Технические науки

ПОТЕНЦИАЛЫ СКОРОСТЕЙ, ПОРОЖДАЕМЫЕ КРУГЛЫМИ ЦИЛИНДРОМ И ШАРОМ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

А.И. Снопов

Южный Федеральный университет
Ростов-на-Дону, Россия
asnop@math.sfedu.ru

Исследование взаимодействия круглых цилиндров и шаров с идеальной несжимаемой жидкостью является важной частью курсов лекций по гидродинамике, читаемых в вузах. Обычно излагаются простейшие случаи: неподвижное тело в потоке и прямолинейно движущееся тело в покоящейся жидкости [1, 2, 3, 4]. Однако отсутствие общности не только снижает качество образования, но и увеличивает время на изложение материала.

Ниже излагается обобщенное решение кинематических задач о круглых цилиндре и шаре, движущихся произвольным образом ($\vec{r}_A = \vec{r}_A(t)$, $\vec{\omega} = \vec{\omega}(t)$) в безграничном потоке идеальной несжимаемой жидкости, имеющем на бесконечности скорость $\vec{v}_\infty$.

Принимается, что поле скоростей безвихревое ($\vec{v} = \nabla\varphi$), потенциал скоростей φ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$ (Δ -оператор Лапласа) и для всех точек поверхностей тел S должно выполняться условие $\vec{v}\cdot\vec{n}\,|_S = \vec{u}\cdot\vec{n}\,|_S$, где $\vec{u} = \dot{\vec{r}}_A(t)$. (1)

Для цилиндра, совершающего плоское движение ортогонально своей оси, достаточно рассмотреть движение круглого его сечения радиуса a в его плоскости, принимаемой за плоскость xOy, использовать комплексную координату $Z = x + iy$ и комплексный потенциал скоростей $w(Z) = \varphi(x,y) + i\psi(x,y)$ являющийся аналитической функцией аргумента Z. Комплексно сопряженная скорость частицы жидкости определяется по формуле $\bar{v} = \dfrac{dw}{dZ}$.

Простейшие комплексные потенциалы:

$w = \bar{v}_\infty Z$ (поступательный поток), $w = \dfrac{q}{2\pi}\ln Z$ (точечный источник q>0 (сток q<0)), $w = \dfrac{\Gamma}{2\pi i}\ln Z$ (вихрь. $\Gamma -$ вещественное), $w = -\dfrac{M}{2\pi Z}, (M = |M|\,e^{i\alpha})$ (диполь). (2)

Вывод формулы для комплексного диполя

Поместим в начало координат сток, обильности q, а источник такой же обильности – в точку с координатой $b = \Delta l e^{i\alpha}$. Комплексный потенциал скоростей, порожденный этой гидродинамической системой в произвольной точке с комплексной координатой Z, равен

$$w^* = -\frac{q}{2\pi}\ln Z + \frac{q}{2\pi}\ln(Z-b)$$

Запишем эту формулу так

$$w^* = -\frac{q\Delta l e^{i\alpha}}{2\pi}\frac{(\ln Z - \ln(Z-\Delta l e^{i\alpha}))}{\Delta l e^{i\alpha}}$$

и перейдем в ней к пределу при условиях: $\Delta l \to 0, q\Delta l = |M| = const, \alpha = const$, $\lim w^* = w$. Так как $\lim\frac{(\ln Z - \ln(Z-\Delta l e^{i\alpha}))}{\Delta l e^{i\alpha}} = \frac{d}{dZ}\ln Z = \frac{1}{Z}$, то получаем $w = -\frac{|M|e^{i\alpha}}{2\pi Z}$, что подтверждает справедливость формулы (2).

Простейшие пространственные потенциалы ($\vec{r}$ - радиус-вектор точки):

$\varphi = \vec{v}_\infty \cdot \vec{r}$ (поступательный поток), $\varphi = -\frac{q}{4\pi r}$ (пространственный точечный источник, q>0 (сток, q<0)), $\varphi = -\frac{\vec{M}\cdot\vec{r}}{4\pi r^3}$ $(\vec{M} = M\vec{l}^{\,0}, \vec{r} = r\vec{r}^{\,0})$ (пространственный диполь) (3)

Вывод формулы для пространственного диполя

Размещаем в начале координат сток обильности q, а источник равной обильности - в точке $\vec{b} = \Delta l\vec{l}^{\,0}$. Потенциал скоростей, порожденный этой системой в точке с векторной координатой $\vec{r}$, равен

$$\varphi^* = \frac{q}{4\pi|\vec{r}|} - \frac{q}{4\pi r|\vec{r}-\vec{b}|}$$

Запишем эту формулу так:

$$\varphi^* = -\frac{q\Delta l}{4\pi}\frac{|\vec{r}| - |\vec{r}-\Delta l\vec{l}^{\,0}|}{\Delta l}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\Delta l\vec{l}^{\,0}||\vec{r}|}\right)$$

.

Потенциал пространственного диполя φ определяется как предел потенциала φ^* при условиях: $\Delta l \to 0$, $q\Delta l = M = const$, $\vec{l}^{\,0} = const$, $M\vec{l}^{\,0} = \vec{M}$. Учитываем, что $\lim\frac{|\vec{r}|-|\vec{r}-\Delta l\vec{l}^{\,0}|}{\Delta l} = \frac{\partial}{\partial l}(r) = \nabla(r)\cdot\vec{l}^{\,0} = \vec{r}^{\,0}\cdot\vec{l}^{\,0}$, ($\frac{\partial}{\partial l}$ - производная по направлению $\vec{l}^{\,0}$), $\lim\frac{1}{|\vec{r}-\Delta l\vec{l}^{\,0}||\vec{r}|} = \frac{1}{r^2}$ В результате получаем $\varphi = -\frac{M\vec{l}^{\,0}\cdot\vec{r}^{\,0}}{4\pi r^2}$, что полностью согласуется с формулой (3).

Потенциалы скоростей, порожденные движением цилиндра и шара в жидкости

Так как идеальная жидкость не имеет внутреннего трения, то вращения цилиндра вокруг своей оси и шара не оказывают никакого влияния на движение такой жидкости и на поле скоростей в ней. Поэтому при построении потенциала скоростей, порожденных движением этих тел, учитываем .только их поступательное движение со скоростью $\vec{u}$.

Для цилиндра искомый комплексный потенциал w представляем в таком виде

$$w = \bar{v}_\infty Z + \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln(Z - Z_A) - \frac{M}{2\pi(Z - Z_A)} \tag{4}$$

где A – центр сечения. Комплексно сопряженная скорость потока равна

$$\frac{dw}{dZ} = \bar{v}_\infty + \frac{\Gamma}{2\pi i(Z - Z_A)} + \frac{M}{2\pi(Z - Z_A)^2} \tag{5}$$

Условия на бесконечности удовлетворены. Распорядимся выбором величин Γ и M так, чтобы выполнялось условие (1), приводящее к равенству $\mathrm{Re}(\frac{dw}{dZ}e^{i\theta})_{\mathrm{L}} = \mathrm{Re}(u_A e^{-i\theta})_{\mathrm{L}}$, где $u_A = \dot{Z}_A(t)$. Так как на L $Z - Z_A = ae^{i\theta}$, то

$$\mathrm{Re}[(\bar{v}_\infty + \frac{\Gamma}{2\pi i a e^{i\theta}} + \frac{M}{2\pi a^2 e^{2i\theta}})\, e^{i\theta} - u_A e^{-i\theta}] = 0,$$

что приводит к равенству $\mathrm{Re}[(v_\infty + \frac{M}{2\pi a^2} - u_A)e^{-i\theta}] = 0$. из которого следует, что циркуляция Γ остается неопределенной, а момент диполя, входящего в формулы (4) и (5), равен

$$M = 2\pi a^2(u_A - v_\infty) \tag{6}$$

Для шара радиуса a с центром в точке A принимаем $\vec{R} = \bar{r} - \vec{r}_A$, $R = |\bar{r} - \vec{r}_A|$ и

$$\varphi = \vec{v}_\infty \cdot \vec{R} - \frac{\vec{M}\cdot\vec{R}}{4\pi R^3} \tag{7}$$

Так как $\vec{v} = \nabla\varphi$, то в потоке

$$\vec{v} = \vec{v}_\infty - \frac{\vec{M}}{4\pi R^3} + \frac{3\vec{M}\cdot\vec{R}}{4\pi R^4}\vec{R}^0 \tag{8}$$

Учитываем, что на поверхности шара $\vec{n} = \vec{R}^0$ и $R = a$ и выполняем условие (1). Получаем равенство

$$(\vec{v}_\infty - \frac{\vec{M}}{4\pi a^3} + \frac{3\vec{M}\cdot\vec{R}^0}{4\pi a^3}\vec{R}^0 - \vec{u}_A)\cdot\vec{R}^0 = 0, \text{ или } (\vec{v}_\infty - \frac{\vec{M}}{4\pi a^3} + \frac{3\vec{M}}{4\pi a^3} - \vec{\vec{u}}_A)\cdot\vec{R}^0 = 0,$$

Вектор $\vec{R}^0$ не постоянен, поэтому последнее равенство возможно лишь при

$$\vec{M} = 2\pi a^3(\vec{u} - \vec{v}_\infty)$$

При этом значении $\vec{M}$ и $\vec{R} = \bar{r} - \vec{r}_A$, $\vec{u} = \dot{\vec{r}}_A(t)$ для шара справедливы формулы (7) и (8).

Список литературы

1. Лойцянский Л.Г.Механика жидкости и газа. – М., 1973. 817 с.

2. Кочин Н.Е., Кибель И.Я., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М., 1963. Т. 1, 586 с.

3. Валландер С.В. Лекции по гидроаэромеханике. Л., Издательство ЛГУ, 1978, 286 с.

4. Batchelor G.K. An Introduction to Fluid Dinamics. Cambridge University. 2000. 631 pp.

Филологические науки

ЯЗЫК И КУЛЬТУРА. ОТ ОБЩЕГО К ЧАСТНОМУ. СОВРЕМЕННЫЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЙ ВЗГЛЯД

Э.А. Гашимов, А.Е. Куровская

СФ ГОУ ВПО МГПУ
Самара, Россия
elchin@edc.samara.ru

Je voudrais parvenir au coeur
Des choses, en toutes…
Во всем мне хочется дойти
До самой сути...
Б. Пастернак.

В работе «О природе и языке» Н. Хомский задался вопросами: Что такое знание языка, как оно приобретается, какова связь между языком и культурой? [4]. Именно эти вопросы выходят на первый план в изучении языка: насколько близко устройство языка приближается к оптимальной реализации условий, которым должна отвечать система, для того, чтобы быть хоть как-то пригодной к употреблению [4]? И какова связь языка и культуры? Не случайно этой области исследования посвящены многие труды как отечественных, так и зарубежных лингвистов. Интересны исследования в таких научных областях как этнолингвистика, этнопсихология, социолингвистика. Эти науки тесно связаны с уже набирающей силой лингвокультурологией, которая рассматривается как прикладной аспект в процессе преподавания языка [1]. Отечественные ученые рассматривают данную область науки как:

- комплексную область научного знания о взаимосвязи и взаимовлиянии языка и культуры (В.И. Карасик);

- область, призванную описывать наиболее общие закономерности взаимообусловленности, взаимодействия языковой и культурной практики человека и общества (Хроленко А.Т.);

- еще один аспект проблемы международного общения, который требует безотлагательного решения; имеется в виду проблема кросс-культурного взаимопонимания (В.А. Маслова) и т.д. Мы полагаем, что лингвокультурология – синтезирующая наука, использующая методы, операции, приложенные к анализу взаимосвязи языка и культуры.

В конце XX века сложились 4 научные школы в области лингвокультурологии:

1. Школа лингвокультурологии Ю.С. Степанова, занимающаяся описанием констант культуры в их диахроническом аспекте;