Номера пунктов производства i	Номера пунктов потребления j				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	3	5	4	7	6
A_2	10	8	11	9	13
A_3	8	5	6	7	4

На основе этой модели строим матрицу, отражающую особенности решаемой задачи. В ходе ее решения открытая модель транспортной задачи сводится к закрытой за счет искусственной балансировки ресурсов и потребностей. Для этого в модель вводится фиктивный потребитель и ему назначается спрос, равный разнице суммарных мощностей и потребностей:

$$\text{ФБ} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j = 1600 - 1360 = 240.$$

Матрица, отражающая особенности решаемой задачи, принимает следующий вид:

Пункты производства и их мощности	Потребители и их спрос						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	ФВ	
	350	320	190	270	230	240	
A_1	500	48	50	49	52	51	0
A_2	400	59	57	60	58	62	0
A_3	700	48	45	46	47	44	0

В строках матрицы указаны мощности по производству запасных частей. В столбцах указаны потребители и их спрос. В правом углу в клетках матрицы записаны показатели критерия оптимальности модели – суммарные затраты на производство и транспортировку продукции между предприятиями и потребителями. В столбце фиктивного потребителя показатели критерия оптимальности приравниваются к нулю. Объемы перевозок между пунктами производства и потребления, которые находятся в результате решения, помещаются в клетки матрицы.

Сформулированная таким образом задача решается с помощью одного из известных алгоритмов транспортной задачи линейного программирования или с помощью «Поиска решения» в MS Excel. Результаты решения транспортной задачи целесообразно представить в виде таблицы.

Пункты производства и их мощности	Потребители и их спрос						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	ФВ	
	350	320	190	270	230	240	
A_1	500	350^{48}	50	150^{49}	52	51	0
A_2	400	59	57	60	160^{58}	62	240^{0}
A_3	700	48	320^{45}	40^{46}	110^{47}	230^{44}	0

Анализ результатов решения показывает следующее. Предприятие A_1 отправляет реальным потребителям B_1 и B_2 соответственно по 350 и 150 т запасных частей, что в сумме составляет 500 т. Иначе говоря, мощности предприятия A_1 полностью вошли в оптимальный план. Следовательно, загрузка мощностей этого предприятия равна также 500 т, т.е. 100 %. То же самое имеет место для предприятия A_3. Предприятие A_2 реальному потребителю B_4 отправляет 160 т продукции. Оставшиеся мощности 240 т, как видно из таблицы, приходятся на фиктивного потребителя. Это говорит о том, что мощности A_2 востребованы не полностью. Следовательно, загрузка A_2 составляет 160 т, т.е. 40 %. Предприятия, которые не полностью используют производственную мощность, необходимо переориентировать на выпуск нового вида продукции или закрыть.

Из таблицы видно, что функционал (суммарные производственные и транспортные затраты) составляет 64 960 тыс. рублей. Из них производственная составляющая равна 58 340 (500·45 + 400·160 + 700·40) тыс. рублей, на транспортную составляющую приходится соответственно 6620 тыс. рублей, или 11 %. Высокий удельный вес транспортной составляющей – свыше 5 % – свидетельствует о том, что транспортный фактор оказывает существенное значение на загрузку производственных мощностей для рассматриваемого примера.

Автомобильный транспорт является основой транспортной системы вместе с видами транспорта (железнодорожным, воздушным, трубопроводным, водным). Более того, занимает лидирующие позиции по перевозкам грузов (74…83 %) и пассажиров (51…56 %), участвует в решении транспортных задач во всех отраслях народного хозяйства страны.

Список литературы

1. Алесинская Т.В. Экономико-математические методы и модели. – СПб., 2005.

2. Боборыкин В.А. Математические методы решения транспортных задач. – М., 2007.

3. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике. – М., 2010.

ПРИЛОЖЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Родина Е.В., Шунина А.А., Савельева Е.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: Saakyanlusya@mail.ru

Производная – одно из фундаментальных понятий математики, это основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке).

Еще в древности был решен ряд задач дифференциального исчисления. Архимед, например, разработал способ проведения касательной, применимый для кривых. Само понятие производной возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения физических, механических, математических задач, в первую очередь, следующих двух: определение скорости прямолинейного неравномерного движения и построение касательной к произвольной плоской кривой. Первой проблемой занимался великий Исаак Ньютон, второй проблемой – не менее великий Го́тфрид Лейбниц. Независимо друг от друга И. Ньютон и Г. Лейбниц разработали аппарат нахождения производной, которым мы и пользуемся в настоящее время. Благодаря дифференциальному исчислению, был решен целый ряд задач теоретической механики, физики и астрономии. Используя методы дифференциального исчисления, ученые предсказали возвращение кометы Галлея, что было большим триумфом науки XVIII в. Основные понятия дифференциального исчисления долгое время не были должным образом обоснованы. Однако в начале XIX в. французский математик О. Коши дал строгое построение дифференциального исчисления на основе понятия предела.

В наши дни производная играет одну из самых главных ролей в науке и технике: с помощью дифференциального исчисления находят решение большинства задач в различных областях научного познания.

В своей работе мы бы хотели подробнее рассмотреть приложение производной в технике: принцип ее работы, значение. В дальнейшем мы рассмотрим применение производной на примере нескольких задач, касающихся и нашей специальности «Электроэнергетика и электротехника». Очень важно знать, что производная показывает скорость изменения функции, или какого-либо процесса, величины как по времени, так и по другим параметрам.

Так как в практических приложениях обычно интересует не только сама функция, но и скорость ее изменения, то производная, будучи характеристикой скорости изменения, функции, имеет самые широкие практические применения в вопросах физики, химии, геометрии и т.д. Так, например: сила тока есть производная $I = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$, где Δq – положительный электрический заряд, переносимый через сечение проводника за время Δt. Примеры задач, в которых используют производную в различных дисциплинах специальности «Электроэнергетика и электротехника».

Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента времени $t = 0$, задается формулой $Q = 3t^2 - 3t + 4$ Определить силу тока в конце 6-й секунды.

Для нахождения силы тока используем известные формулы. Сила тока есть производная количества электричества по времени: следовательно, нужно найти производную функции $Q = 3t^2 - 3t + 4$ и вычислить ее значение при $t = 6$ с. Имеем $I = Q' = 6t - 3$, откуда при $t = 6$ получим $I = 6{\cdot}6 - 3 = 33$ (А).

Задача о мгновенной величине тока. Обозначим через $q = q(t)$ количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время t.

Пусть Δt – некоторый промежуток времени, $\Delta q = q(t + \Delta t) - q(t)$ – количество электричества, протекающее через указанное сечение за промежуток времени от момента t до момента $t + \Delta t$. Тогда отношение называют средней силой тока. Мгновенной силой тока в момент времени t называется предел отношения приращения количества электричества Δq ко времени Δt, при условии, что $\Delta t \to 0$.

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0} I_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

При изучении механического смысла производной пользуемся механическим истолкованием производной: скорость движения материальной точки в данный момент времени равна производной пути по времени, т.е.

$$v = \frac{dS}{dt}.$$

Ускорение движущегося тела представляет собой скорость изменения его скорости, т.е. $a = \frac{dv}{dt}$. Точка движется по окружности радиуса 4 м по закону $S = 4{,}5t^3$, где S – путь в метрах, t – время в секундах. Найдем модуль ускорения $\vec{a}$ точки в момент времени T, когда $v = |\vec{v}| = 6$ м/с.

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4{,}5t^3\right) = 13{,}5t^2 \text{ м/с}.$$

По условию $v = 6$ м/с, значит, $13{,}5t^2 = 6$, $t^2 = 6/13{,}5$,, $t^2 = 60/135$, $t^2 = 4/9$.

Таким образом

$$T = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \text{ с}.$$

Касательное ускорение

$$a_e = \frac{dv}{dt} = \left(13{,}5t^2\right)' = 27t \quad \text{м/с}^2.$$

при $t = T = 2/3$ с; $a_t = 27{\cdot}2/3 = 18$ м/с^2.

Нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{p}$.

Так как $v = 6$ м/с, $p = r = 4$ м то $a_n = 6^2/4 = 9$ м/с^2.

Модуль полного ускорения точки:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2};$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{18^2 + 9^2} = \sqrt{405} \approx 20{,}1 \quad \text{м/с}^2.$$

Умение дифференцировать позволяет исследовать различные функции. Используя задачи общетехнических и специальных дисциплин, мы формируем понимание глубокой общности в применении математического аппарата к широкому кругу разнообразных явлений природы

Мощность в переменном сопротивлении r_2 определяется формулой $P_2 = IU - I^2{\cdot}r_1$, где r_1 – const, v – const, $I \in \left[0; I_k = \frac{U}{r_1}\right]$. Определить, при каком значении тока I получается наибольшее значение мощности P_2.

$$\frac{dP_2}{dI} = \left(IU - I^2 \cdot r_1\right)' = U - 2I^2 \cdot r_1;$$

$$\frac{dP_2}{dI} = 0 \quad \text{при} \quad I = \frac{U}{2r_1};$$

$$\frac{d^2p}{dI^2} = \left(U - 2I^2 \cdot r_1\right)' = -2r_1; \quad -2r_1 < 0.$$

Значит, наибольшее значение мощности P_2 при $I = \frac{U}{2r_1}$.

В заключении хотелось бы сказать о том, что энергетика, безусловно, является одним из приоритетных направлений развития общества и государства. При этом развитие цивилизации неразрывно связано с увеличением электропотребления, что, к сожалению, приводит к истощению природных ресурсов. Главнейшей задачей человечества становится предотвращение глобальной проблемы – экологической катастрофы. Ученые всех стран на теории и практике пытаются найти решение. В своих опытах они полагаются на такие дисциплины, как физика, экология, математика (в частности, применение производной).

Задачи, рассмотренные в работе, применительно относятся к специальности: «Электроэнергетика и электротехника», так как позволяют узнать и применить производную в ее широком смысле.

В наше время, в связи с научно-техническим прогрессом, в частности с быстрой эволюцией вычислительных систем, дифференциальное исчисление становится все более актуальным в решении как простых, так и сверхсложных задач. Таким образом, производная играет исключительную роль в электроэнергетике. Благодаря приложению производной в электроэнергетике, становится возможным решение множества задач, касающихся таких тем, как «Применение альтернативных источников энергии», «Измерение физических величин: мощности тока, индуктивности, емкостного напряжения», «Влияние электроэнергетики на окружающую среду».

Список литературы

1. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис-пресс, 2008.

2. Рольф М. 3000 конкурсных задач по математике. – М.: Айрис-пресс, 1998.

СОВРЕМЕННЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПРИКЛАДНОЙ СТАТИСТКИ

Селькина М.С.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: Happy___time@mail.ru

Прикладная статистика – наука о методах обработки статистических данных. Методы прикладной статистики активно применяются в технических исследованиях, экономике менеджменте, социологии, медицине, геологии, истории и т.д. С результатами наблюдений, измерений, испытаний, опытов, с их анализом имеют дело специалисты во многих областях теоретической и практической деятельности.

Типовые образцы раннего этапа внедрения статистических способов описаны в Ветхом Завете. С точки зрения математики, они сводились к подсчетам числа попаданий значений наблюдаемых признаков в определенные градации. Далее результаты стали изображать в виде таблиц и диаграмм, как это и сейчас делает Госкомстат РФ. Однако по сравнению с Ветхим Заветом есть прогресс – в Библии не было таблиц. Но нет продвижения по сравнению с работами отечественных статистиков конца девятнадцатого – начала двадцатого века.

Сразу после возникновения теории вероятностей (Паскаль, Ферма, 17 век) вероятностные модели стали использоваться при обработке статистических данных. Известно довольно много публикаций по истории теории вероятностей, однако в некоторых из них имеются неточные тезисы.

Более современный ход развития прикладной статистики можно отсчитывать с 1900 г., когда англичанин К. Пирсон основан журнал «Biometrika». Первая треть XX в. прошла под знаком параметрической статистики. Изучались способы, которые былиоснованына анализе данных из параметрических семейств распределений, которые были описаны кривыми семейства Пирсона. Наиболее популярным было нормальное (Гауссово) распределение. Для проверки гипотез применялись критерии Пирсона, Стьюдента, Фишера. Были предложены метод максимального правдоподобия, дисперсионный анализ, сформулированы главные идеи планирования эксперимента.

Разработанную в первой трети XX в. концепцию называют параметрической статистикой, потому что ее главный предмет изучения – это выборки из распределений, описываемых одним или небольшим числом характеристик. Более общим является семейство кривых Пирсона, задаваемых четырьмя параметрами. Как правило, нельзя указать какие-либо веские причины, по которым определенное распределение итогов наблюдений должно входить в то или иное параметрическое семейство. Исключения известны: если вероятностная модель предусматривает суммирование независимых случайных величин, то сумму естественно описывать нормальным распределением; если же в модели рассматривается произведение таких величин, то итог, видимо, приближается логарифмически нормальным распределением, и т.д. Но в большинстве настоящих случаев данных моделей нет, и приближение реального распределения при помощи кривых из семейства Пирсона или его подсемейств – формальная операция.

Именно из таких соображений осуждал параметрическую статистику академик С.Н. Бернштейн в 1927 г. в своем докладе на Всероссийском съезде математиков. Несколько лет назад при описании современного этапа развития статистических методов были выделены пять актуальных направлений, в которых развивается современная прикладная статистика: непараметрика, робастность, бутстреп, интервальная статистика, статистика объектов нечисловой природы.

После второй мировой войны формирование непараметрической статистики пошло быстрее. Большую роль сыграли работы Вилкоксона и его школы. К настоящему времени с помощью непараметрических методов можно решать практически тот же круг статистических задач, что и с помощью параметрических.

Если в параметрических постановках на данных накладываются очень жесткие требования – их функции распределения должны принадлежать определенному параметрическому семейству, то в непараметрических, наоборот, излишне слабые – требуется лишь, чтобы функции распределения были непрерывны. При этом игнорируется априорная информация о том, каков «примерный вид» распределения. Априори можно ожидать, что учет этого «примерного вида» улучшит показатели качества статистических процедур.

Иное из упомянутых выше направлений – бутстреп – связано с интенсивным использованием возможностей вычислительной техники. Главная идея состоит в том, чтобы абстрактное исследование заменить вычислительным экспериментом. Вместо описания выборки распределением из параметрического семейства строим большое число «похожих» выборок, т.е. «размножаем» выборку. После чего вместо оценивания характеристик и параметров и испытания гипотез на основе характеристик теоретического распределения решаем эти задачи вычислительным методом, рассчитывая интересующие нас статистики по каждой из «похожих» выборок и анализируя полученные при этом распределения.

Перспективное и активно развивающееся направление последних лет – математическая статистика интервальных данных. В данном случае речь идет о развитии методов математической статистики в случае, когда статистические данные – не числа, а интервалы,