

УДК 621.9.048.7

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПЛАЗМЕННЫХ ПОКРЫТИЙ

<sup>1</sup>Кравченко И.Н., <sup>1</sup>Сельдяков В.В., <sup>2</sup>Бобряшов Е.М., <sup>3</sup>Пузряков А.Ф.

<sup>1</sup>ФГБВОУ ДПО «Военно-технический университет», Балашиха;

<sup>2</sup>НИИ «Геодезия» Министерства промышленности и торговли, Красноармейск;

<sup>3</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Балашиха,  
e-mail: kravchenko-in71@yandex.ru

В статье рассмотрены особенности формирования структуры плазменных покрытий. Показано влияние этой структуры на обеспечение эксплуатационных свойств изделий с покрытиями. На основе результатов математического моделирования этого процесса сформулированы рекомендации по получению плазменных покрытий с заданным комплексом эксплуатационных свойств.

**Ключевые слова:** остаточные напряжения, плазменные газотермические покрытия, математическая формализация процесса

## A MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESS OF DEVELOPMENT OF RESIDUAL STRESSES IN THE FORMATION OF PLASMA COATINGS

<sup>1</sup>Kravchenko I.N., <sup>1</sup>Seldyakov V.V., <sup>2</sup>Bobryashov E.M., <sup>3</sup>Puzryakov A.F.

<sup>1</sup>Federal State Educational Institution of Higher Military education «Military-Technical University»,  
Balashikha;

<sup>2</sup>Scientific-Research Institute «Geodesy» of the Ministry of Industry and Trade, Krasnoarmeysk;

<sup>3</sup>Moscow State Technical University named after N.E. Bauman, Balashikha,  
e-mail: kravchenko-in71@yandex.ru

The article describes the features of formation of structure of plasma coatings. Shows the effect of this structure is to ensure the operational properties of the coated article. Based on the results of mathematical modeling of the process makes recommendations to obtain plasma coatings with the specified performance properties.

**Keywords:** residual voltage, plasma thermal spray coatings, mathematical formalization of the process

Проблема прогноза напряжений при нанесении защитных покрытий представляет собой практический интерес с точки зрения оптимизации их свойств [2, 3]. Настоящая работа посвящена математической формализации этого процесса.

Современные представления о физике нанесения плазменных газотермических покрытий можно сформулировать следующим образом. Поток расплавленных частиц напыляемого материала с некоторой скоростью сталкиваются с подложкой, и вступает с ней в физико-химическое взаимодействие. При этом происходит их быстрое охлаждение, сопровождающееся фазовыми превращениями. Это приводит к изменению линейных размеров и объема частиц.

В результате теплообмена основного изделия с окружающей средой, струей разогретого газа (плазмы) и частицами напыляемого материала происходит изменение объема и линейных размеров уже напыленного покрытия и подложки. В результате в слоях покрытия и подложке возникает система напряжений, которая может приве-

сти к тому, что при достижении некоторой критической комбинации произойдет либо отслоение, либо растрескивание покрытия [1, 4, 5].

При математической формализации процесса плазменного напыления нами были приняты следующие допущения:

– каждый напыленный слой покрытия рассматривается как квазиоднофазная среда, характеризующаяся некоторым уравнением состояния;

– между покрытием и подложкой, а также между соседними слоями напыляемого материала известны условия термомеханического контакта;

– плазматрон (горелка) перемещается дискретно, при этом происходит практически мгновенное отверждение напыляемого материала;

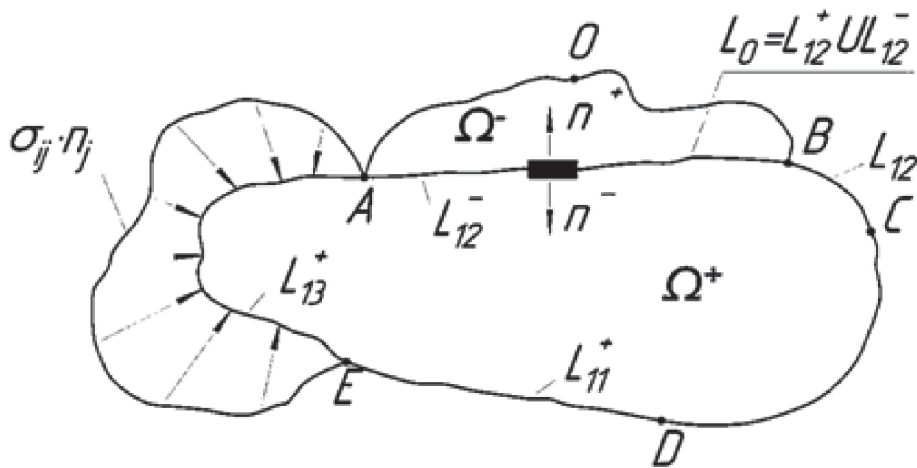
– известны условия теплообмена основного изделия с окружающей средой и струей плазматрона (горелки).

Таким образом, принятые допущения приводят к рассмотрению задачи сращивания в некоторый момент времени  $t_m$  двух

тел, характеризующихся, в принципе, различными уравнениями состояния, температурой, напряжениями и деформациями.

Задача формулируется следующим образом. Имеются два тела, занимающие области  $\Omega^+$  (основное изделие с напыленным покрытием при  $t \leq t_k$ ) и  $\Omega^-$  (участок покрытия, напыленный при  $t \in (t_k; t_m)$ ), которые при  $t = t_m$  вступают во взаимодей-

ствие. При этом предполагается, что при  $t < t_k$  имеем на некотором участке тела  $\Omega^+$  свободную от воздействий границу  $L_{12}^+$  (рис. 1). При  $t_k \leq t < t_m$  эта граница подвергается нагреву и, наконец, при  $t = t_m$  на участке  $L_{12}^+$  тела  $\Omega^+$  происходит его сращивание с нагретым до некоторой температуры телом  $\Omega^-$ . При этом тело  $\Omega^-$  сращивается по участку его границы  $L_{12}^-$  (см. рисунок).



Расчетная схема:  $AB - L_0 = L_{12}^+ U L_{12}^-$ ;  $BC - L_{12}$ ;  $DE - L_{11}^+$ ;  $BCDEA - L_1^+$ ;  $CDEAOB - L_1$ ;  $AE - L_{13}^+$ ;  $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$

При  $t = t_m$  происходит перемещение плазмона в соседнюю точку и процесс повторяется. Обозначим вектор перемещений, тензоры деформаций, напряжений и температурное поле соответственно  $\bar{u}$ ,  $\bar{\varepsilon}$ ,

$\bar{\sigma}$ ,  $T(x_i, t)$ , их компоненты –  $u = u(x_i, t)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_{ij}(x_i, t)$ ,  $\sigma = \sigma_{ij}(x_i, t)$ .

При  $t < t_k$  состояние тела известно и определяется предыдущей историей обработки изделия, т.е.

$$\left\{ \begin{array}{l} T^+(x_i, t) = T_0(x_i, t); \quad u^+(x_i, t) = u_0^+(x_i, t); \quad \sigma_{ij}^+(x_i, t) = \sigma^+(x_i, t); \\ \frac{\partial u^+(x_i, t)}{\partial t} = v^+(x_i, t); \quad x_i \in \Omega^+; \quad t = t_k; \quad i, j = 1, 2, 3. \end{array} \right. \quad (1)$$

При  $t_k \leq t < t_m$  к участку границы  $L_{12}^+$  тела  $\Omega^+$  осуществляется подвод тепла, происходит его разогрев, возникает некоторая

система температурных деформаций и напряжений. В этом случае придем к следующей системе уравнений и граничным условиям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ij,y}^+ + y_i^+ - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i^+ = 0, \quad \Delta(\lambda T^+) = \rho C \frac{\partial T^+}{\partial t}; \\ \varepsilon_{ij}^+ = f(u_i^+, u_{ij}^+), \quad \varepsilon_{ij}^+ = f_1(\sigma_{ij}^+, T^+, x, t_i); \\ x_i \in \Omega, \quad \frac{\partial T^+}{\partial n} = f_2(T^+, T_1, T_2), \quad x_i \in L_{12}^+; \\ u_i^+ = f_5(x_i, t), \quad x_i \in L_{11}^+, \quad \frac{\partial T^+}{\partial n} = f_3(T^+, T_2); \\ x_i \in L_1^+, \quad \sigma_{ij} \cdot n_j = f_4(x_i, t); \\ x_i \in L_{13}^+, t \in (t_k, t_m), \quad i, j = 1, 2, 3. \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\frac{\partial T^+}{\partial n}$  – производная от температуры по нормали к границе  $L^+$ ;  $T_2$  – то же на свободной отности;  $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $C_p$  – теплофизические параметры области  $\Omega^+$ ;  $y_i^+$  – плотность объемной силы.

В качестве начальных условий (2) следует использовать соотношение (1). При

$t = t_m$  производится сращивание основного изделия  $\Omega^+$  и участка покрытия  $\Omega^-$ . При этом их границы  $L_{12}^+$  и  $L_{12}^-$  трансформируются в общую границу  $L_o$ . После сращивания теплообмен с окружающей средой происходит уже на границе  $L$  вновь образованного тела  $\Omega$

В этом случае состояние изделия описывается такой системой уравнений, граничными и начальными условиями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ij,j}^+ + y_i - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0, \quad \varepsilon_{ij} = f(u_i, u_{i,j}, u_j, i); \\ \varepsilon_{ij} = f_1(\sigma_{ij}, T, x_i, t), \quad x_i \in \Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-, \quad \Delta(\lambda T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}; \\ x_i \in \Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-, \quad T^\pm(x_i, t_m) = T_o^\pm(x_i, t_m); \\ u_i^\pm(x_i, t_m) = u_o^\pm(x_i, t_m), \quad \sigma_{ij}^\pm(x_i, t_m) = \sigma^\pm(x_i, t_m), \quad \frac{\partial}{\partial t} u^\pm; \\ (x_i, t_m) = v_i^\pm(x_i, t_m), \quad x_i \in \Omega^\pm, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = f_2(T, T_1, T_2), \quad x_i \in L_{12}; \\ \frac{\partial T}{\partial n} = f_3(T_1, T_2), \quad x_i \in L, \quad \sigma_{ij} \cdot n_j = f_4(x_i, t), \quad x_i \in L_{13}^+; \\ u_i = f_5(x_i, t), \quad x_i \in L_{11}^+, \quad t \geq t_m, \quad i, j = 1, 2, 3. \end{array} \right. \quad (3)$$

При выполнении следующих условий на границе взаимодействия вновь напыленного участка покрытия с изделием:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ij}^+ \cdot n_j^+ = \sigma_{ij}^- \cdot n_j^-, u_i^+ = u_i^- \frac{\partial T^+}{\partial n} = u \left( \frac{\partial}{\partial n} T, T^+, T^- \right); \\ u_i^\pm(x_i, t) = u_+(t - t_k) u^\pm(x_i, t) + u^\pm(x_i, t_m); \\ x_i \in L_o = L_{12}^+ \cup L_{12}^-, \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $u_+(t - t_k)$  – асимметричная функция Хевиссайда;  $l, r, C_p$  – теплофизические параметры области  $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$ .

Полученные соотношения могут быть использованы в численном моделировании для предварительного выбора диапазона технологических параметров режима напыления, при которых обеспечиваются условия формирования плазменных газотермических покрытий с экстремальным комплексом эксплуатационных свойств. При этом окончательный выбор режимов напыления обеспечивается экспериментальным исследованием свойств покрытий в выбранных диапазонах.

### Заключение

Процесс формирования плазменных покрытий может быть формализован с использованием систем уравнений (1)...(4). При этом вопросы сходимости, существования, единственности и устойчивости могут быть решены на основе конкретных граничных условий и уравнений состояния. Проведен-

ные исследования позволили установить новые закономерности, обеспечивающие условия для получения плазменных покрытий с заданным комплексом эксплуатационных свойств.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барвинок В.А. Физическое и математическое моделирование процесса формирования мезоструктурно-упорядоченных плазменных покрытий / В.А. Барвинок, В.И. Богданович // Журнал технической физики. – 2012. – Том 82. – Вып. 2. – С. 105 – 112.
2. Кравченко И.Н. Исследования механизмов формирования остаточных напряжений в системе «деталь-покрытие» / И.Н. Кравченко, А.Ф. Пузряков, Е.М. Зубрилина // Все материалы. Энциклопедический справочник. – 2013. – № 4. – С. 22 – 41.
3. Кравченко И.Н. Формирование остаточных напряжений в системе деталь-покрытие с использованием методов численного анализа / И.Н. Кравченко, Е.В. Панкратова, О.Я. Москаль // Ремонт. Восстановление. Модернизация. – 2012. – № 10. – С. 44 – 51.
4. Кудинов В.В. Нанесение покрытий плазмой / В.В. Кудинов, П.Ю. Пекшев, В.Е. Белашенко и др. – М.: Наука, 1990. – 408 с.
5. Максимович Г.Г. Физико-химические процессы при плазменном напылении и разрушении материалов с покрытиями / Г.Г. Максимович, В.Ф. Шатинский, В.И. Копылов. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 11–145.