

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ СМЕСИ ТЕРМОПЛАСТА И ВСПЕНИВАЮЩЕГО АГЕНТА В ОДНОШНЕКОВОМ ЭКСТРУДЕРЕ МНОГОАССОРТИМЕНТНОГО ПРОИЗВОДСТВА ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Полосин А.Н., Чистякова Т.Б.

ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)», Санкт-Петербург

Предложены математическая модель и методика аналитического расчета процесса охлаждения смеси расплавленного термопласта и пеноагента на стадии одношнековой экструзии производства теплоизоляционных пенопластов. Модель основывается на законах сохранения и реологии, настраивается на характеристики экструдера, типы термопласта и пеноагента и позволяет рассчитать профили температуры, давления и вязкости смеси по длине шнека, определяющие качество формованного пеноматериала.

Ключевые слова: математическая модель, одношнековая экструзия, охлаждение, термопласты, вспенивающие агенты.

Ужесточение требований к показателям теплопроводности ограждающих конструкций зданий и сооружений, вызванное необходимостью снижения энергетических потерь, привело к существенному росту спроса на газонаполненные материалы с замкнуто-ячеистой структурой (на основе полистирола, поливинилхлорида, полиэтилена), отличающиеся низкой теплопроводностью и высокой прочностью. Так, в 2009 г. потребление теплоизоляционных материалов в России (строительство, энергетика, нефтегазовый комплекс) составило около 40 млн. м³, а к 2015 г. по прогнозам экспертов объем потребления достигнет 65 млн. м³. Основной тенденцией развития производств теплоизоляционных материалов является расширение ассортимента и повышение качества продукции за счет применения высокотехнологичного оборудования и внедрения компьютерных систем обработки информации и управления качеством формируемых материалов на всех стадиях.

Одним из наиболее распространенных промышленных методов изготовления газонаполненных термопластичных материалов является одношнековая экструзия в двух последовательно соединенных аппаратах, что обусловлено низкими капиталовложениями и простотой организации

производства по сравнению с методом двухшнековой экструзии. В первом экструдере осуществляется нагрев, плавление термопласта и смешение под давлением расплава с жидким вспенивающим агентом (как правило, изопентаном или фреоном), который растворяется в расплаве, а во втором – охлаждение и продавливание смеси через головку соответствующей конфигурации (например, плоскощелевую при изготовлении пеноплит). При выходе смеси из головки вследствие снижения давления пеноагент закипает и вспенивает твердеющий пластично-вязкий материал изнутри, образуя ячейки [1]. При охлаждении смеси за счет теплоотдачи в охлаждаемый маслом корпус и шнек ее вязкость увеличивается, вследствие чего развивается давление. Поэтому температурный профиль во втором экструдере должен быть таким, чтобы давление было достаточным для сохранения пеноагента в жидком состоянии, потому что образование пузырей пара в канале шнека приводит к повышению плотности пеноматериала. Так как температура и вязкость на производстве не измеряются, актуальной является разработка физически обоснованной экономической модели для расчета этих показателей и поиска геометрических и режимных параметров второго экструдера,

обеспечивающих их требуемые значения при перенастройке на новый тип термопласта, пеноагента и (или) производительность.

При построении математической модели процесса охлаждения приняты следующие основные допущения, строго обоснованные в литературе по моделированию экструдеров [1, 3]:

- шнек неподвижен, а корпус вращается в обратном направлении, канал шнека разворачивается на плоскость;

- течение является установившимся во времени и по длине канала z , радиальный поток отсутствует, скорости циркуляционного v_x и поступательного v_z потоков не изменяются по ширине x , инерционные

и массовые силы малы по сравнению с силами трения;

- профиль температуры T развит по ширине, теплопроводность по длине мала по сравнению с теплопроводностью по глубине;

- на стенках канала выполняются условия прилипания смеси;

- плотность ρ , удельная теплоемкость c_P и теплопроводность λ смеси выражаются через соответствующие характеристики ее компонентов – расплава (индекс m) и пеноагента (индекс b), которые не зависят от давления P и температуры в экструдере:

$$\rho = \frac{\rho_m \cdot \rho_b}{\bar{x}_m \cdot \rho_b + \bar{x}_b \cdot \rho_m}, c_P = \bar{x}_m \cdot c_{Pb} + \bar{x}_b \cdot c_{Pm}, \lambda = \lambda_m^{\bar{x}_m} \cdot \lambda_b^{\bar{x}_b}, \quad (1)$$

где \bar{x}_m, \bar{x}_b – массовые доли компонентов, выражаемые их расходы

$$\bar{x}_m = G_m / (G_m + G_b), \bar{x}_b = G_b / (G_m + G_b); \quad (2)$$

смесь расплава термопласта и вспенивающего агента является неупругим псевдопластичным материалом, реологическое поведение которого описывается моделью Оствальда-де'Вилье:

$$\eta = \mu_0 \cdot \exp[-b \cdot (T + 273)] \cdot \dot{\gamma}^{n-1}, \dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dy}\right)^2}, \quad (3)$$

где η – эффективная вязкость, Па·с; μ_0, b, n – эмпирические коэффициенты, зависящие от состава смеси; $\dot{\gamma}$ – скорость деформации сдвига, 1/с; y – координата по глубине канала ($0 \leq y \leq H$), м.

Значения коэффициентов уравнения (3) для смесей полистирола и полиэтилена с галогеноалканами рассчитаны в работе [4] путем обработки экспериментальных

данных капиллярной вискозиметрии, полученных в [5], методом наименьших квадратов.

С учетом указанных допущений структура модели охлаждения, построенной на основе законов сохранения, имеет вид:

$$\rho \cdot c_P \cdot v_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left(\tau_{xy} \cdot \frac{dv_x}{dy} + \tau_{yz} \cdot \frac{dv_z}{dy} \right), \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \eta \cdot \frac{dv_x}{dy}, \tau_{yz} = \eta \cdot \frac{dv_z}{dy}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}, \quad (6)$$

$$\rho \cdot \int_0^H v_x dy = \dot{G}_\delta, \quad \rho \cdot W \cdot \int_0^H v_z dy = G_m + G_b - G_\delta, \quad (7)$$

$$T|_{z=0} = T_0, \quad P|_{z=0} = P_0, \quad (8)$$

$$v_x|_{y=0} = v_z|_{y=0} = 0, \quad v_x|_{y=H} = V_{bx}, \quad v_z|_{y=H} = V_{bz}, \quad (9)$$

$$\lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha_{scr} \cdot (T - T_{scr}), \quad \lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H} = \alpha_b \cdot (T_b - T), \quad (10)$$

где τ_{xy}, τ_{yz} – напряжения сдвига в потоках, Па; \dot{G}_δ – интенсивность потока утечки через зазор между корпусом и нарезкой шнека, кг/(м·с); W – ширина канала, м; G_δ – расход утечки, кг/с; T_0, P_0 – температура (°С) и давление (Па) смеси на входе во

второй экструдер; α_{scr}, α_b – коэффициенты теплоотдачи от смеси в шнек и корпус, Вт/(м²·°С); T_{scr}, T_b – температуры шнека и корпуса, °С.

Компоненты скорости корпуса рассчитываются по формулам:

$$V_{bx} = \pi \cdot (D + 2 \cdot \delta) \cdot N \cdot \sin \varphi, \quad V_{bz} = \pi \cdot (D + 2 \cdot \delta) \cdot N \cdot \cos \varphi, \quad (11)$$

где D – диаметр шнека, м; δ – радиальный зазор, м; N – частота вращения шнека, об/с; φ – угол наклона нарезки шнека, рад.

Вследствие существования циркуляционного потока разброс температуры

относительно среднего значения в каждом поперечном сечении канала мал, поэтому можно осреднить уравнение теплового баланса (4) по глубине канала:

$$\rho \cdot c_p \cdot \int_0^H v_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} dy = \lambda \cdot \int_0^H \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy + \int_0^H \tau_{xy} \cdot \frac{dv_x}{dy} dy + \int_0^H \tau_{yz} \cdot \frac{dv_z}{dy} dy. \quad (12)$$

Слагаемые уравнения (12) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \int_0^H v_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} dy &= \int_0^H \frac{\partial(v_z \cdot T)}{\partial z} dy \stackrel{\text{Правило Лейбница}}{=} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^H v_z \cdot T dy = \left(\int_0^H v_z dy \right) \cdot \frac{d\bar{T}}{dz} = \\ &= \left\{ \bar{T} = \int_0^H v_z \cdot T dy / \int_0^H v_z dy \right\} \stackrel{\text{Уравнение (7)}}{=} \frac{G_m + G_b - G_\delta}{\rho \cdot W} \cdot \frac{d\bar{T}}{dz}, \end{aligned} \quad (13)$$

где \bar{T} – средняя по глубине канала температура смеси, °С;

$$\lambda \cdot \int_0^H \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy = \lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H} - \lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \stackrel{\text{Граничные условия(10)}}{=} \alpha_b \cdot (T_b - \bar{T}) - \alpha_{scr} \cdot (\bar{T} - T_{scr}); \quad (14)$$

$$\int_0^H \tau_{xy} \cdot \frac{dv_x}{dy} dy + \int_0^H \tau_{yz} \cdot \frac{dv_z}{dy} dy = (v_x \cdot \tau_{xy}) \Big|_0^H - \int_0^H v_x \cdot \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy + (v_z \cdot \tau_{yz}) \Big|_0^H - \int_0^H v_z \cdot \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy = V_{bx} \cdot \tau_{bx} - \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \int_0^H v_x dy + V_{bz} \cdot \tau_{bz} - \frac{\partial P}{\partial z} \times \int_0^H v_z dy = V_{bx} \cdot \tau_{bx} - \frac{\dot{G}_\delta}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + V_{bz} \cdot \tau_{bz} - \frac{G_m + G_b - G_\delta}{\rho \cdot W} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (15)$$

где τ_{bx}, τ_{bz} – напряжения в смеси у поверхности корпуса, Па.

Подстановка выражений (13)–(15) в уравнение (12) позволяет получить уравнение притока тепла на участке канала длиной dz :

$$c_P \cdot (G_m + G_b - G_\delta) \cdot \frac{d\bar{T}}{dz} = W \cdot (V_{bx} \cdot \tau_{bx} + V_{bz} \cdot \tau_{bz}) - W \cdot \frac{\dot{G}_\delta}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \rho^{-1} \cdot (G_m + G_b - G_\delta) \cdot \partial P / \partial z - W \cdot [\alpha_b \cdot (\bar{T} - T_b) + \alpha_{scr} \cdot (\bar{T} - T_{scr})]. \quad (16)$$

Уравнение (16) определяет источники изменения энтальпии смеси на участке канала dz в единицу времени: приток тепла за счет диссипации механической энергии и стоки тепла за счет потока утечки, генерации давления и теплоотдачи в корпус и шнек.

Для расчета напряжений и градиентов давления используются формулы, полученные путем интегрирования уравнений (6) по координате y с учетом того, что в потоках вследствие изменения направления движения существуют сечения нулевых напряжений y_{0x} и y_{0z} , и перехода к безразмерным переменным [2, 3]:

$$\tau_{bx} = H \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot (1 - \xi_{0x}), \quad \tau_{bz} = H \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (1 - \xi_{0z}), \quad \xi_{0x} = \frac{y_{0x}}{H}, \quad \xi_{0z} = \frac{y_{0z}}{H}, \quad (17)$$

$$\partial P / \partial x = (\partial P / \partial z) \cdot v^{-1}, \quad \partial P / \partial z = (\partial P / \partial z)_N \cdot B_z, \quad (18)$$

где v – отношение градиентов давления в потоках; B_z – безразмерный градиент давления в поступательном потоке; $(\partial P / \partial z)_N$ – нормирующий градиент давления, при котором $y_{0z} = 0$:

$$(\partial P / \partial z)_N = H^{-(1+n)} \cdot V_{bz}^n \cdot (1 + 1/n)^n \cdot \mu_0 \cdot \exp[-b \cdot (\bar{T} + 273)]. \quad (19)$$

Кинематические характеристики ($\xi_{0x}, \xi_{0z}, v, B_z$) вычисляются путем решения системы нелинейных определяющих уравнений, построенной в работе [2] на базе теории плоских потоков.

Расчет утечки осуществляется по модели, построенной с учетом того, что в узком пространстве радиального зазора преобладает составляющая чисто сдвигового (вынужденного) потока в направлении окружной скорости шнека, а интенсивность утечки медленно изменяется в пределах полного витка нарезки шнека:

$$\dot{G}_\delta = 0,5 \cdot \rho \cdot \delta \cdot V_{bx}, \quad G_\delta = (\pi \cdot D / \cos \varphi) \cdot \dot{G}_\delta. \quad (20)$$

Подстановка выражений (17)–(20) в уравнение (16) позволяет получить окончательный вид уравнения теплового баланса:

$$c_P \cdot (G_m + G_b - G_\delta) \cdot \frac{d\bar{T}}{dz} = q_{\eta P} - W \cdot [\alpha_b \cdot (\bar{T} - T_b) + \alpha_{scr} \cdot (\bar{T} - T_{scr})], \quad (21)$$

где $q_{\eta P}$ – удельная мощность работы сил трения и давления, равная

$$q_{\eta P} = q_{\eta P}^0 \cdot \exp[-b \cdot (\bar{T} + 273)], \quad (22)$$

$$q_{\eta P}^0 = \left\{ H \cdot W \cdot [V_{bx} \cdot v^{-1} \cdot (1 - \xi_{0x}) + V_{bz} \cdot (1 - \xi_{0z})] - 0,5 \cdot \delta \cdot W \cdot V_{bx} \cdot v^{-1} - \right. \\ \left. - \rho^{-1} \cdot (G_m + G_b - G_\delta) \right\} \cdot H^{-(1+n)} \cdot V_{bz}^n \cdot (1 + 1/n)^n \cdot \mu_0 \cdot B_z. \quad (23)$$

Разделение переменных в уравнении (21) с учетом (22) и введение переменной $\chi = \exp[b \cdot (\bar{T} + 273)]$ приводит к уравнению:

$$\frac{d\chi}{b \cdot q_{\eta P}^0 + q_\alpha^1 \cdot \chi - q_\alpha^2 \cdot \chi \cdot \ln \chi} = \frac{dz}{c_P \cdot (G_m + G_b - G_\delta)}, \quad (24)$$

$$q_\alpha^1 = W \cdot b \cdot [\alpha_b \cdot (T_b + 273) + \alpha_{scr} \cdot (T_{scr} + 273)], \quad q_\alpha^2 = W \cdot (\alpha_b + \alpha_{scr}). \quad (25)$$

Интегрирование левой части уравнения (24) в пределах от χ_0 до χ , а правой части – от 0 до z с учетом формулы разложения

$$\ln \chi \approx 1 - \chi^{-1}, \quad (26)$$

справедливой, так как $\chi \gg 0,5$, потенцирование полученного выражения и подстановка результата в формулу для χ дают формулы для расчета распределения температуры смеси по длине канала:

$$\bar{T} = b^{-1} \cdot \ln \chi - 273, \quad (27)$$

$$\chi = \frac{1}{q_\alpha^1 - q_\alpha^2} \cdot \left\{ [(q_\alpha^1 - q_\alpha^2) \cdot \chi_0 + q_\alpha^2 + b \cdot q_{\eta P}^0] \cdot \exp \left[\frac{(q_\alpha^1 - q_\alpha^2) \cdot z}{c_P \cdot (G_m + G_b - G_\delta)} \right] - \right. \\ \left. - q_\alpha^2 - b \cdot q_{\eta P}^0 \right\}, \quad \chi_0 = \exp[b \cdot (T_0 + 273)]. \quad (28)$$

Из формул (18) и (19) с учетом начального условия (8) следует формула для расчета распределения давления по длине канала:

$$P = P_0 + H^{-(1+n)} \cdot V_{bz}^n \cdot (1 + 1/n)^n \cdot \mu_0 \cdot \exp[-b \cdot (\bar{T} + 273)] \cdot B_z \cdot z. \quad (29)$$

Аналитическая модель охлаждения смеси расплава термопласта и пеноагента в экструдере представляет собой совокупность формул (1), (2), (11), (20), (23), (25),

(27)–(29), позволяющих рассчитать профили температуры и давления по длине канала шнека в зависимости от характеристик экструдера, термопласта и пеноагента.

та. Расчет вязкости осуществляется по формулам (3) с использованием осредненной по глубине канала скорости сдвига. Модель настраивается на переменную глубину канала, поскольку часто шнек состоит из секции с увеличивающейся глубиной, за которой следует короткая суживающая секция, необходимая для предотвращения образования паровых пузырей. В этом случае кинематические характеристики вычисляются на каждом шаге по

длине. Модель позволяет учесть профиль температуры корпуса $T_b = f(z)$.

Рассчитанные профили температуры смеси расплава полиэтилена низкой плотности ($\bar{x}_m = 0,9$) и дихлордифторметана ($\bar{x}_b = 0,1$) в экструдере диаметром 0,15 м и глубиной канала 0,016 м при температурах корпуса и шнека, равных 110 °С, приведены на рис. 1.

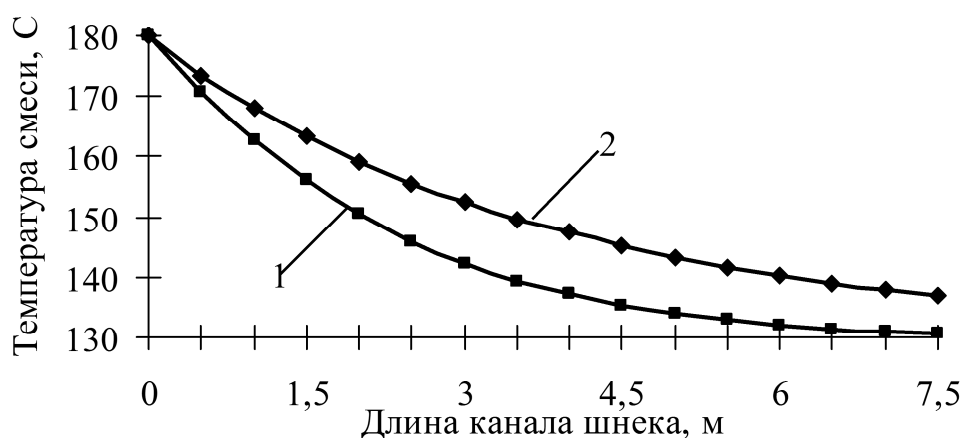


Рис. 1. Профили температуры при $N = 0,3$ об/с (1) и $N = 0,5$ об/с (2)

С ростом частоты вращения шнека температура смеси увеличивается вследствие уменьшения времени пребывания в экструдере (времени охлаждения) и повышения интенсивности диссипативных тепловыделений, обусловленных работой сил трения.

Таким образом, разработана аналитическая модель процесса охлаждения при экструзии смесей расплавов термопластов и пеноагентов, настраиваемая на состав смеси, учитывающая аномалию вязкости, тепло, выделяющееся в результате внутреннего трения, и позволяющая решить задачи исследования и выбора конструктивно-технологических характеристик од-

ношниковых экструдеров многоассортиментных производств пеноматериалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берлин А.А., Шутов Ф.А. Химия и технология газонаполненных высокополимеров. - М.: Наука, 1980. - 504 с.
2. Полосин А.Н. // Информационные технологии моделирования и управления. - 2007. - № 3. - С. 376.
3. Горнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров (механика процессов). - М.: Химия, 1977. - 464 с.
4. Han C.D. // Polym. Eng. Sci. - 1988. - Vol. 28, № 19. - P. 1227.
5. Han C.D., Ma C.Y. // J. Appl. Polym. Sci. - 1983. - Vol. 28. - P. 831.

ANALYTICAL MODEL FOR COOLING PROCESS OF THERMOPLASTIC AND BLOWING AGENT MIXTURE IN SINGLE-SCREW EXTRUDER FOR MULTI-ASSORTMENT PRODUCTION OF HEAT-INSULATING MATERIALS

Polosin A.N., Chistyakova T.B.

Saint-Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Saint-Petersburg

Mathematical model and methods of analytical calculation for cooling process of melted thermoplastic and blowing agent mixture at stage of single-screw extrusion in production of heat-insulating foam plastics have been developed. The model is based on conservation and rheology laws. It is adapted on extruder characteristics, types of thermoplastic and blowing agent and allows to calculate profiles of temperature, pressure and viscosity of the mixture along screw axis. The profiles influence on quality of formed foams.

Keywords: mathematical model, single-screw extrusion, cooling, thermoplastics, blowing agents