

*Физико-математические науки***СБОРЩИК МАГНИТНОЙ  
И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ****Бичурин М.И.<sup>1</sup>, Иванов Д.Н.<sup>1</sup>,  
Петров Р.В.<sup>1</sup>, Priya S.<sup>2</sup>**<sup>1</sup>*Новгородский государственный  
университет, Великий Новгород, Россия*<sup>2</sup>*Materials Science and Engineering,  
Virginia Tech, Blacksburg, USA*

В последнее время актуальны исследования в области возобновляемых источников энергии. Одним из таких направлений является создание источника энергии на основе композиционных материалов. Наиболее широкие исследования в данной области посвящены созданию устройств преобразования механической энергии на основе пьезоэлектрических материалов.

Нами рассмотрена возможность создания устройства преобразования механической и магнитной энергии на основе композиционного материала, состоящего из пьезоэлектрического слоя – керамика ЦТС-19 (40х6х0,5 мм) и магнитострикционного слоя – никель (40х6х0,3 мм). Устройство представляет собой тонкую пластинку из данного композита, жестко закрепленную с одной стороны. Применяемый способ закрепления образца в виде консоли, позволяет осуществлять преобразование энергии на резонансных частотах изгибных колебаний, которые, как известно, находятся в диапазоне от единиц до сотен герц. Использование в качестве консоли пьезоэлектрического и магнитострикционного материала, позволяет одновременно преобразовывать энергию внешних механических колебаний и переменного магнитного поля. Индуцируемое напряжение при этом складывается из двух составляющих:

– Пьезоэлектрический эффект: сбор энергии механических колебаний.

– Магнитоэлектрический эффект: сбор энергии магнитного поля.

Для получения внешнего переменного поля в экспериментальном стенде использовалась катушка Гельмгольца, подключенная к НЧ генератору. Механические колебания возбуждались за счет вращения электромотора, регулировка частоты колебаний происходила за счет изменения его напряжения питания.

По результатам измерений индуцированное напряжение составило порядка 0,4 В при преобразовании энергии одного из источников (механические колебания или переменное магнитное поле) при одновременном преобразовании энергии двух источников напряжение достигало 0,8 В. Измерение индуцированного напряжения происходило на частоте резонанса, которая составила 166 Гц. Мощность данного источника с нагрузкой в 300 КОм составила 1,48 мВт.

Полученные электрические характеристики, а также автономность работы данного источника позволяют сделать вывод, что при дальнейшей доработке и улучшении выходных характеристик, источник может быть использован для питания маломощных электрических устройств сбора/обработки информации, автономных систем датчиков и маломощных передатчиков.

**АСИМПТОТИЧЕСКИЙ  
ПОДХОД К ОСРЕДНЕНИЮ  
НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ  
КОССЕРА****Леонов А.В.***Механико-математический  
факультет МГУ им. М.В. Ломоносова*

Многочисленные исследования и эксперименты [2] подтверждают, что среда Коссера, описываемая несимметричной теорией упругости [1], предоставляет широкие возможности для достаточно точного и не чрезмерно усложненного моделирования пористых, волокнистых и клеточных материалов (например, костей). Среда Коссера характеризуется тем, что в дополнение к вектору перемещений для каждой частицы среды вводится еще один кинематический параметр – независимый вектор поворота. Такое предположение приводит к возникновению в среде моментных напряжений. Использование среды Коссера для моделирования пористых и зернистых материалов позволяет естественным образом описать разрушения в диагональных сечениях, дислокации и масштабные эффекты (образцы меньшего размера имеют большую жесткость, чем образцы большего размера из того же материала). Эти эффекты не проявляют

себя в классических «безмоментных» теориях. Чтобы учитывать при использовании классической теории упругости, например, масштабные эффекты, наблюдаемые в композитных материалах с металлической матрицей, пришлось бы задавать различные упругие модули для различных размеров образцов материала. Таким образом, несимметричная теория упругости для ряда перечисленных случаев имеет существенные преимущества и предпочтительна в использовании.

Основная сложность в применении несимметричной теории упругости заключается в трудностях, возникающих при определении упругих констант, связывающих напряжения и моментные напряжения с кинематическими параметрами для получения определяющих соотношений материалов. Описано и проведено небольшое число экспериментов [2], позволяющих идентифицировать шесть упругих констант среды Коссера лишь в самом простом изотропном случае за счет масштабного эффекта. Для таких экспериментов весьма сложно обеспечить достаточную точность измерений в силу того, что при уменьшении характерной длины образца существенно падает точность измерения градиентов деформаций. При этом экспериментально полученные упругие модули среды Коссера имеют ценность только, если позволяют предсказать напряжения и деформации для условий, отличных от тех, при которых проводился эксперимент, что не всегда имеет место. В связи с указанными ограничениями наиболее распространенным подходом к определению материальных констант для среды Коссера представляется их аналитическое или численное нахождение, исходя из известной структуры композитного материала и известных свойств компонентов, составляющих этот материал.

Методы представления неоднородной периодической среды в виде макроскопически однородной среды (в частности, среды Коссера) основаны на технике осреднения (гомогенизации). Исторически, самым ранним и естественным методом осреднения был метод прямого осреднения, разработанный в том числе Хашиным и Штрикманом, и заключающийся в нахождении средних напряжений и деформаций для представительного объема образца. Такой метод подходит для осреднения любой неоднородной среды, но требует проведения дополнительных экспериментов и не использует знание о микроструктуре компози-

та. Асимптотический метод осреднения, предложенный Бахваловым и Панасенко, и примененный для упругих композитов в работе [4], специально предназначен для осреднения композитных материалов с известной структурой. Метод заключается в асимптотическом разложении перемещений, напряжений и моментных напряжений по малому параметру, характеризующему размер ячейки периодичности композита. Преимущество этого метода, помимо строгости математической постановки, заключается и в возможности оценки погрешности аппроксимации. Существуют и более сложные методы осреднения, например метод интегральных преобразований Кунина, основанный на задании нелокальных интегральных определяющих соотношений. Подход Кунина позволяет уйти от определения напряжений и деформаций и осуществлять процедуру осреднения непосредственно для определяющих соотношений.

В настоящей работе проводится исследование и сравнение способов нахождения определяющих соотношений несимметричной теории упругости с использованием асимптотических методов [3] осреднения композитов с периодической структурой. Рассматривается композит с упругой матрицей и регулярными сферическими упругими включениями меньшей жесткости, для которого как аналитическими [4], так и численными [5] методами определяются материальные константы среды Коссера, и подтверждается существенность эффектов моментной упругости.

#### Список литературы

1. Nowacki W. Teoria niesymetrycznej sprężystości / W. Nowacki. – Warszawa: PWN, 1971. – 246 с.
2. Lakes R. Experimental method for study of Cosserat elastic solids and other generalized elastic continua. / Continuum Models for Materials with Micro-Structure, J. Wiley, New York, 1995. С. 1-22.
3. Forest S., Pradel F. and Sab K., Asymptotic Analysis of Heterogeneous Cosserat Media / International Journal of Solids and Structures, vol. 38, 2001, С. 4585-4608.
4. Bigoni D. and Drugan W.J. Analytical derivation of Cosserat moduli via homogenization of heterogeneous elastic materials. / J. Appl. Mech., 74, 2007. С. 741-753.
5. Победра Б.Е., Омаров С.Е. Статическая задача несимметричной теории упругости для изотропной среды / .Е. Победра, С.Е. Омаров // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, математика. Механика. – 2007. – № 3. – С. 56-58.