

Любая точка  $(K^*, L^*)$ , удовлетворяющая условиям (4), будет точкой максимума прибыли, и при этом оптимальные затраты ресурсов  $K^*$  и  $L^*$  будут неотрицательными, следовательно, условия (4) определяют оптимальное решение задачи производителя.

Рассмотрим экономическую интерпретацию условий максимума прибыли производителя. В левых частях этих условий находятся предельные эффективности ресурсов, а в правых – цены ресурсов, поэтому условия (4) можно интерпретировать следующим образом: производитель достигает максимальной прибыли при таких затратах ресурсов  $K^*$  и  $L^*$ , что предельные эффективности ресурсов равны их ценам.

*Пример.* О фирме с мультипликативной производственной функцией, имеющей вид  $F(K, L) = 100 \cdot K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{2}{3}}$ , известны факты: произ-

$$\Pi(K, L) = 10\,000\,000 - \frac{1}{12} \cdot 100\,000\,000 - 1\,000 \cdot 1\,000 = \frac{2000000}{3} = \frac{2}{3} \text{ млн. ден. ед.}$$

Оптимальные параметры фирмы задаются условиями (4), состоящими в том, что предельные эффективности ресурсов должны быть в оптимальной точке равны ценам ресурсов. В этом случае предельная фондоотдача и предельная производительность труда равна соответственно

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = 50 \cdot K^{-\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{2}{3}}, \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{100}{3} \cdot K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-\frac{2}{3}}.$$

Поэтому оптимальные условия фирмы (4) принимают вид:

$$Y^* = 100 \cdot (K^*)^{\frac{1}{2}} \cdot (L^*)^{\frac{2}{3}} = 100 \cdot (144\,000\,000)^{\frac{1}{2}} \cdot (8\,000)^{\frac{2}{3}} = 24\,000\,000 = 24 \text{ млн. ден. ед.},$$

а прибыль

$$\begin{aligned} \Pi^*(K, L) &= Y^* - P_K \cdot K^* - P_L \cdot L^* = \\ &= 24\,000\,000 - \frac{1}{12} \cdot 144\,000\,000 - 1\,000 \cdot 8 \cdot 1\,000 = 4\,000\,000 = 4 \text{ млн ден.ед.} \end{aligned}$$

Полученный результат показывает, что оптимальный выбор затрат капитала и труда позволил увеличить прибыль в 4:  $\frac{2}{3} = 6$  раз раз.

#### Список литературы

1. Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 544 с.: ил.
2. Математическая статистика: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122–123.
3. Линейное программирование: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 9. – С. 61–62.
4. Лосева А.Ю., Агишева Д.К. Эластичность спроса // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4 – С. 48–49.
5. Гусева Д.Р., Перова Т.Н., Платонова Е.А., Агишева Д.К. Графический анализ устойчивости // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4 – С. 46–47.
6. Мягков М.М., Гафуров Т.Д., Агишева Д.К. Анализ использования ресурсов в оптимальном плане // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4 – С. 51–51.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ В ТРУБОПРОВОДАХ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПОЛИВА

Дуванов В.В., Мокрецова И.С., Костин В.Е.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, [www.volpi.ru](http://www.volpi.ru), e-mail: [vonavud@mail.ru](mailto:vonavud@mail.ru)

Современные автоматизированные системы полива с управлением на базе контроллеров могут осу-

ществлять полив значительных площадей в наиболее благоприятное для полива растений время, с учётом текущего состояния влажности почвы и наличия атмосферных осадков. Такие системы обеспечивают ресурсо- и энергосбережение, отличаются высокой надёжностью и не требуют участия человека. В Волжском политехническом институте (ВПИ (филиал) ВолГТУ) разработан проект системы автоматизированного полива зелёных насаждений около главного корпуса. Для обеспечения проектируемых параметров работы исполнительных механизмов системы автоматизированного полива необходимо, чтобы давление перед соплом спринклера (разбрызгивателя) было не ниже требуемого. Поэтому необходимо определить гидравлические потери для питающих трубопроводов с учётом их геометрии.

*Решение.* Цена труда  $P_L = W = 1000$  – это заработная плата, а цена капитала  $P_K = \frac{1}{n} = \frac{1}{12}$  ден. ед. равна

ежемесячным амортизационным отчислениям на содержание одной денежной единицы производственных фондов, поэтому прибыль фирмы при таких затратах труда и капитала равна по формуле (1):

$$\begin{aligned} \begin{cases} 50 \cdot K^{-\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{12} \\ \frac{100}{3} \cdot K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-\frac{2}{3}} = 1000 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 600 \cdot L^{\frac{2}{3}} = K^{\frac{1}{2}} \\ K^{\frac{1}{2}} = 30 \cdot L^{\frac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} 600 \cdot L^{\frac{2}{3}} = 30 \cdot L^{\frac{2}{3}} \\ K = 900 \cdot L^{\frac{4}{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K^* = 144\,000\,000 \\ L^* = 8000 \end{cases} \end{aligned}$$

При этом выпуск фирмы составит

Зеленные насаждения около корпуса разделены на отдельные зоны (рисунок) общей площадью  $S_z = 1050 \text{ м}^2$ . Водоснабжение системы автоматического полива зелёных насаждений осуществляется от центральной магистрали холодного водоснабжения корпуса. Замер давления в напорном трубопроводе показал значение 491 кПа. Отвод поливного трубопровода выполнен от центрального коллектора в коридоре подвала корпуса. Исходя из принятого времени работы полива в одной зоне 1 час с учётом оптимальной мощности полива  $1,5 \text{ м}^3/\text{ч}$ , рационально разделить первую зону на две (1а и 1б), каждая имеет по два роторных спринклера, обеспечивающими при давлении 275 кПа радиус полива 12,2 м, при расходе воды –  $0,68 \text{ м}^3/\text{ч}$ .

Во второй зоне располагаем три спринклера, обеспечивающими при давлении 206 кПа радиус полива 11 м при расходе воды – 0,45 м³/ч. В третьей зоне располагаем два спринклера, обеспечивающим при давлении 206 кПа радиус полива 11,3 м при расходе

воды – 0,73 м³/ч. Работа спринклеров по зонам полива происходит последовательно. С учётом заданных расходов, длин и геометрии трубопроводов определим гидравлические потери в каждом из них по следующей методике:

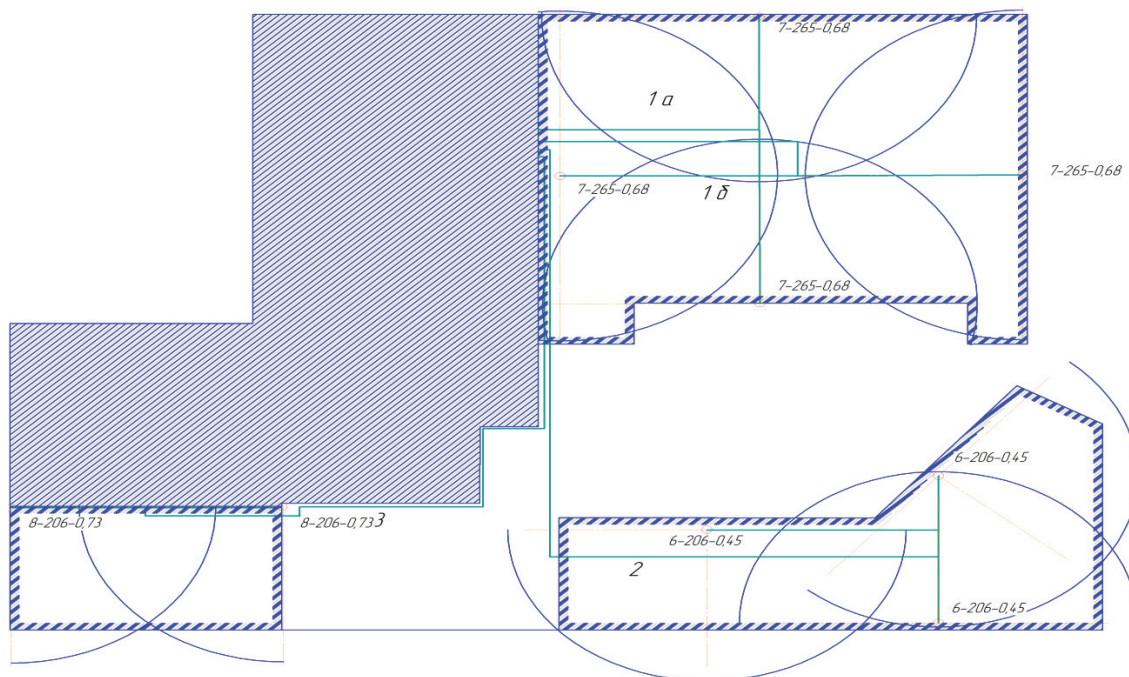


Схема расположения участков орошения и спринклеров

Уточним время работы спринклеров  $\tau_i$  в каждой зоне по формуле, ч:

$$\tau_i = \frac{V_{сутi}}{G_i k}, \quad (1)$$

где  $V_{сутi}$  – необходимый суточный объем полива, м³;  $G_i$  – объёмный расход через сопло спринклера, м³/ч;  $k$  – количество одновременно работающих спринклеров.

Уточним расход воды через трубопроводы по зонам, м³/ч:

$$Q_i = \frac{V_{сутi}}{\tau_i}. \quad (2)$$

Для питающих трубопроводов, подводящих воду к спринклерам, применяем трубу ПНД стандарта ПЭ 80 наружным диаметром  $d_n = 32$  мм и внутренним диаметром  $d_{вн} = 27,2$  мм.

Скорость движения воды в магистральных трубопроводах определим по формуле, м/с:

$$v = \frac{4Q}{3600\pi d_{вн}^2}. \quad (3)$$

Режим течения принимается в соответствии со значением числа Рейнольдса

$$Re = \frac{v d_{вн} \rho}{\mu}, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность воды, кг/м³;  $\mu$  – коэффициент кинематической вязкости, Па·с.

Гидравлические потери в трубопроводе складываются из потерь на трение по длине  $\Delta p_{тр}$  и потерь

в местных сопротивлениях  $\Delta p_{мс}$ . Потери на трение определяем по формуле, Па:

$$\Delta p_{тр} = \frac{\lambda l \rho v^2}{2 d_{вн}}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения;  $l$  – длина трубопровода, м.

Для промышленных полиэтиленовых труб с учетом влияния стыков и условий укладки, отличающихся от лабораторных (они обусловлены во многом технологией спайки) коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  может быть определен по эмпирической формуле

$$\lambda = \frac{0,288}{Re^{0,226}}. \quad (6)$$

Местные потери, вызванные такими элементами трубопроводов, в которых вследствие изменения размеров или конфигурации русла происходит изменение скорости потока, отрыв потока от стенок русла и возникновение вихреобразования, к таким элементам относятся: внезапные или постепенные расширения, сужения и повороты русла. Потери давления в местных сопротивлениях трубопровода можно определить по формуле:

$$\Delta p_{мс} = \sum \xi_i \frac{\rho v^2}{2}, \quad (7)$$

где  $\xi$  – коэффициент местного сопротивления.

Основными видами местных сопротивлений в проектируемом трубопроводе являются: вход в трубопровод (внезапное сужение), электромагнитный

клапан (внезапное сужение и внезапное расширение), плавные отводы.

Суммарные гидравлические потери в каждой ветке трубопровода определяются по формуле:

$$\Delta p_{\Sigma} = \Delta p_{\text{тр}} + \Delta p_{\text{мс}} \quad (8)$$

Основные характеристики трубопроводов представлены в таблице.

Основные характеристики трубопроводов

Обозначение	Длина, м	Расход, м <sup>3</sup> /ч	Скорость, м/с	Потери на трение, Па	Местные потери, Па	Суммарные потери, Па
1а	26	1,348	0,65	6570	1901	8471
1б	29,5	1,348	0,65	7454	1901	9355
2	67	1,342	0,64	16470	2662	19132
3	55,5	1,467	0,7	15993	2450	18443

Анализ результатов определения гидравлических потерь показывает, что ни в одном из трубопроводов величина суммарных гидравлических потерь не превышает 20 кПа, следовательно, обеспечивается работа системы с гарантированным запасом по давлению, а радиус орошения каждым спринклером будет не меньше принятого значения.

#### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ШЛИФОВАНИЯ ПРИ ГЛУБИННОЙ ОБРАБОТКЕ ЗАГОТОВОК НЕОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ КОНИЧЕСКИМ КРУГОМ

Зотова С.А., Асеева А.Ю.

Волжский политехнический институт, филиал ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный технический университет», Волжский, e-mail: asya995@mail.ru

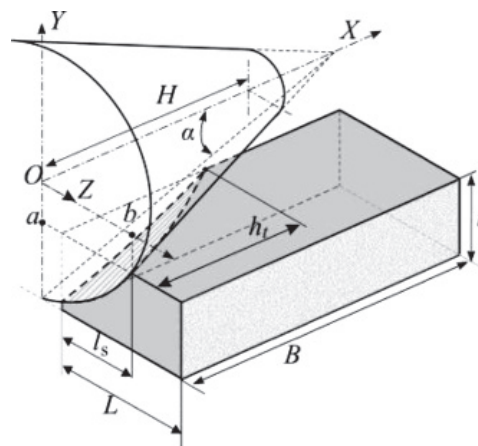
К числу основных показателей процесса шлифования относятся наработка  $V$ , например, объемная, характеризующая объем выполняемой работы и режущая способность  $Q$ , определяющая среднюю производительность процесса. Глубинное шлифование (ГШ) предназначено, главным образом, для формирования профильных поверхностей, когда наработка во времени непостоянна. Поэтому целесообразно использовать еще один показатель – мгновенную режущую способность  $q$ , представляющую собой производную наработки по времени  $\tau$ .

Исходными данными для вычисления  $Q$  и  $q$  являются наработка  $V$  и время шлифования  $\tau$ :  $Q = V/\tau$ ;  $q = dQ/d\tau$ . Поэтому создание математических моделей перечисленных показателей начинается с модели наработки. В данной работе представлены точные математические модели показателей при глубинном шлифовании плоских горизонтальных поверхностей кругом радиуса  $R$  конического профиля с углом  $\alpha$  при вершине на глубину  $t$ . Приняты следующие допущения: заготовку считаем идеально гладкой; радиаль-

ный износ круга за период шлифования равен нулю; скорости круга  $v$  и подачи стола  $v_s$  постоянны; отсчет времени на каждом этапе начинается с нуля.

Одно из основных отличий ГШ от обычного маятникового заключается в большой длине дуги контакта, что предполагает наличие достаточно протяженных этапов врезания и выхода, длина которых соизмерима или равна длине обрабатываемой поверхности. Кроме них может быть еще этап постоянной длины дуги контакта или переходный этап добора глубины в зависимости от размеров заготовки.

Рассмотрим поверхность, длина которой  $L > b = \sqrt{t(2R-t)}$ , максимальная ширина шлифования  $H \leq B$  (рисунок). Удаляемый материал (наработку  $V$ ), определим как объем тела, ограниченного гранями заготовки и конической поверхностью круга. Построение математических моделей для вычисления наработки опирается на геометрический смысл тройного интеграла.



Для этапа врезания  $V_p$ :

$$V_p(\tau) = \int_{b-\tau v_s}^b dz \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^a dy \int_0^{\text{tg}\alpha} dx =$$

$$= \frac{1}{6\text{tg}\alpha} \left( 6Ra\tau v_s - 4abR + R^3 \left( \arcsin \frac{b}{R} - \arcsin \frac{b_s}{R} \right) + 2ab_s \sqrt{a^2 + b_s^2} - \right.$$

$$\left. - 2Rb_s \sqrt{R^2 - b_s^2} + a^3 \ln \left( \frac{b_s + \sqrt{a^2 + b_s^2}}{b + R} \right) + b_s^3 \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 + b_s^2}}{R - \sqrt{R^2 - b_s^2}} \right) \right), \quad (1)$$

где  $b_s = b - \tau v_s$ ;  $a = t - R$ .