.V., // Russian Journal of Applied Chemistry. 2008. Т.81. № 12. С.2169-2171.
33. Balakai V.I., Ivanov V.V., Balakai I.V., Arzumanova A.V. // Russian Journal of Applied Chemistry. 2009. Т. 82. №. 5. С. 851-856.
34. Щербаков И.Н., Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2011. № 5. С. 47-50.
35. Иванов В.В., Щербаков И.Н. Моделирование композиционных никель-фосфорных покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион», 2006. – 112с.
36. Щербаков И.Н., Иванов В.В., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Трофимов Г.П., Дерлугян Ф.П. Химическое наноконструирование композиционных материалов и покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки», 2011. – 132 с.