Отсюда можно сделать вывод, что из всех средних по Коши в порядковой шкале в качестве средних могут быть использованы только члены вариационного ряда, в частности, медиана, но не среднее арифметическое, среднее геометрическое и т.д.; в шкале интервалов из всех средних по Колмогорову может применяться только среднее арифметическое; в шкале отношений устойчивыми относительно сравнения являются только степенные средние и среднее геометрическое.

Также в настоящее время распространены экспертные, маркетинговые, квалиметрические, социологические и другие опросы. В них опрашиваемых просят выставить баллы объектам, изделиям, технологическим процессам, предприятиям, проектам, заявкам на выполнение научно-исследовательских работ, идеям, проблемам, программам, политикам и т.п., после чего рассчитывают средние баллы и рассматривают их как интегральные оценки, которые были выставлены коллективом опрошенных. Часто применяют среднее арифметическое, но такой способ считается некорректным, так как баллы обычно измеряются в порядковой шкале. Обоснованным является использование медиан в качестве средних баллов. Тем не менее, полностью игнорировать средние арифметические неразумно из-за их распространенности. Поэтому целесообразно применять оба метода сразу – метод средних арифметических рангов (баллов) и методов медианных рангов. Данная рекомендация находится в согласии с концепцией устойчивости ,которая рекомендует использовать различные методы для обработки одних и тех же данных с целью выделить выводы, получаемые одновременно при всех методах.

В заключении, можно сказать, что репрезентативная теория измерений может дать необходимые рекомендации по выбору методов анализа статистических данных, которые измеряются в тех или иных шкалах, и является частью научного инструментария специалиста по математическим методам исследования.

Список литературы

1. Орлов А.И.. Экспертные оценки: учебное пособие. – М., 2002.
2. Стивенс С.С. Экспериментальная психология. Т.1. – М.: ИЛ, 1960. – С. 5–78.
3. Орлов А.И. Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. – М.: Наука, 1974. – С. 388–393.
4. Толстова Ю.Н. Социологические исследования. – 1978. – № 3. – С. 178–184.
5. Толстова Ю.Н. Экономика и математические методы. – 1978. – Т. XIV. – № 3. – С. 598–603.
6. Орлов А.И. Прикладной многомерный статистический анализ. – М.: Наука, 1978. – С. 68–138.
7. http://www.aup.ru/books/m154/4.htm.
8. http://psyfactor.org/lib/pahomov.htm.
9. http://www.aup.ru/books/m163/1_1_3.htm.

ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Цысь Ю.В., Долгополова А.Ф.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: yulaytsys@rambler.ru

В современной экономике используется множество математических методов, разработанных ещё в 20 веке. Применение линейной алгебры значительно упростило решение многих экономических задач. В данной работе рассматриваются основные способы решения задач с помощью элементов линейной алгебры.

Понятие матрицы и основанный на нем раздел математики – матричная алгебра – имеют большое значение для экономистов, основная часть математических моделей экономических объектов и процессов записывается в простой и компактной матричной форме. С помощью матриц удобно описывать различные экономические закономерности. Например, дана следующая таблица средних розничных цен на автомобили в зависимости от срока их службы (условных единиц).

Продолжительность службы (годы)	Годы		
	2005	2006	2007
1	1881	2120	2445
2	1512	1676	1825
3	1261	1397	1484
4	1054	1144	1218

Предложенную таблицу можно записать в виде матрицы следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} 1881 & 2120 & 2445 \\ 1512 & 1676 & 1825 \\ 1261 & 1397 & 1484 \\ 1054 & 1144 & 1218 \end{pmatrix},$$

где содержательное значение каждого показателя определяется его местом в матрице. К примеру, число 1825 во второй строке третьего столбца представляет собой цену прослужившего 2 года автомобиля в 2007 году. Аналогичным образом находим, что числа, записанные в строку, характеризуют цены автомобилей, прослуживших один и тот же срок в различные годы, а числа в столбце – цены автомобилей различного срока службы в данном году.

Таким образом, место, занимаемое числом в матрице, характеризует продолжительность использования автомобиля и год, к которому относится цена.

Применение матриц при решении экономических задач рассмотрим на следующем примере. Предприятие выпускает продукцию трех видов P_1, P_2, P_3 и использует сырье двух типов: S_1, S_2. Нормы расхода сырья характеризуются матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 20 \\ 1 & 4 \end{pmatrix},$$

где каждый элемент a_{ij} ($i = 1, 2, 3$; $j = 1,2$) показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции задан матрицей-строкой $C = (100\ \ 80\ \ 130)$. Стоимость единицы каждого типа сырья (денежных единиц) – матрицей-столбцом $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix}$.. Необходимо найти общую стоимость сырья.

Решение: Затраты первого сырья составляют $S_1 = 2\cdot100 + 5\cdot80 + 1\cdot130 = 730$единиц, а второго $S_2 = 3\cdot100 + 2\cdot80 + 4\cdot130 = 980$ единиц. Значит затраты сырья S могут быть записаны в виде матрицы строки (730 980) и произведения:

$$S = C\cdot A = \begin{pmatrix}100 & 80 & 130\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 3\\5 & 2\\1 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}730 & 980\end{pmatrix}$$

Общая стоимость сырья

$Q = 730\cdot30 + 980\cdot50 = 70900$ (денежных единиц)

может быть записана в следующем виде:

$$Q = S\cdot B = (CA)B = (70900).$$

Вывод: общая стоимость сырья составляет 70900.

Также экономические задачи можно решать с помощью систем линейных уравнений.

Рассмотрим и решим с помощью системы линейных уравнений следующую задачу:

Из определенного листового материала необходимо выкроить 360 заготовок типа А, 300 заготовок типа Б и 675 заготовок типа В. При этом можно применять три способа раскроя. Количество заготовок, получаемых из каждого листа при каждом способе раскроя, указано в таблице:

Тип заготовки	Способ раскроя		
	1	2	3
А	3	2	1
Б	1	6	2
В	4	1	5

Записать в математической форме условия выполнения задания.

Решение: Обозначим через x, y, z количество листов материала, раскраиваемых соответственно первым, вторым и третьим способами. Тогда при первом способе раскроя x листов будет получено 3 заготовок типа А, при втором – $2y$, при третьем – z. Для полного выполнения задания по заготовкам типа А должно выполняться равенство:

$$3x + 2y + z = 360.$$

Таким же способом получаем уравнения:

$$x + 6y + 2z = 300;\quad 4x + y + 5z = 675.$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} x + 6y + 2z = 300,\\ 3x + 2y + z = 360,\\ 4x + y + 5z = 675.\end{cases}$$

Данным уравнениям должны удовлетворять неизвестные x, y, z для того, чтобы выполнить задание по заготовкам Б и В. Полученная система линейных уравнений и выражает в математической форме условия выполнения всего задания по заготовкам А, Б и В.

Решим систему методом Гаусса.

1. Запишем систему в виде матрицы.
2. Составим расширенную матрицу системы.
3. Приведём полученную матрицу к треугольному виду.

$$\begin{pmatrix}1 & 6 & 2 & 300\\3 & 2 & 1 & 360\\4 & 1 & 5 & 675\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 6 & 2 & 300\\0 & -16 & -5 & -540\\0 & -7 & 2 & 15\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 6 & 2 & 300\\0 & 16 & 5 & 540\\0 & -14 & 4 & 30\end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix}1 & 6 & 2 & 300\\0 & 16 & 5 & 540\\0 & 2 & 9 & 570\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 6 & 2 & 300\\0 & 2 & 9 & 570\\0 & 16 & 5 & 540\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 6 & 2 & 300\\0 & 2 & 9 & 570\\0 & 0 & -67 & -4020\end{pmatrix}.$$

Исходная система равносильна следующей:

$$\begin{cases} x + 6y + 2z = 300,\\ 2y + 9z = 570,\\ -67z = -4020.\end{cases}$$

Решая полученную систему, имеем: $x = 90$, $y = 15$, $z = 60$.

Вывод: вектор C (90, 15, 60) есть решение системы.

Также, говоря, о роли линейной алгебры в экономике нельзя не упомянуть о модели многоотраслевой экономики Леонтьева, которая была разработана в виде математической модели в 1936 году. Эта модель основана на алгебре матриц и использует аппарат матричного анализа.

Рассмотрим задачу:

В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден. ед.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	0,3	0,2	300
	Сельское хозяйство	0,15	0,1	100

Найти: плановые объёмы валовой продукции отраслей, межотраслевые поставки, чистую продукцию отраслей.

Решение:

1. Выпишем матрицу коэффициентов прямых затрат А, вектор конечной продукции Y:

$$A = \begin{pmatrix}0{,}3 & 0{,}2\\0{,}15 & 0{,}1\end{pmatrix};\quad Y = \begin{pmatrix}300\\100\end{pmatrix}.$$

Заметим, что матрица А продуктивна, так как её элементы положительны и сумма элементов в каждом столбце меньше единицы.

2. Найдем матрицу

$$E - A = \begin{pmatrix}1-0{,}3 & -0{,}2\\-0{,}15 & 1-0{,}1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}7 & -0{,}2\\-0{,}15 & 0{,}9\end{pmatrix}.$$

Тогда матрица полных затрат:

$$S = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix}1{,}5 & 0{,}33\\0{,}25 & 1{,}17\end{pmatrix}.$$

3. По формуле $X = (E - A)^{-1}\cdot Y = SY$ найдем вектор валового продукта X:

$$X = \begin{pmatrix}1{,}5 & 0{,}33\\0{,}25 & 1{,}17\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}300\\100\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}483\\192\end{pmatrix}.$$

4. Межотраслевые поставки x_{ij} найдём по формуле $x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j$

$$X_{11} = a_{11} \cdot x_1 = 0{,}3 \cdot 483 = 144{,}9;$$

$$X_{12} = 0{,}2 \cdot 192 = 38{,}4;$$

$$X_{21} = 0{,}15 \cdot 483 = 72{,}45;$$

$$X_{22} = 0{,}1 \cdot 192 = 19{,}2.$$

5. Чистая продукция промышленности равна: 483 – 144,9 – 72,45 = 265,65

Чистая продукция сельского хозяйства: 192 – 38,4 – 19,2 = 134,4.

Итак, рассмотрев в данной статье некоторые задачи и их решения, можно сказать, что это лишь небольшая часть математических методов, используемых в экономике. Экономика и математика, очень тесно связаны и постепенно математические методы и модели начинают занимать очень важное место в экономике.

Список литературы

1. Высшая математика для экономистов: учебник / под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010.

2. Сирл С., Госман У. Матричная алгебра в экономике. – М.: Статистика, 1974.

3. Морозова О.В., Долгополова А.Ф., Долгих Е.В. Экономико-математические методы: теория и практика. – Ставрополь: СтГАУ «АГРУС», 2006.

Секция «Математические методы решения инженерных задач», научный руководитель – Светличная В.Б., канд. техн. наук, доцент

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОБЪЕМА РЕАЛИЗАЦИИ ПРОДУКЦИИ НА ПРЕДПРИЯТИИ ВНТК (ФИЛИАЛ) ВОЛГГТУ

Ахметова Ю.А., Бакаев В.В., Боровкова Е.С., Ребро И.В.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: yahmetova@yandex.ru

В современных условиях деятельность предприятий в большей степени зависит от того, насколько достоверно они могут предвидеть перспективы своего развития в будущем, т.е. от прогнозирования. Прогноз – научно-обоснованное определение и оценка будущего состояния предприятия. Предприятия используют прогнозы с целью предусмотрения возможных вариантов развития своего бизнеса, они прогнозируют будущие события или условия их возникновения[2]. Определяются различные виды прогнозов: технологический, экономический, прогноз объемов производства и продаж. К основным методам прогнозирования относятся статистические методы, экспертные оценки (метод Дельфи), моделирование, интуитивные методы.

Одним из статистических методов прогнозирования является расчет прогнозов на основе тренда динамического ряда показателей деятельности предприятия. Если будет известно, как быстро и в каком направлении изменились уровни определенного признака, то можно узнать, какого значения достигнет уровень через известное время. Методика статистического прогноза по тренду основана на экстраполяции параметров, т.е. на предположении, что параметры тренда сохраняются до прогнозируемого периода. Такая экстраполяция справедлива, если система развивается эволюционно в достаточно стабильных условиях [2].

Рассмотрим методику прогнозирования по тренду на примере предприятия «Волжский научно-технический комплекс (филиал) Волгоградского государственного технического университета». Волжский научно технический комплекс (ВНТК) – опытно-производственное предприятие, созданное в 2000 г. на базе Всесоюзного научно-исследовательского и конструкторско-технологического института резиновой промышленности (ВНИКТИРП). Комплекс является структурным подразделением в качестве филиала Волгоградского государственного технического университета.

Предприятие осуществляет производство различных видов резинотехнической продукции.

Данные по объему реализованной продукции на предприятии в стоимостном выражении представлены в таблице.

Данные по объему реализованной продукции на ВНТК (филиал) ВолгГТУ за 2007-2012 гг.

Год	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Объем реализованной продукции, тыс. руб.	114559	130069,5	92036,5	151449,5	178488,3	160936,1

Предполагая, что уравнение тренда объема реализации продукции является линейным, вычислим параметры прямой $\hat{y}_t = a + bt$. Используя метод наименьших квадратов получаем значения параметров уравнения тренда: $a = 94267{,}66$, $b = 12473$ и, соответственно, имеем уравнение тренда $\hat{y}_t = 94267{,}66 + 12473t$. Таким образом, объем реализации продукции на ВНТК ежегодно в среднем увеличивается на 12473 тыс. руб. Для наглядности покажем на рисунке сравнение наблюдаемых и теоретических данных по объему реализации продукции.

Проверим значимость полученного уравнения тренда по F-критерию на 5%-м уровне значимости, для этого найдем наблюдаемое значение F-критерия $F_{\text{набл}} = \frac{Q_R}{m} ... \frac{Q_e}{n-m-1}$. Получаем, $F_{\text{набл}} = 4{,}64$, а табличное значение F-критерия равно $F(0{,}05;1;4) = 7{,}71$. Следовательно, полученное уравнение тренда статистически значимо на уровне значимости 0,05, то есть может быть использовано для прогноза.

Таким образом, прогноз объема реализованной продукции на 2013 год будет следующим:

$$\hat{y}_7 = 94267{,}66 + 12473 \cdot 7 = 181578{,}66 \text{ тыс. руб.}$$

Вычислим интервальный прогноз. Для этого необходимо знать значение

$$m_{\hat{y}_{n+\tau}} = s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\left(t_{n+\tau} - \bar{t}\right)^2}{\sum\left(t_i - \bar{t}\right)^2}}.$$

Имеем

$$t_{n+\tau} = 7,\ \bar{t} = 3{,}5,\ \sum\left(t_i - \bar{t}\right)^2 = 17{,}5,$$

$$s = \sqrt{\frac{Q_e}{n-m-1}} = 24231{,}5.$$