

Второе условие вызвано тем, что вся продукция j -ой отрасли предназначена для обмена внутри системы. Матрица (1), для которой выполнены условия 1 и 2, называется матрицей обмена. Требуется установить такие цены на продукцию каждой отрасли, при которых вся система находится в равновесии, т.е. ни одна отрасль не обогащается за счёт другой.

Пусть x_i – цена одной единицы продукции i -й отрасли, а $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор цен. Тогда расход i -й отрасли, т.е. стоимость всей закупаемой ею продукции, таков: $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j$.

Чтобы отрасль могла развиваться, её расход не должен превышать дохода, который равен стоимости произведённой ею продукции, т.е. x_i :

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \leq x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Если искомые равновесные цены существуют, то система неравенств (2) выполняется для них как система равенств: $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j = x_i^0, \quad i = 1, 2, \dots, n$.

Таким образом, задача свелась к следующему:

1. выяснить, является ли число $\lambda=1$ собственным числом матрицы обмена A ;
2. если да, то найти соответствующий этому собственному числу полуположительный собственный вектор матрицы A .

Для того чтобы число $\lambda=1$ было собственным числом матрицы обмена A , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство $|A - E| = 0$.

Итак, число 1 является собственным числом матрицы обмена и для отыскания соответствующего ему собственного вектора следует найти полуположительное решение однородной системы $(A - E) \bar{x} = \bar{0}$. Найденный полуположительный вектор $\bar{x}$ является искомым вектором равновесных цен.

Рассмотрим пример: экономическая система состоит из трёх отраслей производства, каждая из которых выпускает один вид продукции. Обмен внутри системы происходит в соответствии с данной матрицей обмена

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,6 \\ 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,4 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}.$$

Найдем вектор равновесных цен. Составим однородную систему линейных уравнений $(A - E) \bar{x} = \bar{0}$:

$$\begin{cases} -0,8x_1 + 0,3x_2 + 0,6x_3 = 0 \\ 0,4x_1 - 0,5x_2 + 0,1x_3 = 0 \\ 0,4x_1 + 0,2x_2 - 0,7x_3 = 0 \end{cases}$$

Решив её, получим:

$$x_1 = \frac{33}{28} x_3; \quad x_2 = \frac{8}{7} x_3; \quad x_3 \in \mathbb{R}, \text{ или } \bar{x} = a(33, 32, 28).$$

Полагая $a > 0$, находим равновесные цены на продукцию каждой отрасли: $x_1 = 33a$; $x_2 = 32a$; $x_3 = 28a$, где a можно трактовать как множитель, связанный с денежной единицей.

Другая экономическая модель, где решается математическая задача того же вида, – это **модель международной торговли**. Рассмотрим систему из n стран, торгующих только друг с другом (т.е. система замкнута). Известна матрица $A = (\alpha_{ij})_{n,n}$, где α_{ij} – доля средств j -й страны, затрачиваемая на им-

порт из i -й страны. Матрица A является матрицей

обмена (1), т.е. $\alpha_{ij} \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n)$ и $\sum_{i=1}^n \alpha_{ij} = 1 (j = 1, 2, \dots, n)$.

Требуется найти первоначальное распределение средств между странами, обеспечивающее равновесие всей системы, т.е. такое положение, при котором в каждой стране после каждого цикла обмена остаётся столько же средств, сколько было до обмена.

Пусть x_i – количество средств i -й страны, т.е. вектор $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ описывает искомое распределение средств. Ясно, что надо найти вектор $\bar{x}$, удовлетворяющий условиям

$$\begin{cases} A\bar{x} = \bar{x}, \\ \bar{x} \geq 0. \end{cases}$$

Ранее было показано, что число 1 есть собственное число матрицы обмена A и что существует полуположительный собственный вектор $\bar{x}$ матрицы A , соответствующий этому собственному числу. Вектор $\bar{x}$ и является искомым первоначальным распределением средств. Система при этом будет находиться в равновесии, т.е. расход каждой страны в каждом цикле обмена совпадает с её доходом от экспорта и не изменяется от цикла к циклу.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА ХЛЕБОБУЛОЧНЫХ ИЗДЕЛИЙ В ООО «МОЗАИКА»

Попова В.А., Зенченко М.С.

Самарский государственный экономический университет,
Самара, e-mail: popova_valeriya_92@rambler.ru

Экономико-математическое моделирование представляет собой процесс выражения экономических явлений математическими моделями. Экономическая модель – это схематичное представление экономического явления или процесса с использованием научной абстракции, отражение их характерных черт. Математические модели – основное средство решения задач оптимизации любой деятельности. По своей сути эти модели – средство плановых расчетов. Математическое моделирование экономических явлений и процессов дает возможность получить четкое представление об исследуемом объекте, охарактеризовать и количественно описать его внутреннюю структуру и внешние связи.

Общество с ограниченной ответственностью «Мозаика» расположено в Самарской области, село Большая Глушица. Основной вид деятельности исследуемого предприятия – производство хлебобулочных и кондитерских изделий.

В состав предприятия входят два цеха: хлебобулочный и кондитерский. На данный момент предприятие выпускает более 100 наименований хлебобулочной и кондитерской продукции. Специалисты предприятия проводят большую работу по расширению ассортимента и улучшению его качества.

За 2012 год ООО «Мозаика» произвела продукции 720 тонн хлебобулочных изделий. Выручка от продажи продукции составила 23 534 тыс. рублей.

Расчет оптимального производства продукции хлебобулочного цеха позволил определить оптимальное сочетание объемов производства различных видов хлебобулочных изделий, обеспечивающих максимальную величину прибыли.

**Экономико-математическая модель по оптимизации производства хлебобулочных изделий
в ООО «Мозаика»**

Наименование	Хлеб 0,55 кг	Хлеб столи чный	Хлеб "Укра ински й"	Хлеб боярс кий	Хлеб завар ной	Хлеб финс кий	Хлеб тосто вый	Хлеб отру бной	Бато н праж ский	Бато н горчи чный	Баге т	Було чка весну шка	Булоч ка ваниль ная	Люб ава було чка	Плет ёнка	знак	запас ресурсов
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15		
1 Дрожжи сухие							2,3						0,7			=	1697,5
2 Дрожжи пресованные	5,3	5,3	4,1	7,8	2,5	4,3		4	2,3	4,6	4	0,4		1,8	3,3	=	50034,1
3 Изюм												2,8				=	1120
4 Картофельные хлопья						18										=	2700
5 Клейковина				6,9	10						4,5		1,3			=	4514,8
6 Кориандр (молотый)					1				0,8							=	216
7 Маргарин							11,4				2,5	3,7	3	2,7	3,5	=	12235
8 Масло горчичное									6,8							=	2856
9 Масло растительное								5	6,8				3	2,7	3,5	=	7776
10 Меланж													4			=	2800
11 Молоко сухое											5,2					=	1248
12 Мука 1с		137,8	224						125							=	404034
13 Мука в/с	382	177,8		187,5	137,5	100	280	190		224	225	45	65,5	59	285	=	3045271
14 Мука ржаная		35,5	89,5	93,8	65	66,7		16,7								=	158104
15 Отруби								10								=	1500
16 Повидло					10											=	1200
17 Сахар					10		8,6	5	8,3	9	10	4,2	11,5	5,3	16,7	=	30973
18 Сгущенка вареная														20		=	6000
19 Семя подсолнечника				31,3												=	6009,6
20 Сироп сахарный				9,4		33,3										=	6799,8
21 Смесь для хлеба				31,3												=	6009,6
22 Солод экстаркт (жидкий)				2,8												=	537,6
23 Соль	5,8	6	6	5,6	3,8	3	5,7	2,4	2,2	3,4	3,8	0,4	0,9	0,8	4,3	=	57720,7
24 Улучшитель "Экстра-Р"				4,7		1,7			2,3							=	1433,4
25 Улучшитель "КБ-1"								0,4								=	60
26 Улучшитель "Крепль"	1,1	1,1								0,7			0,2			=	8601,5
Улучшитель "Мажемикс ржанко объем"				0,9	0,8											=	268,8
28 Улучшитель "Мажемикс синий"							2,3									=	1207,5
29 Улучшитель "Олимпия Софт"												0,4				=	160
30 Улучшитель "Оскар"											1,1					=	264
31 Улучшитель "РЖ-БИО"			0,08												0,1	=	86,4
32 Улучшитель "Универсальный"														0,1		=	30
33 Улучшитель оригинальный					0,6	0,8										=	192
34 прибыль	6	4	7	2	3	4	7	4	3	7	7	2	3	3	5		

На основании полученных результатов, мы определили, что достигнуто оптимальное сочетание объемов производства различных видов хлебобулочных изделий, обеспечивающих максимальную величину прибыли. В результате расчетов, необходимо производить в сутки следующие объемы: Хлеб в. с. 0,55 кг 5625 шт., Хлеб столичный – 1800 шт., Хлеб «Украинский» – 630 шт., Хлеб боярский – 192 шт., Хлеб заварной – 120 шт., Хлеб финский – 150 шт., Хлеб тостовый – 525 шт., Хлеб отрубной – 150 шт., Батон пражский – 120 шт., Батон горчичный – 420 шт., Багет – 240 шт., Булочка веснушка – 400 шт., Булочка ванильная – 700 шт., Любава булочка – 300 шт., Плетёнка – 360 шт.

При поддержании темпов производства на заданном уровне, объем выпуска хлебобулочной продукции в год составит 1934 тонн. Предприятие получит годовую прибыль в размере 22161 тыс. рублей.

Полученная модель предложена директору ООО «Мозаика» для рассмотрения. Внедрение данной модели позволит увеличить объем выпуска продукции и прибыли на предприятии в 2,5 раза.

**ОБОСНОВАНИЕ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ
ПО ИНВЕСТИРОВАНИЮ НА ОСНОВЕ СТАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

Сальникова О.М.

*Самарский государственный экономический университет,
Самара, e-mail: wonderful_life92@mail.ru*

Инвестиции – это денежные средства, ценные бумаги, иное имущество, имеющее денежную оценку, вкладываемые в объекты предпринимательской и (или) иной деятельности в целях получения определенного полезного эффекта. Инвестиции имеют множество разновидностей: по критерию «объект инвестиций» различают финансовые, реальные (машины, здания, транспорт и др.) и нематериальные инвестиции; по критерию «причина инвестиций» различают инвестиции по созданию предприятий, текущие инвестиции (по замене изношенного и устаревшего оборудования) и дополняющие инвестиции (на расширение производства, рационализацию производства, процессов и технологий, инвестиции по обеспечению безопасности); по критерию «сфера