Вывод:

1. Результаты моделирования подтверждают правильность расчетных формул дисперсии первой производной асимптотически нестационарных сигналов типа переходный режим.

Список литературы

1. Мадыев А.П., Ширапов Д.Ш. Определение дисперсии первой производной асимптотически нестационарных сигналов типа переходный режим и анализ ее общих свойств // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. ИрГУПС. — 2008. — №1 — С. 106-109.

К ВОПРОСУ О МИНИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ЛИНЕЙНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Свирский М.С., Свирская Л.М.

ГОУ ВПО Челябинский государственный педагогический университет
Челябинск, Россия svirskayalm@mail.ru

Как известно, основным волновым уравнением нерелятивистской квантовой механики является уравнение Шредингера, которое в одномерном случае имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+U\psi=E\psi \ . \qquad (1)$$

В случае ЛГО с потенциальной энергией

$$U=\frac{1}{2}m\omega^2x^2 \qquad (2)$$

решение уравнения (1) приводит к правилу квантования энергии стационарных состояний

$$E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega \ , \qquad (3)$$

где n=0,1,2,3,...

Согласно (3) при n=0 в основном состоянии ЛГО имеется отличная от нуля конечная энергия

$$E_0=\frac{\hbar\omega}{2} \ . \qquad (4)$$

Известно также, что результат (4) согласуется с соотношением неопределённостей Гейзенберга (см., напр., [1, с. 96; 2, с. 111]). В этом можно убедиться следующим образом. Согласно (1) и (2) в основном состоянии ЛГО с волновой функцией Ψ_0 и энергией E_0 выполняется уравнение

$$\frac{1}{2m}P_x^2\psi_0+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi_0=E_0\psi_0 \ . \qquad (5)$$

Решением этого уравнения является

$$\psi_0=A\exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right), \qquad (6)$$

где A — постоянный нормирующий коэффициент. В состоянии (6)

$$\bar{x}=0,\quad \left\langle x^2\right\rangle=\frac{\hbar}{2m\omega}\ , \qquad (7)$$

$$\bar{P}_x=0,\quad \left\langle P_x^2\right\rangle=\frac{m\hbar\omega}{2}\ . \qquad (8)$$

Согласно (7) и (8) выполняется соотношение неопределённостей

$$\left\langle(\Delta x)^2\right\rangle\left\langle(\Delta P_x)^2\right\rangle=\frac{\hbar^2}{4}\ . \qquad (9)$$

При этом согласно (5)

$$\frac{\left\langle P_x^2\right\rangle}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\left\langle x^2\right\rangle=E_0\ . \qquad (10)$$

С учётом (7) и (8) из (10) следует

$$E_0=\frac{\hbar\omega}{4}+\frac{\hbar\omega}{4}=\frac{\hbar\omega}{2}\ , \qquad (11)$$

что совпадает с (4). Из изложенного видно, что непосредственным следствием равенств (7) и (8) является только соотношение неопределённостей (9). Что касается результата (11), то он получен путём применения равенств (7) и (8) к конкретному уравнению Шрёдингера (1). Поэтому не исключено, что применение (7) и (8) к другому волновому уравнению, отличному от (1), при том же соотношении (9) приведёт к другому результату для минимальной энергии ЛГО, отличному от (4).

Необходимо отметить, что уравнение Шрёдингера не имеет строгого вывода. «Оно не выводится, но устанавливается, и правильность его подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов» [3, с. 490]. Однако не всегда уравнение Шрёдингера согласуется с опытными данными. В частности, при учёте энергии нулевых колебаний спектральная плотность равновесного излучения определяется выражением

$$\rho_\nu=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}+\frac{4\pi h\nu^3}{c^3}\ , \qquad (12)$$

отличающимся от формулы Планка вторым слагаемым. При этом полная плотность энергии равновесного излучения в основном состоянии

$$\rho_0=\int_0^\infty \rho_\nu\big|_{T=0}\,d\nu=\int_0^\infty\frac{4\pi h\nu^3}{c^3}d\nu=\infty\ , \qquad (13)$$

что противоречит закону Стефана-Больцмана, согласно которому

$$\rho_0 = \rho\big|_{T=0} = 0\,. \qquad (14)$$

Как отметил Бриллюэн [4, с. 89], «этот результат неприемлем».

В [5] нами установлено уравнение, представляющее обобщение уравнения Шрёдингера на случай, когда импульс зависит от координаты (напр,. в случае ЛГО $P\chi = im\omega x$)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{i\hbar}{2m}\psi\frac{\partial p_x}{\partial x} + U\psi = E\psi\,, \qquad (15)$$

которое, в отличие от обычного уравнения Шрёдингера, не постулируется, а имеет строгий вывод. Как показано нами в [6], обобщённое уравнение Шрёдингера приводит к теоретическому обоснованию постулата Планка

$$E_n = n\hbar\omega, \quad n = 0,1,2,... \qquad (16)$$

Как видно из (16), минимальная энергия ЛГО согласно уравнению (15) равна нулю. Однако решение обобщённого уравнения (15) приводит в основном состоянии к тем же волновым свойствам (6), что и обычное уравнение Шрёдингера, и согласуется с соотношением неопределённостей.

В качестве экспериментального доказательства существования энергии нулевых колебаний обычно принимаются опыты по рассеянию рентгеновских лучей в кристаллах при низких температурах. При этом стремление к некоторому конечному пределу эффективного сечения рассеяния рассматривается как подтверждение правильности выводов волновой теории Шрёдингера [1, с. 112] Однако, те же неопределённости координаты и импульса, которые имеются согласно обычному уравнению Шрёдингера (1) и могут привести к рассеянию рентгеновских лучей в кристаллах, имеются также в основном состоянии ЛГО согласно уравнению (15). Поэтому нельзя рассматривать рассеяние рентгеновских лучей в кристаллах при низких температурах как однозначное экспериментальное подтверждение вывода, вытекающего из уравнения Шрёдингера (1) о наличии у ЛГО отличной от нуля минимальной энергии, равной $\frac{1}{2}\hbar\omega$.

Данная работа является продолжением серии работ, выполненных совместно с доктором физико-математических наук, профессором Моисеем Соломоновичем Свирским (1923-2010), который на протяжении 15 лет являлся членом Российской Академии Естествознания.

Список литературы:

1. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. Квантовая механика. — М.: Наука, 1973.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. — М.: Наука, 1989
3. Шпольский Э.В. Атомная физика, т. 1. — М: Наука, 1974.
4. Бриллюэн Л. Квантовая статистика. — Харьков — Киев: ГНТИУ, 1934.
5. Свирский М.С., Свирская Л.М. Материалы VIII международной научно-практической конференции «Вузовское преподавание: проблемы и перспективы». Челябинск, 2007, с. 141.
6. Свирская Л.М., Свирский М.С. О возможности теоретического обоснования постулата Планка на основе обобщённого уравнения Шрёдингера / Успехи современного естествознания, 2010, №9, с. 228-230.

ЧИСЛО НУЛЬ И ЕГО ТРАКТОВКА: ПОЛЕМИКА И СУЩНОСТЬ

Шихалиев Х.Ш.

Дагестанский государственный педагогический университет, г. Махачкала, Россия

В школах РФ действуют учебники по математике (5 кл.), где число нуль не считается натуральным числом, а последствия такого утверждения устраняются дополнительными пояснениями: *при отсутствии какого-нибудь разряда в записи многозначного числа пишется число нуль*. Или же в литературе для старших классов говорится: *ряд натуральных чисел расширяется присоединением к нему числа нуль*. В дальнейшем число нуль считается целым, рациональным, действительным, комплексным числом.

Другими словами, возникает вопрос: почему число нуль, относясь к целым числам, не является натуральным. По какой причине? Почему число 1 натуральное, а число 0 не натуральное?

Вникнем в сущность понятия «**натуральное число**». Число 1 свидетельствует о наличии одного элемента в множестве независимо от его реального содержания (человек, птица, яблоко и т.д.). Число 0 свидетельствует об отсутствии какого-нибудь элемента в том или ином множестве. И число 1, и число 0 характеризуют то, что имеется 1 элемент или же отсутствует такой элемент в рассматриваемом множестве. В этом