

УДК 548.1:669.018

## ФОРМИРОВАНИЕ ПОЛИГОННЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР С НЕОБХОДИМЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ В 2D-ПРОСТРАНСТВЕ

<sup>1,2</sup>Дерлугян П.Д., <sup>1,2</sup>Иванов В.В., <sup>1</sup>Иванова И.В., <sup>1</sup>Шишка В.Г., <sup>1</sup>Дерлугян Ф.П.,  
<sup>2</sup>Бережной Ю.М.

<sup>1</sup>ФГУП ОКБ «ОРИОН», Новочеркасск;

<sup>2</sup>Южно-Российский государственный технический университет, Новочеркасск,  
e-mail: valivanov11@mail.ru

Обсуждается проблема формирования некоторых фрактальных структур в 2D-пространстве. Представлены результаты сравнительного анализа их фрактальных размерностей и некоторых топологических характеристик.

**Ключевые слова:** фрактальная структура, фрактальная размерность, салфетка и ковер Серпинского

## FORMING OF THE POLYGONAL FRACTAL STRUCTURES WITH NECESSARY CHARACTERISTICS IN 2D-SPACE

<sup>1,2</sup>Derlugyan P.D., <sup>1,2</sup>Ivanov V.V., <sup>1</sup>Ivanova I.V., <sup>1</sup>Shishka V.G.,  
<sup>1</sup>Derlugyan F.P., <sup>2</sup>Berezhnoi Y.M.

<sup>1</sup>FGUE SDTU «ORION», Novochoerkassk;

<sup>2</sup>South-Russian state engineering university, Novochoerkassk, e-mail: valivanov11@mail.ru

The problem of forming of some fractal structures in 2D-space was discussed. Results of comparative analyses of its fractal dimensions and some topologic characteristics were presented.

**Keywords:** fractal structure, fractal dimension, scarf and carpet of Serpinski

Детерминистические фрактальные решетки являются представителями фракталов с конечным ветвлением и, как правило, построены из заправки в виде определенного фрагмента 2D-решетки [1]. Геометрическим генератором фрактальных решеток может быть фрагмент 2D дважды периодических полигонных  $R_{\{Pg\}im}$ -структур, в частности, тетрагонных  $R_{\{4\}im}$ -структур, соответствующих 2D-сетке 4444 или ее производным [1]. При этом предполагается, что в вершинах тетрагона могут располагаться атомы, комплексные частицы – молекулы, кластеры.

Процедура формирования генератора  $G = L_{N\{4\}, i, k}$  из квадратного фрагмента тетрагонной  $R_{\{4\}im}$ -структуры определяется законом транскрипции, а процедура получения самоподобных фрактальных решеточных n-структур  $FN_{\{4\}, i, k} \{2-\}$  – итерационным законом, где N – количество тетрагонов {4} в квадратном фрагменте 2D-пространства со стороной b; i – характеристика «ядра» двумерной тетрагонной структуры, которая определяла способ его ветвления (посредством вершин iv или сторон ig тетрагона);  $k = b^{-1}$  – коэффициент самоподобия генерируемой фрактальной  $FN_{\{4\}, i, k}$ -структуры; {2-} – классификационный параметр, указывающий топологическую размерность инициального объекта (плоскости)

и тенденцию изменения размерности при переходе к генератору, n – целочисленный индекс, характеризующий количество применяемых итераций [2-5].

Фрактальная размерность Dim решетки в соответствии с [1] может быть определена из соотношения

$$\text{Dim} = \ln N (\ln b)^{-1},$$

где N – число тетрагонов в генераторе, b – сторона генератора (в отн. ед.).

Тогда, если  $(b^2 - N)$  – число лакун в квадратном генераторе, имеем следующее соотношение

$$\text{Dim}_{\text{lac}} = \ln(b^2 - N) (\ln b)^{-1},$$

где  $\text{Dim}_{\text{lac}}$  – лакунарная размерность фрактальной решетки, характеризующая возможное дополнение данной фрактальной решетки до 2D тетрагонной  $R_{\{4\}im}$ -структуры. Все  $F_{N\{4\}, i, k}$ -структуры отличаются по своим лакунарным спектральным характеристикам, которые можно считать диагностическими [6-15]. Отметим, что каждая из  $F_{N\{4\}, i, k}$ -структур формально может быть первым членом гомологического ряда соответствующих структур (рис. 1). Полученные с помощью итерационного модулярного дизайна на тригонной сетке фрактальные решетки с  $F_{N\{3\}, i, k}$ -структурами также соотносятся с гомологической

серией фрактальных структур вида  $F_{(6+2n)\{3\}, 1, 1/(3(2+n))1/2}$  и  $F_{(3+3n)\{3\}, 1, 1/(2+n)}$  и классической треугольной косынкой Серпинского  $F_{3\{3\}, 3(r), 1/3}$  [1] (рис. 2).

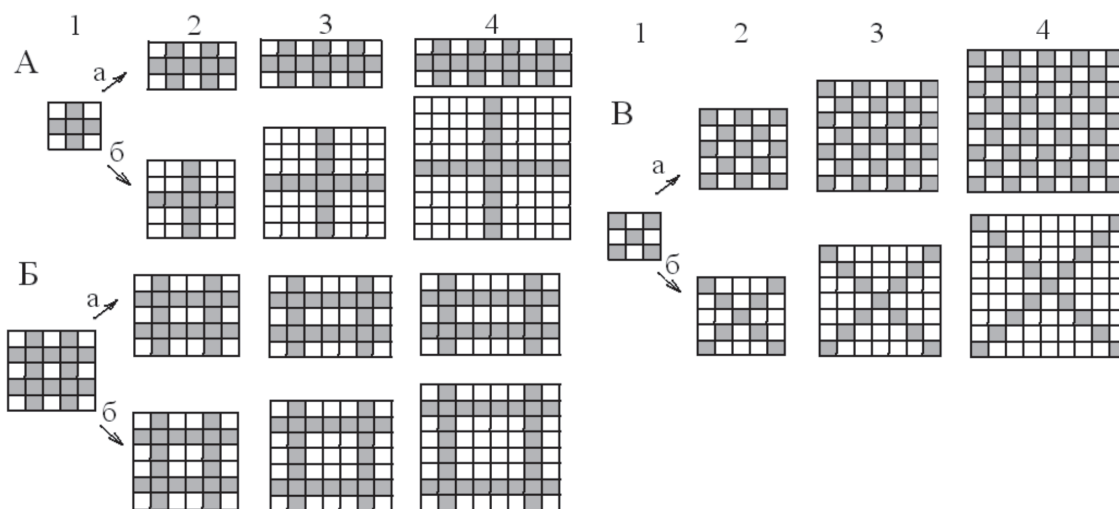


Рис. 1. Изображения первых четырех членов трех пар гомологических рядов детерминистических решеток с генераторами  $L_{(1+4n)\{4\}, i, [3(1+2n)]1/2}$  (A-a),  $L_{(1+2n+2n2)\{4\}, i, (1+2n)}$  (A-б),  $L_{(1+4+2n)\{4\}, i, [5(4+n)]1/2}$  (B-a),  $L_{(12+4n)\{4\}, i, (4+n)}$  (B-б),  $L_{(1+4n)\{4\}, i, (1+2n)}$  (B-a) и  $L_{(1+4n)\{4\}, i, (1+2n)}$  (B-б)

Фрактальные размерности тетрагонных  $F_{N\{4\}, i, k}$  и тригонных  $F_{N\{3\}, i, k}$ -структур закономерно изменяются с увеличением порядкового номера n в соответствующем гомологическом ряду генераторов внутри интервала значений Dim [1, 2] (рис. 3). Аналогичные закономерности наблюдаются и для лакунарных размерностей указанных структур. Значения локальной и лакунарной размерностей для каждой фрактальной структуры

могут быть использованы при определении квазиупорядоченного сайт-распределения определенных фаз по поверхности композиционного покрытия и конфигурационных характеристик межфазных границ. На основе этих данных возможна оценка поверхностной доли твердого смазочного компонента и расчет трибологических свойств покрытия в соответствии с синергической моделью [16].

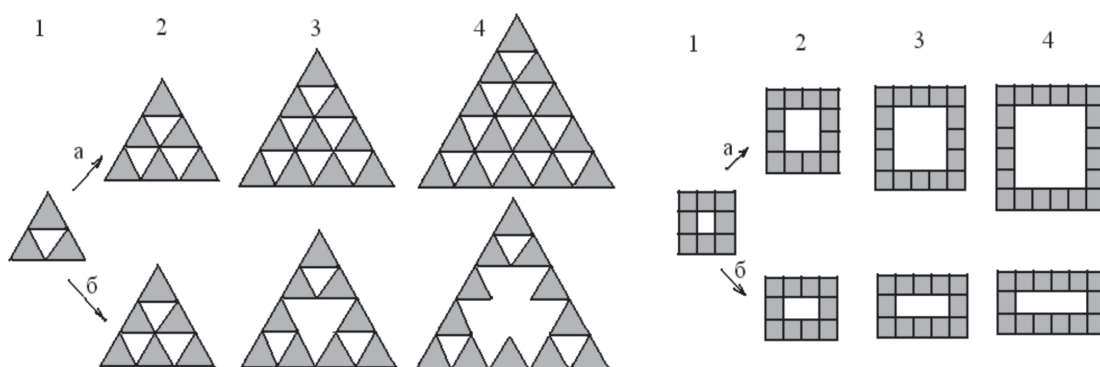


Рис. 2. Изображения первых четырех членов гомологических рядов салфеток Серпинского с генераторами  $L_{(4+4n)\{4\}, i, 1/(2+n)}$  (a),  $L_{(3+3n)\{4\}, i, 1/(2+n)}$  (б) (слева) и ковров Серпинского с генераторами  $L_{(6+2n)\{3\}, i, 1/(3(2+n))1/2}$  (a),  $L_{(4+4n)\{3\}, i, 1/(2+n)}$  (б)

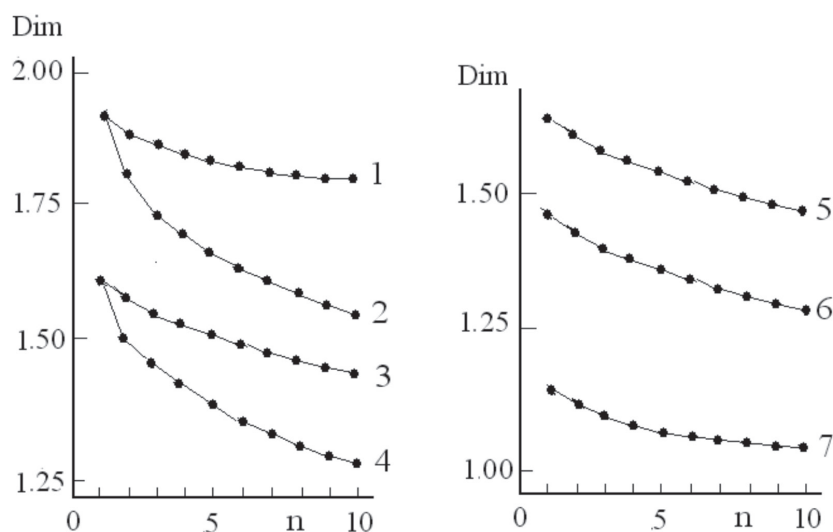


Рис. 3. Изменение размерности фрактальных структур вида  $F_{N\{4\},i,k\{2-\}}$  от порядкового номера  $n$  в гомологических рядах генераторов салфеток Серпинского  $L_{(6+2n)\{3\}, i, 1/(3(2+n))}^{(1)}$  и  $L_{(4+4n)\{3\}, i, 1/(2+n)}$  (2), ковров Серпинского  $L_{(4+4n)\{4\}, i, 1/(2+n)}$  (3) и  $L_{(3+3n)\{4\}, i, 1/(2+n)}$  (4), решеток  $L_{(4+2n)\{3\}, i, 1/(2+n)}$  (5),  $L_{(1+4n)\{3\}, i, 1/(3(2+n))}$  (6) и  $L_{(4+8n)\{3\}, i, 1/(2+4n)}$  (7)

Отметим, что приведенные выше примеры рядов генераторов фрактальных структур вида  $F_{N\{4\},i,k}$  могут быть существенно дополнены множеством рядов генераторов, отражающих результат клеточной аппроксимации последовательных стадий «роста» различных линий 3-го и 4-го порядка, а также трансцендентных линий, в том числе спиралей и циклоидальных кривых.

Таким образом, в 2D-пространстве могут быть сформированы фрактальные структуры вида  $F_{N\{4\},i,k\{2-\}}$ . Данные фрактальные структуры характеризуются размерностями практически во всем диапазоне значений в интервале от 1 до 2 и могут быть использованы для интерпретации результатов исследований трибологических свойств поверхности композиционных материалов и покрытий [16-19].

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение № 14.U01.21.1078.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 260 с.
2. Иванов В.В., Таланов В.М. // Информация и структура в наномире. – Мат-лы конф.: программа и тезисы. (1-3 июля 2009 г.), С-Пб, Россия. – СПб, 2009. – С. 67.
3. Иванов В.В., Шабельская Н.П., Таланов В.М. // Соврем. наукоемкие технологии, 2010. № 10. С. 176-179.
4. Иванов В.В., Таланов В.М. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2010. Т. 1. № 1. С. 72-107.

5. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2012. Т.3. № 4. С. 82-100.
6. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Междунар. журн. эксп. образования, 2010. № 11. С. 153-155.
7. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2011. Т. 2. № 3. С. 121-134.
8. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. №8. С.75-77.
9. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. №9. С.74-77.
10. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. №10. С.78-80.
11. Иванов В.В., Таланов В.М. // Журнал структурной химии. 2013. Т.54. №2. С.354-376.
12. Иванов В.В., Шабельская Н.П., Таланов В.М., Попов В.П. // Успехи соврем. естествознания, 2012. № 2. С. 60-63.
13. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания, 2012. № 3. С. 56-57.
14. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. № 4. С. 230-232.
15. Иванов В.В., Таланов В.М. // Соврем. наукоемкие технологии. 2012. № 2. С. 76-78.
16. Щербakov И.Н., Иванов В.В., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Трофимов Г.Е., Дерлугян Ф.П. Химическое наноконструирование композиционных материалов и покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки», 2011. 152 с.
17. Патент 2422561 Рос. Федерация / Балакай В.И., Арзуманова А.В., Балакай И.В., Балакай К.В., Бырылов И.Ф., Иванов В.В. Опубл. 27.06 2011. Бюл. № 18.
18. Патент 2451113 Рос. Федерация / Трофимов Г.Е., Щербakov И.Н., Шевченко М.Ю., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Дерлугян Ф.П., Иванов В.В. Опубл. 20.05 2012. Бюл. № 14.
19. Патент 2473711 Рос. Федерация / Трофимов Г.Е., Щербakov И.Н., Шевченко М.Ю., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Дерлугян Ф.П., Иванов В.В. Опубл. 27.01 2013. Бюл. № 3.