

УДК 004.4

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Бигалиева А.З., Коккоз М.М.

Казахстанский государственный технический университет, Караганда, e-mail: alfja84@mail.ru

Рассмотрен неординарный метод разбиения модели на конечные элементы в вершине трещины и по её фронту. Описан метод виртуального роста трещины. Рассмотрен подход, известный как метод перемещений. Метод эквивалентен минимизации полной потенциальной энергии, выраженной через поле перемещений. Составлена и решена система алгебраических уравнений равновесия. Результаты могут быть использованы в задачах, решающих проблему напряженно-деформированного состояния модели, в частности для дальнейшего поведения усталостной трещины в различных конструкциях.

Ключевые слова: механика разрушения, метод конечных элементов, напряжённо-деформированное состояние конструкции, анализ прочности

CALCULATION ON DURABILITY OF THREE-DIMENSIONAL OBJECTS OF DESIGNING

Bigaliev A.Z., Kokkoz M.M.

The Karaganda state technical university, Karaganda, e-mail: alfja84@mail.ru

Considered an extraordinary method of splitting model for leaf members at the top of the crack and on her front. Method virtual growth cracks. Considered approach, known as the movement. Method is equivalent to minimizing the total potential energy, which is expressed through the field. Formulated and solved a certain system of algebraic equations of equilibrium. The results can be used in the tasks solvable problem deflected models, in particular for further fatigue crack propagation behavior in different designs.

Keywords: mechanics of destruction, a method of the final elements, the is intense-deformed condition of a design, the analysis of durability

Для исследования появления и распространения трещин в тех или иных условиях успешно используется механика разрушения. Однако на сегодняшний день аналитические решения существуют только для простых трещин. Трещины же сложные (наклонные, разветвленные и т.д.) могут быть решены только с использованием численных методов.

Благодаря постоянно развивающимся компьютерным технологиям на сегодняшний день инженеры и учёные получили возможность анализа прочности, напряжённо-деформированного состояния конструкции с трещинами или без, не прибегая к созданию моделей, эквивалентных данным, а лишь работая в системах инженерного анализа (CAE-системы).

Метод, использующий математические модели вместо экспериментальных стендов, очень перспективен с точки зрения автоматизации и ускорения инженерных расчётов. Данный метод экономичен по материальным и трудовым затратам.

Классификация задач механики разрушения. Все задачи механики разрушения делятся на две части:

а) линейные задачи, когда находятся основные параметры механики разрушения для горизонтальных, либо вертикальных трещин (I тип деформации объекта);

б) нелинейные задачи (II, III типы деформации при растрескивании).

Для нелинейных задач также рассчитываются коэффициенты интенсивности

напряжений, J -интеграл и интенсивность освобождения энергии в вершине трещины.

Нелинейные задачи механики разрушения имеют дело с произвольно ориентированными, наклонными, разветвляющимися трещинами, сочетающими в себе сразу несколько типов деформации и, следовательно, для одной модели иногда невозможно аналитически вывести формулы для расчёта коэффициентов интенсивности, с помощью которых и определяется прочность и предел стойкости конструкции [1].

На сегодняшний день данные задачи решаются численными методами, в частности методом конечных элементов МКЭ. ПМК ANSYS позволяет реализовать расчёт модели с трещинами с помощью метода виртуального роста трещины, но только для двухмерных моделей. Также в данном пакете предусмотрены встроенные команды для нахождения коэффициентов интенсивности I, II, III родов. Однако применение данной команды имеет ограниченный круг действия.

При трёхмерном моделировании необходимо искусственно сдвигать узлы конечного элемента в вершине трещины. Следовательно, появляется необходимость в разработке метода автоматизированного процесса построения сетки конечных элементов в вершине трещины для трёхмерных объектов. Данный метод должен подходить для разбиения любой модели, имеющей произвольно ориентированную трещину, на конечные элементы, а затем для нахождения коэффициентов интенсивности.

Исследование пластины с краевой наклонной трещиной. Дана пластина, имеющая краевую наклонную трещину. Внешний вид данной пластины изображен на рис. 1. Исходные параметры следующие: $b = 5$ мм, $t = 1$ мм, $\alpha = 45^\circ$. На пластину действуют растягивающие силы, равные 1 МПа. Свойства материала заданы таким образом: модуль Юнга $2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона 0,3. Необходимо исследовать поведение трещин длиной $l = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5$ мм.

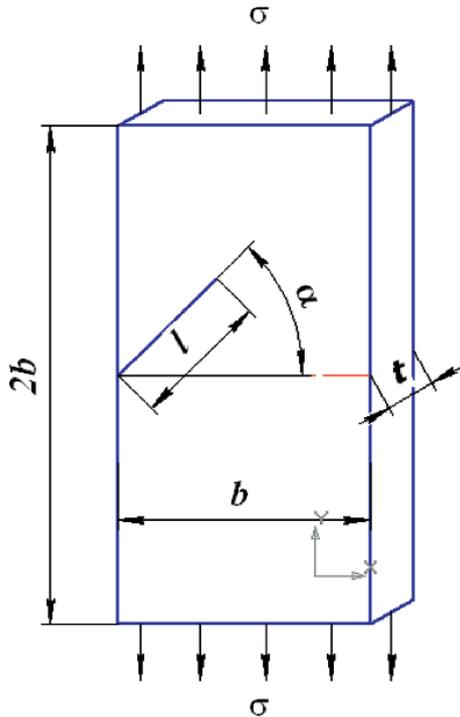


Рис. 1. Пластина с краевой наклонной трещиной[^]
 b – габаритные размеры пластины;
 s – векторы напряжений; α – угол наклона трещины; l – длина трещины;
 t – толщина пластины

Строится модель, разбивается на конечные элементы, прикладываются нагрузки, производится расчёт.

Нахождение J -интеграла и коэффициентов интенсивности. Следующим шагом считаем J -интеграл и коэффициенты интенсивности. Для нахождения J -интеграла используется представленная методика.

$$J = \int_r W dy - \int_r \left(t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) ds, \quad (1)$$

где r – произвольный путь вокруг вершины трещины; W – плотность энергии деформации; t_x – вектор силы сцепления вдоль оси x ; t_y – вектор силы сцепления вдоль оси;

$$t_x = \sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y;$$

$$t_y = \sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x,$$

где σ – компоненты напряжения; n – единичный внешний вектор, нормальный к пути; u – вектор перемещения; s – расстояние вдоль пути r .

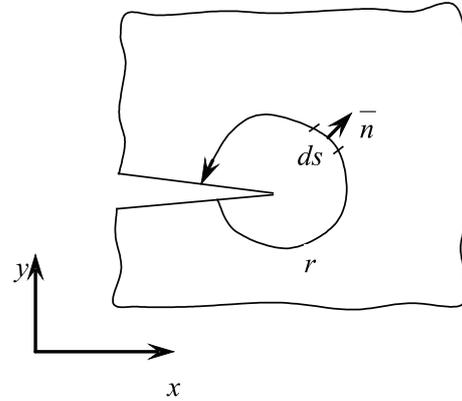


Рис. 2. Произвольный путь вокруг вершины трещины

Следует отметить, что в случае, представленном на рис. 2, трещина расположена в глобальной декартовой системе координат $хоу$, а ось x параллельна фронту трещины. Имея дело с нелинейной механикой разрушения, где трещина находится под каким-либо углом к оси x , формула (1) в ее первоначальном виде не подходит.

Искомый J -интеграл необходимо разложить на две составляющие: по оси x и оси y . К тому же вычисление J -интеграла осуществляется только тогда, когда фронт трещины параллелен оси $ох$. Необходимо ввести локальную декартовую систему координат $x_1o_1y_1$, которая удовлетворяет этому условию. В этой системе координат необходимо определить формулы для составляющих J -интеграла, а затем перейти в глобальную систему координат. Ниже следует вывод формул для J -интеграла, которые впоследствии запрограммированы в макрофайле.

Используя формулу (1), получим выражение для J_1 в случае произвольно ориентированной трещины.

$$J_1 = \int_r W dy_1 - \int_r \left(t_x \frac{\partial u_x}{\partial x_1} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial x_1} \right) ds = J_{w1} - J_{U1},$$

В результате ряда экспериментов были получены данные, которые представлены в таблице. Был рассмотрен данный пример с трещиной и приведены результаты нахождения коэффициентов интенсивности через J -интеграл путем программирования на ЭВМ БЭСМ-6 с использованием изопараметрических квадратичных элементов [2].

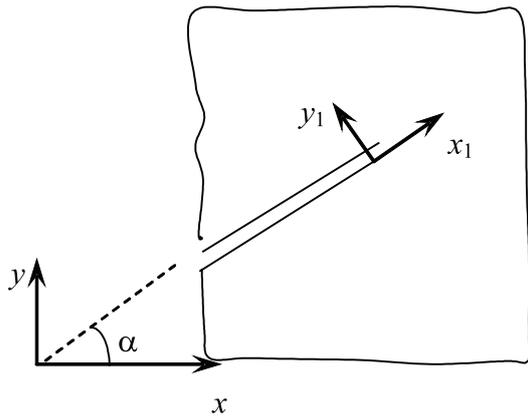


Рис. 3. Свободно ориентированная трещина с глобальной и локальной декартовыми системами координат

Коэффициенты интенсивности также были рассчитаны и О. Бови [3].

Для сравнения методов строятся зависимости коэффициентов интенсивности от длины трещины (рис. 4-5).

Метод расчета на прочность трехмерных объектов проектирования на основе метода конечных элементов применим к практическим задачам, например, в конструкциях, имеющих усталостные трещины. Метод достаточно простой. Его реализация в программно-методическом комплексе ANSYS позволяет без лишних затрат производить расчёты напряженно-деформированного состояния детали, выяснять долговечность и пределы прочности конструкции.

Результаты исследования пластины с наклонной краевой трещиной

l/B	Коэффициенты интенсивности по Никишкову		Экспериментальные данные из ПМК ANSYS	
	$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi l}}$	$\frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi l}}$	$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi l}}$	$\frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi l}}$
0,1	0,731	0,398	0,806	0,355
0,2	0,795	0,428	0,877	0,393
0,3	0,896	0,474	0,926	0,457
0,4	1,040	0,532	1,055	0,502
0,5	1,261	0,604	1,296	0,584
0,6	1,575	0,685	1,601	0,648
0,7	2,051	0,779	2,101	0,743

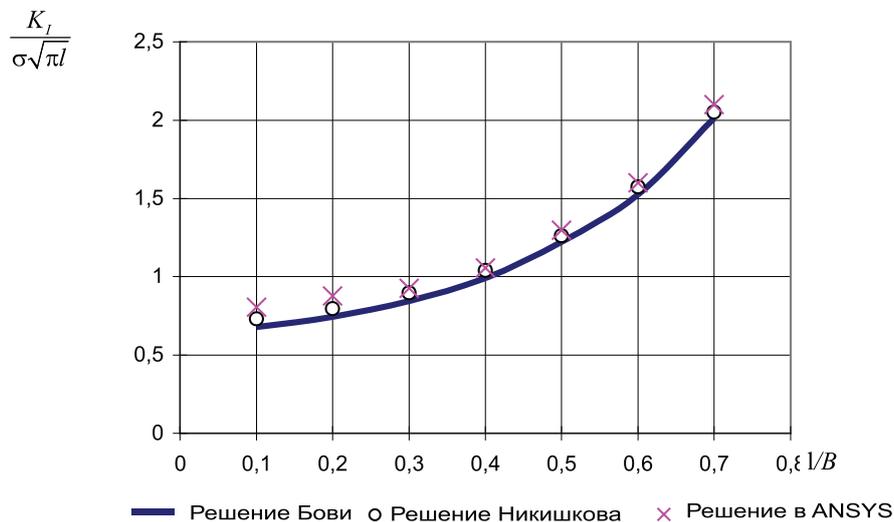


Рис. 4. Зависимость коэффициента интенсивности напряжения KI от длины трещины

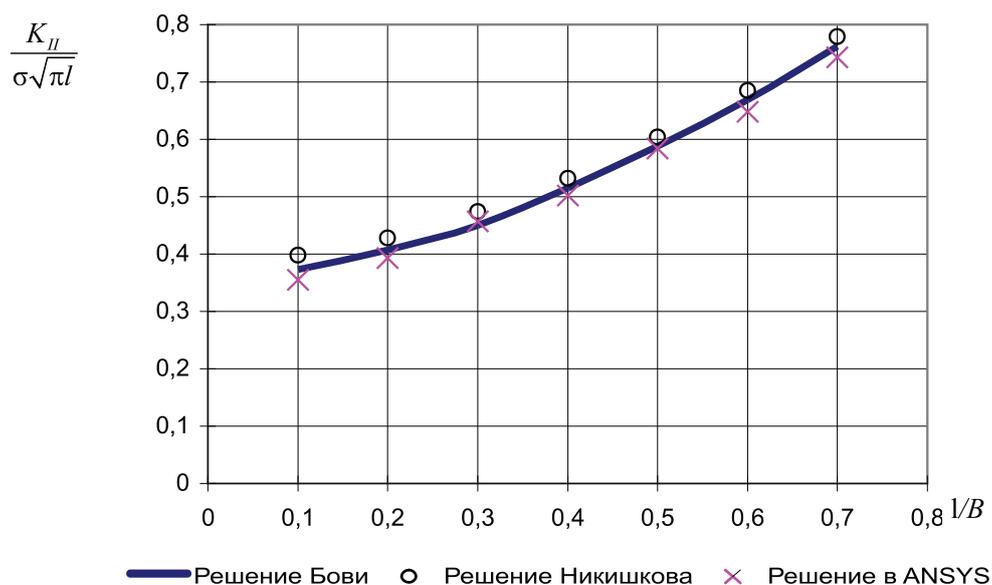


Рис. 5. Зависимость коэффициента интенсивности напряжения K_{II} от длины трещины

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сиратори М., Миёси Т., Мацусита Т. Вычислительная механика разрушения. – М.: Мир, 1986. – 336 с.
2. Никишков Г.П., Вайншток В.А. Метод виртуального роста трещины для определения коэффициентов

интенсивности K_I и K_{II} . Проблемы прочности. – М.: Мир, 1980. – 26-30 с.

3. Bowie O.L. Solution of plane crack problems by mapping technique In: Methods of analysis and solutions of crack problems. – Leyden, Noordhoff, 1973. – P. 1–55.