

на одном рисунке многоугольники конкурентоспособности для разных предприятий, можно провести

анализ уровня их конкурентоспособности по разным факторам» [2].



**Список литературы**

1. Орлов А.И. Теория принятия решений Учебное пособие. – М.: Изд-во «Март», 2004. – С 12-14.
2. Половцева Ф.П. Коммерческая деятельность: учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2009. – С. 22.
3. Соловьев В.И. Методы оптимальных решений: учебное пособие. – М., 2012. – С. 40.
4. Тютюшкина Г.С. Основы коммерческой деятельности: Учебное пособие, 2006. – С. 52.
5. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. – М.: Изд-во «Финансы и статистика», 2005. – С. 7-15.

**ПРИМЕНЕНИЕ БАЛАНСОВЫХ МОДЕЛЕЙ  
В МАРКЕТИНГЕ. МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ МОДЕЛИ  
В СИСТЕМЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО  
ПЛАНИРОВАНИЯ**

Закирова Р.С.

Самарский государственный экономический университет,  
Самара, e-mail: zakirova-rita@inbox.ru

Статистические и динамические балансовые модели широко применяются для экономического моделирования экономических систем и процессов, в ос-

нове которых лежит балансовый метод, т.е. взаимное сопоставление имеющихся материальных, трудовых и финансовых ресурсов и потребностей в них.

Принципиальная схема МОБ производства и распределения совокупного общественного продукта в стоимостном выражении представлена в таблице.

В основу схемы положено разделение совокупного продукта на две части: промежуточный и конечный продукт. Всё народное хозяйство представлено в виде совокупности  $n$  отраслей (имеются в виду чистые отрасли), каждая из которых фигурирует в балансе как производящая и как потребляющая.

В балансе каждой отрасли материального производства соответствует отдельная строка и отдельный столбец. В матрице элементов, стоящих на пересечении  $n$  первых строк и  $n$  первых столбцов межотраслевого баланса содержится информация о межотраслевых потоках продукции. Каждый элемент этой матрицы показывает годовые затраты продукции одной отрасли на производство продукции другой отрасли.

Принципиальная схема межотраслевого стоимостного баланса

Отрасли	1	2	...	$j$	...	$n$	Итого	Конечный продукт	Валовой продукт
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1j}$	...	$x_{1n}$	$\sum x_{1i}$	$Y_1$	$X_1$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2j}$	...	$x_{2n}$	$\sum x_{2i}$	$Y_2$	$X_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$I$	$x_{i1}$	$x_{i2}$	...	$x_{ij}$	...	$x_{in}$	$\sum x_{ii}$	$Y_i$	$X_i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$N$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	...	$x_{ni}$	...	$x_{nn}$	$\sum x_{ni}$	$Y_n$	$X_n$
Итого	$\sum x_{i1}$	$\sum x_{i2}$	...	$\sum x_{ij}$	...	$\sum x_{in}$	$\sum \sum x_{ij}$	$\sum Y_i$	$\sum X_i$
Чистая продукция	$V_1$	$V_2$	...	$V_j$	...	$V_n$	$\sum V_i$		
Всего	$X_1$	$X_2$	...	$X_j$	...	$X_n$	$\sum X_i$		

Величины  $x_{ij}$  ( $i=1, \dots, n$ ) характеризуют объёмы межотраслевых поставок материальных ресурсов, обусловленные производственной деятельностью отраслей материального производства. Каждая строка

межотраслевого баланса отражает поставки продукции данной отрасли другим отраслям, т.е. каждая отрасль описывает распределение продукции конкретной отрасли.

Каждый столбец межотраслевого баланса описывает потребление продукции (производственные затраты) конкретной отрасли. Сумма величин  $x_{ij}$  по строкам для всех отраслей образует  $(n+1)$ -й столбец межотраслевого баланса, который помещается справа от матрицы межотраслевых потоков.

Сумма величин  $X_{ij}$  столбцам образует  $(n+1)$ -ю строку межотраслевого баланса, которая помещается снизу от матрицы межотраслевых потоков. На пересечении  $(n+1)$ -й строки и  $(n+1)$ -го столбца стоит величина  $\sum \sum x_{ij}$ , которая равна сумме производственного потребления всех отраслей. Она представляет собой промежуточный продукт народного хозяйства.

Рассмотрим пример расчёта МОБ, состоящего из  $n$  отраслей, каждая из которых выпускает только один вид продукции, объёмом  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ .

Объём поставки этого же продукта обозначим через  $x_{11}$ , для производства второго -  $x_{12}$  и т.д. конечный продукт первой отрасли соответственно обозначим через  $Y_1$ . Тогда валовый выпуск отраслей можно записать:

$$X_i = \sum x_{ij} + Y_i^{\text{кон}}.$$

Каждое из слагаемых  $x_{ij}$  разделим на  $X_j$  и обозначим данное отношение через  $a_{ij}$ , называемый коэффициентом прямых затрат. Если использовать матричную форму записи, то система уравнений межотраслевого баланса принимает вид:

$$X = AX + Y.$$

Помножив вектор  $X$  на единичную матрицу, соотношение можно преобразовать как

$$(E - A)X = Y.$$

После подсчёта коэффициентов прямых затрат получившееся соотношение можно использовать для анализа и планирования и решить следующие задачи:

определить объём валовой продукции отраслей  $X_1, X_2, \dots, X_n$  по заданным объёмам конечной продукции по формуле

$$X = (E - A)^{-1} Y;$$

определить объёмы конечного продукта отраслей  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  по заданным объёмам валовой продукции  $X_1, X_2, \dots, X_n$  по формуле

$$Y = (E - A)X.$$

Одной из главных функций маркетинга является производственная, которая предполагает в первую очередь организацию материально-технического снабжения на основе анализа хозяйственных связей. Основным видом моделей согласования ресурсов и потребностей в материально-техническом снабжении являются балансовые модели.

Рассмотрим решение одной из задач маркетинга на основе модели межотраслевого баланса. В моделях межпродуктовых балансов в состав объёма конечной продукции  $Y_i$  количество продукции, направляемой на прирост запасов и резервов. Величина этого прироста по каждой продукции часто задаётся вне модели, что определяет общее количество продукции каждого наименования, идущее на прирост запасов, но не даёт возможности узнать, в каком объёме требуются для обеспечения непрерывности производства, какова оптимальная величина совокупных запасов для данной продукции.

Эти проблемы можно решить путём введения коэффициентов запасоёмкости, которые показывают, какое количество запаса продукции  $i$ -того вида необ-

ходимо при производстве единицы продукции  $j$ -того вида. Если  $S_{ij}$  есть величина запаса продукции  $i$ -того вида, используемого для производства  $j$ -ой продукции, а  $X_j$ -общий объём производства  $j$ -шой продукции, то величину запасоёмкости можно определить по формуле:

$$S_{ij} = S_{ij} / X_j, j = 1, \dots, n.$$

На практике коэффициенты запасоёмкости можно рассчитать на основе статистических данных за предыдущие годы.

Если в схему межпродуктового баланса ввести показатели запасоёмкости, то уравнение примет вид:

$$X_i = \sum a_{ij} X_j + \sum s_{ij} X_j + Y_i, i = 1, \dots, n$$

Введя наряду с ранее использованными матричными величинами матрицу коэффициентов запасоёмкости  $S = (s_{ij})$ , можно вышеуказанную модель записать в матричном виде:

$$X = A * X + S * X + Y,$$

откуда выводится следующее соотношение:

$$X = (T - A - S)^{-1} * Y$$

Матрица  $B = (E - A - S)^{-1}$  аналогична матрице  $B$  коэффициентов полных затрат, но наряду с прямыми и косвенными затратами включает также затраты запасов на единицу конечно продукции.

В дополнение к ранее принятым обозначениям  $T_j$  обозначим коэффициент прямых затрат труда в  $j$ -ой отрасли, через  $P_j$  - цену единицы  $j$ -ого продукта, через  $P_j$  - денежный эквивалент новой стоимости, созданной в единицу рабочего времени, через  $V_n$  - нормативную ставку оплаты единицы рабочего времени, через  $a$ -норму прибавочного продукта по отношению к необходимому. Тогда в балансе для каждого  $j$ -го продукта соблюдается равенство:

$$P_j = \sum a_{ij} P_j + t_j P_j, j = 1, \dots, n.$$

Данное соотношение представляет собой систему  $n$  линейных уравнений с  $(n+1)$  неизвестными. Задавая значение одной из неизвестных, можно определить все остальные цены, решая получившуюся систему уравнений любым из неизвестных методов.

Для величины  $P_t$  справедлива следующая формула:

$$P_t = V_n (1 + \alpha).$$

Считая величину нормативной ставки оплаты единицы рабочего времени  $V_n$  известной, нормировать коэффициент  $\alpha$  можно путём присоединения к системе уравнений  $P_j = \sum a_{ij} P_j + t_j P_j, j = 1, \dots, n$  дополнительного  $(n+1)$ -го уравнения, используя объёмные показатели межотраслевого баланса. Полагая для простоты, что сумма доходов населения, не занятого в производственной сфере, равна нулю, уравнение можно записать в следующем виде:

$$V_n * \sum X_j * t_j = \sum P_j * Y_j.$$

Это уравнение отражает требование соответствия доходов населения и общей стоимости товаров конечного потребления.

Введём в рассмотрение коэффициенты распределения продукции:

$$H_{ij} = x_{ij} / X_j, j = 1, \dots, n.$$

Они показывают долю продукции  $i$ -ой отрасли, выступающую в качестве текущих затрат на выпуск продукции  $j$ -ой отрасли.

Матрица коэффициентов распределения  $H=(h_{ij})$  не зависит от изменения отраслевых уровней цен. Если обозначить через  $r_i$  индекс изменения цены продукции  $i$ -ой отрасли:

$$R_i = X_i^*/X_i = x_{ij}^*/x_{ij}$$

То очевидны такие равенства:

$$r_{ij}^* = x_{ij}^*/x_{ij} = r_i^* x_{ij}/r_i^* X_i = x_{ij}/X_i = h_{ij} \dots$$

для полностью сбалансированного межотраслевого баланса по столбцам первого и третьего квадрантов должны выполняться следующие соотношения:

$$X_j^* = \sum x_{ij}^* + Z_j^*, j=1, \dots, n.$$

С учётом равенств  $r_{ij}^* = x_{ij}^*/x_{ij} = r_i^* x_{ij}/r_i^* X_i = x_{ij}/X_i = h_{ij} \dots$  их можно переписать в следующем виде:

$$X_j^* = \sum X_i^* h_{ij} + Z_j^*, j=1, \dots, n.$$

А можно дать и в матричных обозначениях:

$$X^* = X^* H + Z^*,$$

Где  $X^*=(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$  есть вектор-строка валового выпуска отраслей в перспективных ценах, а  $Z^*=(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_n^*)$  – вектор-строка условно чистого дохода в этих ценах.

Решение системы  $X^* = X^* H + Z^*$  в матричном виде такого:

$$X^* = Z^*(E-H)^{-1},$$

где  $E$  – единичная матрица, а матрица  $(E-H)^{-1}$  является обратной к матрице  $(E-H)$ . рассчитав валовые выпуски отраслей в перспективных ценах, можно получить индексы динамики отраслевых цен в сравнении с базисным годом:

$$r_j = X_j^*/X_j.$$

Существует другой метод расчёта отраслевых индексов динамики цен, основанный на модели прямого счёта. Здесь выполняются равенства:

$$x_{ij}^* = r_i^* x_{ij}; X_j^* = r_j^* X_j.$$

Следовательно, систему уравнений  $X_j^* = \sum X_i^* h_{ij} + Z_j^*, j=1, \dots, n$  можно переписать в виде:

$$r_j^* X_j = \sum r_i^* x_{ij} + Z_j^*, j=1, \dots, n.$$

Разделив левые и правые части уравнений на  $X_j$ , получим:

$$r_j = \sum r_i a_{ij} + Z_j^*/X_j, j=1, \dots, n.$$

Обозначим через  $r=(r_1, r_2, \dots, r_n)$  вектор-строку индексов динамики отраслевых перспективных цен, через  $G=(g_1, g_2, \dots, g_n)$  – вектор строку, компонентами которого являются величины  $g_i = Z_i^*/X_i$ . Тогда следующую систему можно написать в матричном виде

$$r = r^* A + G,$$

где  $A$  – матрица коэффициентов прямых материальных затрат.

Решение данного матричного уравнения такого

$$r = G^*(E-A)^{-1} = G^* B,$$

где  $B=(E-A)^{-1}$  – матрица коэффициентов полных материальных затрат.

Рассмотрим конкретный пример. Планируется перейти на новые отраслевые цены таким образом, чтобы условно чистый доход в отраслях в этих ценах составил  $Z_1=179,0$ ;  $Z_2=183,0$ ;  $Z_3=300,0$ . Используя мо-

дель прямого счёта, надо определить индексы динамики отраслевых цен в сравнении с базисным годом, обеспечивающие достижение запланированных уровней условно чистого дохода во всех отраслях.

Находим матрицу коэффициентов полных материальных затрат  $B=(E-A)^{-1}$ . В данном случае она будет такой:

$$\begin{aligned} & 2,0410,612,1,020 \\ B = & 0,816,2,245,0,408 \\ & 0,867,0,510,1,684 \end{aligned}$$

Найдём величины валовой продукции трёх отраслей в действующих отраслевых ценах. Воспользовавшись результатами предыдущих расчётов, определяем, что  $X_1=775,3$ ;  $X_2=510,1$ ;  $X_3=729,6$ .

Находим составляющие вектора-строки  $G$ :

$$\begin{aligned} G_1 = & 173,0/775,3 = 0,23; G_2 = 189,0/510,1 = 0,37; \\ G_3 = & 300,0/729,6 = 0,41. \end{aligned}$$

В соответствии с формулой  $r = G^*(E-A)^{-1} = G^* B$  искомые индексы динамики отраслевых цен в сравнении с базисным годом будут равны:

$$\begin{aligned} & 2,0410,612,1,020 \\ r = & (0,23; 0,37; 0,41) * 0,816,2,245,0,408 = (1,13; 1,18; 1,08). \\ & 0,867,0,510,1,684 \end{aligned}$$

Таким образом, чтобы достичь запланированных уровней условно чистого дохода, отраслевые цены в трёх отраслях должны увеличиться соответственно на 13, 18, 8%.

Если сопоставить запланированные уровни условно чистого дохода с соответствующими уровнями этой величины в действующих отраслевых ценах, то можно определить, что при определённых выше индексах динамики отраслевых цен величина условно чистого дохода увеличится в трёх отраслях на 15, 23 и 3% соответственно. Это свидетельствует о тесной взаимосвязанности цен в межотраслевом (межпродуктовом) балансе.

### АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Карпов А.А.

*Самарский государственный экономический университет, Самара, e-mail: sashakarпов@bk.ru*

Среди множества задач оптимизации особую роль в силу своей практической значимости играют задачи линейного программирования. Одной из распространенных задач является задача на оптимальное использование ресурсов. Рассмотрим задачу на оптимальный выпуск мороженого и дадим экономический анализ решения на устойчивость.

Фирма выпускает два вида мороженого: сливочное и шоколадное. Для изготовления мороженого используются два исходных продукта: молоко и наполнители, расходы которых на 1 кг мороженого и суточные запасы даны в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого		Запас, кг
	Сливочное	Шоколадное	
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное не более чем на 100 кг. Кроме того, установлено, что спрос на шоколадное мороженое не