

## РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ИНВЕРСНЫХ ЗАДАЧ ДИСТАНЦИОННЫХ АТМОСФЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Х.Г. Асадов, Д.З. Алиев

*Институт Аэрокосмической Информатики  
Национального Аэрокосмического Агентства  
✉ [asadzade@rambler.ru](mailto:asadzade@rambler.ru)*

В статье предлагается метод регуляризованной инверсии для определенного узкого класса задач атмосферных измерений. Показан пример применения предложенного метода для определения компонентов многокомпонентного континуума в среднем ИК диапазоне.

**Ключевые слова:** регуляризация; дистанционное зондирование; инверсные задачи, атмосферные измерения.

## REGULARIZATION OF SOLUTION OF ONE CLASS OF REMOTE ATMOSPHERIC MEASUREMENTS' INVERSE TASKS

H.H. Asadov, D.Z. Aliyev

*Institute of Space Computer science of National Space Agency  
✉ [asadzade@rambler.ru](mailto:asadzade@rambler.ru)*

In the article the method of regularized inversion for specific low class of atmospheric measurements has been suggested. The example of using of suggested method for determining of components of multi-component continuum in middle IR spectral band is described.

**Key words:** regularization; remote sensing; inverse tasks; atmosphere measurements.

В дистанционном зондировании атмосферы широко используются различные алгоритмы инверсии, позволяющие вычислить входные воздействия различных атмосферных объектов при наличии некоторой информации об их выходной реакции.

Такие задачи в некоторых случаях математически выражаются с помощью интегрального уравнения Фредгольма первого порядка, который имеет вид

$$\int_a^b k(s,t)\varphi(t)dt = \psi(s) \quad (1)$$

где  $\varphi(t)$  — входное воздействие, подлежащее определению;  $\psi(S)$  — выходная реакция системы;  $k(S,t)$  — ядро преобразования.

Некорректность обратных задач типа (1) заключается в том, что если  $k(S,t)$  и  $\psi(S)$  — непрерывны по  $t$ , то решение (1), т.е.  $\varphi(t)$  может претерпеть значительные изменения при

сколь угодно малых изменениях  $\varphi(t)$ . Исходя от физической сути процесса, отображаемой уравнением (1), возможен случай возмущений не  $\varphi(t)$ , а ядра преобразований  $k(S,t)$ . При рассмотрении задач пассивного зондирования атмосферы характерен именно первый случай, так как у исследователя атмосферы всегда имеется более – менее точная информация о  $k(S,t)$ , - функции поглощения  $j$ -й компоненты оптической плотности атмосферы. При этом  $\varphi(t)$  отражает общее количество выбранной компоненты в атмосфере.

Некорректность задачи (1) с позиции исследователя атмосферы может быть интерпретировано следующим образом. Получив информацию о приращениях  $s \pm \Delta s$ , а также имея приблизительную информации о  $\varphi(t)$ , исследователь не сможет оценить возможности изменения  $k(S,t)$ , с той же степенью приближенности, если не принять специальных мер. При этом погрешность определения  $k(S,t)$  может быть намного выше, чем погрешность других исходных параметров. К таким специальным мерам следует отнести метод регуляризации А.Н. Тихонова, а также некоторые другие [1]. Следует отметить, что в настоящее время также известны нейросетевые способы решения данной задачи [2].

В настоящей статье рассматривается возможность использования нового метода регуляризации решения инверсных задач специфического класса, характеризующихся следующими свойствами:

1. Ядро интегрального преобразования (1) абсолютно невозмущаемо.
2. Входные воздействия изучаемого объекта имеют ограниченную возмущаемость,

т.е. они допускают применения к ним определенных ограничительных условий.

Предлагаемый метод предусматривает выполнение следующих шагов:

- 1) Дискретное представление S и t:

$$\{s\} = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_i, \dots, s_n\}$$

$$\{t\} = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_i, \dots, t_n\}$$

- 2) Запись уравнения Фредгольма в следующей дискретной форме:

$$\begin{pmatrix} \psi(s_1) \\ \dots \\ \psi(s_i) \\ \dots \\ \psi(s_n) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m k(s_1, t_j) \cdot \phi(t_j) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^m k(s_i, t_j) \cdot \phi(t_j) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^m k(s_n, t_j) \cdot \phi(t_j) \end{bmatrix} \quad (2)$$

- 3) Поочередное умножение каждой  $i$ -й строки в (2) на регулярировочный коэффициент  $d(S_i)$ , где  $i=1, n-1$ . При этом,  $i$ -я строка ( $i=1, n-1$ ) в (2) будет иметь вид:

$$\psi(s_i) \cdot d(s_i) = d(s_i) \cdot \left[ \sum_{j=1}^m k(s_i, t_j) \cdot \phi(t_j) \right] \quad (3)$$

Применительно к  $\varphi(t)$ ,  $j=1, m-1$  коэффициенты  $d(S_i)$  выберем такими, чтобы

$$Y_i = \sum_{i=1}^{n-1} d(s_i) \cdot k(s_i, t_j) \cdot \phi(t_j) = k(s_n, t_j) \cdot \phi(t_j) \quad (4)$$

Очевидно, что коэффициенты  $d(s_i)$ ,  $i=1, n-1$  могут быть вычислены путем решения системы уравнения (4) если  $n=m$ .

Если просуммировать выражение (3) по всем  $i=1, n-1$  то с учетом (4) получим

$$\phi(t_m) = \frac{\psi(s_n) + \sum_{i=1}^{n-1} \psi(s_i) \cdot d(s_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} d(s_i) \cdot k(s_i, t_m) + k(s_n, t_m)} \quad (5)$$

Таким образом, с учетом вышепринятых ограничений получена формула, позволяющая осуществить инверсию, т.е. по выходной реакции системы вычислять входное воздействие. При этом регуляризованность решения (5) очевидна, так как погрешность определения  $\phi(t_m)$  согласно формуле (5) не будет превосходить среднюю погрешность определения  $\psi(S_j)$ .

Рассмотрим вопрос о применении вышеизложенного метода к задаче исследования многокомпонентного континуума в абсорбционной спектроскопии.

Прежде всего, поясним введенный здесь термин «многокомпонентный континуум» применительно к инфракрасной области спектра. Как известно [3], атмосферное

континуальное поглощение, наблюдаемое в ИК спектральной области может быть разделено на газовый континуум и на континуум, вызванной жидкостными или твердыми микрочастицами. Физической причиной континуума  $N_2$  и  $O_2$  является абсорбция, вызванная столкновениями, однако континуальные линии поглощения  $H_2O$  и  $O_2$  появляются благодаря девиациям их линейных форм от обычно используемых форм линий из-за их расширения в результате столкновений. Стратосферный аэрозоль благодаря абсорбции и рассеянию может вызвать континуальный спектр радиации.

При этом рассеяние аэрозоля начинает вносить существенный вклад лишь при превышении радиуса аэрозольных частиц 1 мк.

Общий вид многокомпонентного континуума показан на рис. 1, где цифрами обозначены: 1- континуум  $O_2$ ; 2 – континуум  $N_2$ ; 3 – континуум  $H_2O$ ; 4 – континуум  $O_3$ ; 5 – континуум фоновых аэрозолей; 6 – континуум вулканического аэрозоля.

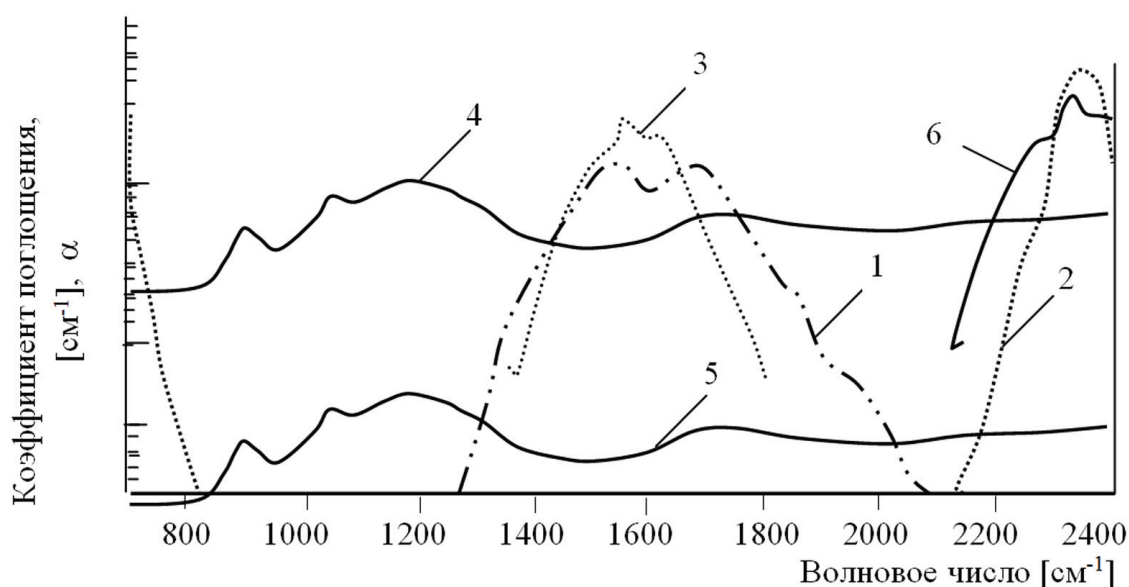


Рис. 1. Относительные значения коэффициентов поглощения для различных компонент в многокомпонентном континууме в среднем ИК диапазоне.

Покажем, что при предлагаемом методе регуляризованной инверсии задача разделения компонентов многокомпонентного континуума ИК диапазона может быть сведена к вышеуказанному решению задачи.

Закон Бугера – Бера для ближнего и среднего ИК-диапазона можно написать следующим образом:

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) e^{-\sum_{j=1}^d \tau_j \mu_j} \quad (6)$$

где  $I(\lambda)$  — величина измеренного сигнала на длине волны  $\lambda$ ;  $I_0(\lambda)$  — величина солнечной постоянной на длине волны  $\lambda$ ;  $\tau_j$  — оптическая плотность  $j$ -й компоненты;  $\mu_j$  — оптическая масса.

В предлагаемом методе регуляризованной инверсии предполагается осуществление параллельных измерений на длинах волн  $\lambda_i, i=1, n$ . Далее вводится безразмерная величина  $z_i$ , определяемая как

$$z_i = \frac{I_0(\lambda_i)}{I(\lambda_i)} = e^{-\sum_{j=1}^d \tau_j \mu_j} = e^{-\sum_{j=1}^d X_j \cdot [\alpha(\lambda_i)]_j \cdot \mu_j}$$

где  $X_j$  — общее содержание  $j$ -й компоненты многокомпонентного континуума;  $\alpha(\lambda_j)$  — коэффициент поглощения этой компоненты.

Логарифмируя (7) получаем

$$\ln z_i = \sum_{j=1}^d X_j [\alpha(\lambda_i)]_j \mu_j \quad (8)$$

Рассмотрим параметр

$$\beta = \sum_{i=1}^n (\ln z_i) \cdot k(\lambda_i) \quad (9)$$

где  $k(\lambda_j)$  — корректирующие коэффициенты.

С учетом (8) и (9) имеем:

$$\ln \beta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^d X_j \cdot \alpha(\lambda_i)_j \cdot \mu_j k(\lambda_i) \quad (10)$$

Примем условие  $d=n$ . Далее для упрощения записи принимаем, что  $\mu_j=1$ , при  $j=1, d$ .

С учетом (9), выражение (10) представим в матричном виде.

Приняв  $k(\lambda_n)=1$  для вычисления величин

(7)  $k(\lambda_i), i=1, n-1$  приравним суммы столбцов

$$\begin{bmatrix} k(\lambda_1) \ln z_1 \\ k(\lambda_2) \ln z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ k(\lambda_n) \ln z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \alpha(\lambda_1)_1 k(\lambda_1) & X_2 \alpha(\lambda_1)_2 k(\lambda_1) & \dots & X_d \alpha(\lambda_1)_d k(\lambda_1) \\ X_1 \alpha(\lambda_2)_1 k(\lambda_2) & X_2 \alpha(\lambda_2)_2 k(\lambda_2) & \dots & X_d \alpha(\lambda_2)_d k(\lambda_2) \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ X_1 \alpha(\lambda_n)_1 k(\lambda_n) & X_2 \alpha(\lambda_n)_2 k(\lambda_n) & \dots & X_d \alpha(\lambda_n)_d k(\lambda_n) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$j=1, d-1$  нулю. В результате получим систему линейных уравнений, решение которой дает искомые величины  $k(\lambda_i), i=1, n-1$ .

С учетом вышесказанного, из (11) имеем

$$\ln z_n + \sum_{i=1}^{n-1} k(\lambda_i) \cdot \ln z_i = \sum_{i=1}^{n-1} X_d \alpha(\lambda_i)_d k(\lambda_i) + X_d \cdot \alpha(\lambda_n) \quad (12)$$

Из (12) находим

$$X_d = \frac{\ln z_n + \sum_{i=1}^{n-1} k(\lambda_i) \cdot \ln z_i}{\sum_{i=1}^{n-1} \alpha(\lambda_i)_d k(\lambda_i) + a(\lambda_n)} \quad (13)$$

Как видно из (13) проведенная процедура инверсии дает регуляризованный результат, т.к. согласно (13) погрешность нахождения  $X_d$  не будет превышать среднюю погрешность определения  $z_i$ .

Таким образом, показано, что сужение рассматриваемого класса инверсных задач с учетом реальной специфики дистанционных атмосферных измерений позволяет осуществить регуляризованную инверсию, т.е. вычислить входные воздействия атмосферных объектов при нечетком задании их выходных реакций.

В заключение отметим, что предложенный метод регуляризации отличаясь своей

простотой, предполагает использования определенного банка данных о корректирующих коэффициентах, которые могут быть вычислены заранее для различных атмосферных условий.

#### Список литературы

1. <http://www.keldysh.ru/comma/html/inverse/regular.html>. Регуляризация
2. <http://jre.cplire.ru/jre/dec01/7/text.html>.  
А.В. Корженевский. Использование искусственных нейронных сетей для решения обратных задач электроимпедансной и магнитоиндукционной томографии // Журнал радиоэлектроники, 2001, № 12.
3. Study of the Retrieval of Atmospheric Trace Gas Profiles from infrared spectra, Executive Summary. ESA Contract 12055/96/NL/CN. [esamultimedia.esa.int/does/gsp/completed/comp\\_sc\\_96\\_E20.pdf](http://esamultimedia.esa.int/does/gsp/completed/comp_sc_96_E20.pdf).