

УДК 548.1

## ФОРМИРОВАНИЕ И СИМВОЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИХ ГИБРИДНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР В 1D ПРОСТРАНСТВЕ

**Иванов В.В.**

*Южно-Российский государственный технический университет, ФГУП ОКБ «ОРИОН»,  
Новочеркасск, e-mail: valivanov11@mail.ru*

Обсуждаются общие принципы формирования и проблема символического описания детерминистических гибридных фрактальных структур в 1D пространстве.

**Ключевые слова:** гибридная фрактальная структура, детерминистическая фрактальная структура, фрактальная размерность, итерационная последовательность, канторово множество

## FORMING AND SYMBOLIC DESCRIPTION OF THE DETERMINISTIC GIBRID FRACTAL STRUCTURES IN 1D SPACE

**Ivanov V.V.**

*South-Russian state engineering university, FGUE SDTU «ORION», Novochechassk,  
e-mail: valivanov11@mail.ru*

The general principles of forming and the problem of symbolic description of the deterministic gibrud fractal structures in 1D space were discussed.

**Keywords:** gibrud fractal structure, deterministic fractal structure, fractal dimension, iterative successivity, Cantor's multitudine

Фрактальная структура может быть определена как структура, обладающая на всех своих уровнях структурной иерархии свойством самоподобия, либо как структура, в которой расположение одинаковых элементов подчиняется определенной фрактальной закономерности [1, 2]. Гибридность фрактальных структур определяется наличием в них двух или более простых фракталов с разными генераторами. Гибридную фрактальную структуру, составленную из определенным образом упорядоченных в пространстве локальных фракталов, будем считать детерминистической гибридной фрактальной структурой. Формирование детерминистических гибридных фрактальных структур проводится путем вложения по определенному алгоритму простых фракталов с разными генераторами в пространственные ячейки структурированного пространства методами комбинаторного или итерационного модулярного дизайна [3-19].

Сформулируем общие принципы формирования детерминистических гибридных фрактальных структур в 1D пространстве [14, 15]:

1) принцип использования предварительно структурированного (интервально-го) пространства,

2) принцип отбора мономодулярных однопериодических фрактальных структур

с близкими локальными размерностями по критериям совместимости на границе и внутри пространственных интервалов,

3) принцип выбора гибридных фракталов с минимальными периодами идентичности и максимальной симметрией.

Введем следующее символическое обозначение для детерминистической гибридной фрактальной структуры в 1D пространстве:

$$MGF_1^1 \{(a_i \text{ GenF}_i) (G^1_{0_i}) (CP)\} [(G^1_1), (a), (\text{Dim})].$$

Здесь:  $MGF_1^1$  – наименование одномерной однопериодической мультифрактальной гибридной структуры,  $\text{GenF}_i$  и  $(G^1_{0_i})$  – генератор  $i$ -ого простого фрактала и его локальная симметрия,  $CP$  – код упаковки простых фракталов или последовательность их чередования,  $G^1_1$  – группа симметрии одномерной однопериодической гибридной структуры,  $\sum a_i = a$  – количество пространственных ячеек, определяющих период идентичности структуры,  $\text{Dim}$  – фрактальная размерность.

Для 1D пространства структурированность достигается разбиением его на одинаковые интервалы  $[0, 1]$  – интервалы существования мономодулярной точечной фрактальной структуры [16-18]. Тогда будем учитывать, что каждая простая фрактальная структура формируется в результате бесконечной итерации генератора, заданного внутри этого интервала, инъективным способом и не выходит за его границы.

Гибридность фрактальных структур в 1D пространстве определяется наличием в них двух и более простых фракталов с разными генераторами, занимающими цепочку двух или более граничащих друг с другом интервалов. В качестве примера классических точечных фрактальных структур могут быть, в частности, итерационная последовательность точек ICp(1/2) ( $Dim ICp = 0,50$ , симметрия группы  $G_0^1 = 1$ ) и канторово множество точек CMp(1/3) ( $Dim CMp = 0,631$ , симметрия группы  $G_0^1 = 1$ ). В качестве дополнения

к ним может использоваться отрезок линии L, но при определении фрактальной размерности необходимо учитывать, что он не обладает фрактальными свойствами ( $Dim L = 1$ , симметрия группы  $G_0^1 = 1$ ).

Перечислим формально возможные варианты гибридных фракталов из перечисленных выше структур с одним генератором в виде последовательности их чередования внутри периода идентичности a (количество заполненных интервалов 1D пространства):

$$ICp(1/2,+)-CMp(1/3)-ICp(1/2,-), a = 3,$$

$$ICp(1/2,+)-CMp(1/3)-L-CMp(1/3)-ICp(1/2,-), a = 5,$$

$$ICp(1/2,+)-L-CMp(1/3)-L-ICp(1/2,-), a = 5,$$

В данном случае с помощью символов + и – учтена асимметрия фрактала ICp(1/2) 1D пространства относительно геометрического центра интервала его существования.

Соответствующие этим последовательностям одномерные гибридные мультифрактальные структуры следующие:

$$MGF_1^1 \{ (2GenICp * GenCMp) (1 * \bar{1}) (ICp-CMp-ICp) \} [(\bar{1}), (3)],$$

$$MGF_1^1 \{ (2GenICp * 2GenCMp * L) (1 * \bar{1} * \bar{1}) (ICp-CMp-L-CMp-ICp) \} [(\bar{1}), (5)],$$

$$MGF_1^1 \{ (2GenICp * 2L * GenCMp) (1 * \bar{1} * \bar{1}) (ICp-L-CMp-L-ICp) \} [(\bar{1}), (5)].$$

Размерности гибридных фрактальных структур определяются через размерно-

сти генераторов простых моноמודулярных фракталов следующим образом:

$$Dim(MGF11(2GenICp * GenCMp)) = [2Dim GenICp + Dim GenCMp] / 3 = 0,543,$$

$$Dim(MGF11(2GenICp * 2GenCMp * L)) = [2Dim GenICp + 2Dim GenCMp + 1] / 5 = 0,652,$$

$$Dim(MGF11(2GenICp * 2L * GenCMp)) = [2Dim GenICp + Dim GenCMp + 2] / 5 = 0,726.$$

Формально можно допустить возможность существования некоторых кентавроподобных гибридных структур MGKF11, включающих переходные структуры Tr(F1\*F2) – интервалы квазинепрерывного перехода от одного простого фрактала F1 к другому F2. В част-

ности, такой структурой для гибридов 1D пространства может быть переходная структура Tr(ICp\*CMp). Тогда максимально симметричными кентавроподобными гибридными структурами с минимальными периодами идентичности будут следующие:

$$1) MGKF_1^1 \{ (2GenICp * 2Tr(ICp * CMp) * GenCMp) (1 * 1 * \bar{1}) (ICp - Tr(ICp * CMp) - CMp - Tr(ICp * CMp) - ICp) \} [(T_2), (5)],$$

$$2) MGKF_1^1 \{ (2GenICp * 2GenCMp * 2Tr(ICp * CMp) * L) (1 * \bar{1} * \bar{1}) (ICp - Tr(ICp * CMp) - CMp - L - CMp - Tr(ICp * CMp) - ICp) \} [(T_2), (7)],$$

$$3) MGKF_1^1 \{ (3GenICp * 2L * 2Tr(ICp * CMp) * GenCMp) (1 * 1 * 1 * \bar{1}) (ICp - L - CMp - Tr(ICp * CMp) - ICp - Tr(ICp * CMp) - CMp - L - ICp) \} [(T_1), (9)].$$

Учитывая, что переходная точечная структура  $Tr(ICr^*CmP)$  не обладает фрактальными свойствами и ее размерность равна 0, размерности трех представленных выше кентавроподобных фрактальных структур равны 0,326, 0,466 и 0,403, соответственно.

Можно также допустить для гибридов с полярным генератором  $GenICr$  существование переходной структуры вида  $Tr(ICr+*ICr+)$  или  $Tr(ICr-*ICr-)$  с размерностью 0, однако кентавроподобные структуры с ними уже не будут удовлетворять условию минимальности периода идентичности.

Отметим, что в данной работе проанализированы вероятные гибридные фрактальные структуры 1D пространства как возможные аппроксиманты 1D сечений поверхности композиционных покрытий (КП) и сайз-распределения наноразмерных объектов в направлении трибовоздействия. В соответствии с концепцией синергизма свойств фаз твердой и смазочной компонент КП [20-23] в процессе трибоконтакта с сопряженной поверхностью износ более пластичной смазочной компоненты существенно снижается за счет ее «вмазывания» в макродефекты и межкристаллитное пространство фаз твердой компоненты и «намазывания» на поверхности этих фаз по межфазным границам [23]. Комплексная синергическая модель, описывающая трибологические свойства поверхности однородных КП, основана на одновременном учете параметра наноструктурности  $k_n$  и параметра  $k_{r,s}$ , характеризующего квазифрактальный характер конфигурации межфазных границ [24]. Экспериментально установлено [23, 25-30], что для КП разного фазового состава сумма параметров ( $k_n + \alpha k_{r,s}$ ) может принимать существенно большие значения (от 0,03 до 0,08) и характеризует объемную долю наночастиц (или микрочастиц) фаз твердых компонент КП и контр-тела, которые могут находиться в зоне трибоконтакта. Сайз-распределения, полученные на основе анализа гибридных фрактальных структур, включающих локальную структуру  $F(ICr)$ , уже для предфракталов 3-го поколения характеризуются интервалом значений  $(0,2 \dots 0,8)r_0$  нм (при размере структурного элемента  $r_0 = 0,1$  нм – размер атома – длина пространственного интервала 1 нм). Если сайз-распределения получены на основе анализа гибридных фракталов, включающих структуру  $F(CmP)$ ,

то для предфракталов 3-го поколения имеем интервал значений  $(0,3 \dots 2,7)r_0$  нм (при  $r_0 = 0,1$  нм длина пространственного интервала 3 нм). Если структурные элементы предфрактала представляют собой нанобъекты с размером порядка 1 нм, то длина интервала также возрастает на порядок, а периоды идентичности гибридных предфракталов могут принимать значения от 30 до 270 нм.

Отметим, что все полученные гибридные фрактальные структуры  $MGF^1_1$ , симметрия которых описывается линейными группами класса  $G^1_1$ , могут быть прообразами новых гибридных структур. В частности, при использовании одной ( $\tau_2$ ) или двух ( $\tau_2, \tau_3$ ) трансляций соответствующих непрерывных групп  $T_{t_1, \tau_2}$  или  $T_{t_1, \tau_2, \tau_3}$  в ортогональных к  $t_1$  направлениях могут быть получены новые линейчатые или планарные фракталы вида  $MGF^2_1$  или  $MGF^3_1$ . Симметрия образов структур этих фракталов в квазиодномерном пространстве будет описываться одной из 2D групп симметрии бордюров  $G^2_1(t:2.m, t:m)$  или 3D групп стержней  $G^3_1(t4/mm, t4/m)$ . Обозначения всех 1D, 2D и 3D групп симметрии приведены в соответствии с обозначениями, принятыми в [31].

Таким образом, сформулированы общие принципы формирования, предложено символическое описание и получены формально возможные детерминистические гибридные фрактальные структуры в 1D пространстве.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение № 14.U01.21.1078.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир. 1991. – 260 с.
2. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир. 1965. – 455 с.
3. Иванов В.В. Комбинаторное моделирование вероятных структур неорганических веществ. – Ростов н/Д: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003. – 204 с.
4. Иванов В.В., Таланов В.М. // Физика и химия стекла, 2008. Т.34, № 4. С. 528-567.
5. Иванов В.В., Таланов В.М. // Журн. неорганической химии, 2010. Т.55. № 6. С. 980-990.
6. Иванов В.В., Таланов В.М. // Кристаллография, 2010. Т.55. № 3. С. 385-398.
7. Иванов В.В., Таланов В.М. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2010. Т.1. № 1. С. 72-107.
8. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2011. Т.2. № 3. С. 121-134.
9. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2012. Т.3. № 4. С. 82-100.

10. Иванов В.В., Таланов В.М. // Журн. структурн. химии, 2013. Т.54. № 2. С. 354-376.
11. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Междунар. журн. эксп. образования, 2010. № 11. С. 153-155.
12. Иванов В.В., Щербаков И.Н., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии, 2012. № 1. С. 54-55.
13. Иванов В.В., Таланов В.М. // Современ. наукоемкие технологии, 2012. № 2. С. 60-63.
14. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. № 3. С. 56-57.
15. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. № 4. С. 230-232.
16. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. № 8. С. 75-77.
17. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. № 10. С.78-80.
18. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современ. естествознания, 2012. № 9. С.74-77.
19. Иванов В.В., Таланов В.М. // Кристаллография, 2013. Т.58. № 3. С. 370-379.
20. Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки, 2001. № 3. С. 60-61.
21. Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. Спецвыпуск. Проблемы трибозлектрохимии, 2005. С.128-130.
22. Иванов В.В., Иванов А.В., Щербаков И.Н., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки, 2005. № 3. С. 46-49.
23. Иванов В.В., Щербаков И.Н., Иванов А.В., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки, 2005. № 4. С. 62-64.
24. Иванов В.В., Щербаков И.Н. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки, 2011. № 3. С. 54-57.
25. Ivanov V.V., Balakai V.I., Ivanov A.V., Arzumanova A.V. // Russian Journal of Applied Chemistry, 2006. Т.79. № 4. С.610-613.
26. Ivanov V.V., Balakai V.I., Kurnakova N.Yu., Arzumanova A.V., Balakai I.V., // Russian Journal of Applied Chemistry, 2008. Т.81. № 12. С.2169-2171.
27. Balakai V.I., Ivanov V.V., Balakai I.V., Arzumanova A.V. // Russian Journal of Applied Chemistry, 2009. Т.82. № 5. С. 851-856.
28. Щербаков И.Н., Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки, 2011. № 5. С.47-50.
29. Иванов В.В., Щербаков И.Н. Моделирование композиционных никель-фосфорных покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион», 2006. – 112 с.
30. Щербаков И.Н., Иванов В.В., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Трофимов Г.П., Дерлугян Ф.П. Химическое наноконструирование композиционных материалов и покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки», 2011. – 132 с.
31. Современная кристаллография. В 4-х томах. – Т.1. Симметрия кристаллов. Методы структурной кристаллографии. – М.: Наука, 1980. – 524 с.