

8. Месяцеслов на 1848 год. – Б. м.: Б. и., [1848]. – 260 с.

9. Франк М. Клиническая энциклопедия, содержащая описание всех внутренних болезней

в алфавитном порядке, с изложением их признаков, распознавания и лечения, с прибавлением краткой рецептуры и фармакологии. – М.: В университетской типографии, 1857. – 746 с.

**«Математическое моделирование
социально-экономических процессов»,
ОАЭ (Дубай), 15-22 октября 2010 г.**

Физико-математические науки

**ИЕРАРХИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ:
РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СТРАТАМИ
И ФАКТОРИЗАЦИЯ СИСТЕМ**

Клейменов В.Ф., Суровцева Н.Н.

*Иркутский государственный университет,
Иркутский государственный технический
университет, Иркутск
surovceva-nn@sobes.admirk.ru*

Данная статья является продолжением работы [1], в частности здесь даны доказательства утверждений, анонсированных в указанной работе, которые описывают модель категории пожилых людей в виде иерархической системы.

Современные сдвиги в демографической структуре побудили мировое сообщество сформировать особую систему взглядов на старение населения. Она базируется на универсальных гуманитарных нормах и служит основанием для соответствующих мер в поддержку пожилых людей на международном и национальном уровнях. В современной России происходят демографические процессы во многом характерные для всех стран мира. Однако очень сложное, критическое состояние экономики и катастрофическое положение огромной части населения, создало такую ситуацию, когда социальное обеспечение пожилых людей осуществляется на уровне прожиточного минимума и ниже его. Специфика ситуации показывает, что за годы рыночных реформ проводимых в России, рыночная экономика сама по себе не породила механизмы социальной защиты населения, так как они требуют значительных материальных затрат. Основанием для такого вывода может служить неуклонный разрыв между доходами пенсионеров, как наиболее бедной части населения и доходами обеспеченной части.

Старшее поколение в России является значительным ресурсом экономического развития страны, в первую очередь, как представители наемного труда. Многие из них имеют высокий уровень образования и квалификации, большой опыт руководящей работы. Использование потенциала пожилых людей может составить определенную базу для дальнейшего развития общества, поскольку в экономике в результате появятся дополнительные ресурсы, а у пожилых людей – возможность самореализации.

Демографическое постарение общества будет продолжаться в обозримом будущем, что предъявляет серьезные требования к системам пенсионного обеспечения и социального обслуживания, всего жизнеустройства социума, который все больше будет состоять из стареющих людей.

Категория пожилых людей обладает большим количеством различных групп (страт), каждая из которых несет в себе определенные функции, свойства, которые со временем могут меняться. Поэтому моделью для этой категории имеет смысл выбрать иерархическую систему, являющуюся подмножеством некоторой бесконечной решетки.

Напомним некоторые определения из работы [1] (эти определения можно найти также и в монографии [2]): элемент a упорядоченного множества L называется точной верхней (нижней) гранью элементов x и y этого множества, если $x \leq a$, $y \leq a$ ($a \leq x$, $a \leq y$) и для любого b , такого, что $x \leq b$, $y \leq b$ ($b \leq x$, $b \leq y$) имеет место, $a \leq b$ ($b \leq a$). Точная верхняя грань элементов x , y обозначается $x \vee y$, а точная нижняя $x \wedge y$. Упорядоченное множество L , в котором для любых элементов этого множества определена точная верхняя и точная нижняя грань называется решеткой.

Определение 1. Подмножество I решетки L называется иерархией, если для любых двух элементов множества I определена их точная верхняя грань.

Определение 2. Решетка модулярна, когда выполняется условие: если $x \leq z$, то $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge z$.

Свойство модулярности решеток в иерархии страт и примеры иерархий с немодуляр-

ными подрешетками были рассмотрены в работе [1].

Часто является необходимым оценить, насколько две страты близки друг к другу. Для этого введем понятие расстояния между стратами. Дадим два следующих эквивалентных определения.

Определение 3. Расстоянием $d_1(A, B)$ между стратами называется число

$$d_1 = \frac{|A \cup B| - \max(|A|, |B|)}{\min(|A|, |B|)}, \quad (1)$$

где $|A|$, $|B|$ – мощность страт A и B , $\min(a, b)$ – минимальное из чисел a, b , а $\max(a, b)$ – максимальное из чисел a, b .

Расстоянием $d_2(A, B)$ между стратами называется число

$$d_2 = \frac{\min(|A|, |B|) - |A \cap B|}{\min(|A|, |B|)}. \quad (2)$$

Утверждение 1. Расстояния между стратами обладают следующими свойствами:

1. $d_1(A, B) = d_2(A, B) = d$
2. $d(A, B) = 1 \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$
3. $d(A, B) = 0 \Leftrightarrow AB$ или BA
4. $0 \leq d(A, B) \leq 1$

Доказательство.

1. Действительно, пусть $|A| = m$, $|B| = n$, $|A \cap B| = r$ и для определенности $m \leq n$. Тогда $|AB| = m + n - r$. Вычислим расстояние d_1 , получим $d_1 = \frac{m + n - r - n}{m} = \frac{m - r}{m}$, но по определению $d_2 = \frac{m - r}{m}$. То есть $d_1 = d_2$ и можно обозначить это число через d .

2. Если $A \cap B = \emptyset$, то $r = 0$ и $d = \frac{m - r}{m} = \frac{m}{m} = 1$.

Если $d = \frac{m - r}{m} = 1$, то $r = 0$ и $A \cap B = \emptyset$.

3. Пусть $m \leq n$, тогда, так как $d = \frac{m - r}{m} = 0$, то $m = r$ и $(A \cap B)A$. Отсюда $A \cap B = A$ и AB . Обратное, если AB , то $A \cap B = A$, $m = r$, $m - r = 0$ и $d = 0$.

4. Из формулы и неравенства $r \geq 0$ следует неравенство $0 \leq d \leq 1$. Утверждение доказано.

Из формул (1) и (2) следует, что чем меньше расстояние $d(A, B)$, тем страты A и B меньше отличаются друг от друга. В разных ситуациях бывает удобнее пользоваться либо формулой (1) либо формулой (2).

В доказательстве следующего критерия немодулярности иерархии также используется понятие расстояния между стратами.

Утверждение 2. В иерархии I тогда и только тогда существует немодулярная подрешетка, когда в ней найдутся такие страты A, B, C , которые удовлетворяют следующим условиям:

1. $d(A, C) = 0$, $A \neq C$.
2. $d(A, B) > 0$.

3. $B \cap C = A \cap B$ (при этом если $|B| < |A|$ это условие эквивалентно равенству $d(A, B) = d(B, C)$).

Доказательство. Из условия 1 следует, что AC , а из условия 2 что не выполняются следующие включения: ни AB , ни BA . Докажем теперь замечания из условия 3. Пусть $d(A, B) = d(B, C)$ и $|B| < |A|$. Так как AC , то $A \cap B \leq C \cap B$. Допустим, что $A \cap B \neq C \cap B$. Тогда $|A \cap B| < |C \cap B|$, но отсюда $\min(|A|, |B|) = \min(|B|, |C|) = |B| = m_1$, то

$$d(A, B) = \frac{m_1 - |A \cap B|}{m_1} > \frac{m_1 - |B \cap C|}{m_1} = d(B, C), \text{ что}$$

противоречит замечанию из условия 3. Итак, $B \cap C = A \cap B \neq A$.

Рассмотрим теперь подрешетку BC, C, B, A , причем $A \cap B \neq A$ по условию 2.

Тогда элементы этой подрешетки удовлетворяют условиям $C \geq A$, $B \wedge C = A \wedge C$ и $A \vee (B \wedge C) = A$ с другой стороны $(A \vee B) = (C \vee B)$ и $(A \vee B) \wedge C = (C \vee B) \wedge C = C$, но так как $A \neq C$, то $A \vee (B \wedge C) \neq (A \vee B) \wedge C$ и построенная подрешетка немодулярна.

Пусть теперь, обратно, в иерархии I существует немодулярная подрешетка. Тогда, по теореме 12 из главы 1 монографии [2], в I существует подрешетка N_5 , элементы которой удовлетворяют условиям 1, 2, 3.

Рассмотрим теперь понятие факторизации иерархий. Пусть существует отображение f иерархии I в некоторое упорядоченное множество T , которое может быть числовым (выплаты, численность страты), векторным (набор льгот и т.д.). Тогда определим отношение ρ на $I \times I$ следующим образом: пара страт $\langle A, B \rangle$ лежит в ρ тогда и только тогда, когда $f(A) = f(B)$.

Утверждение 3. Отношение ρ является отношением эквивалентности.

Доказательство. Докажем, что отношение ρ – рефлексивно, симметрично и транзитивно.

1. Так как $f(A) = f(A)$, то пара $\langle A, A \rangle$ лежит в ρ и отношения ρ – рефлексивно.

2. Если пара $\langle A, B \rangle$ лежит в ρ , то $f(A) = f(B)$, тогда $f(B) = f(A)$ и пара $\langle B, A \rangle$ лежит в ρ , значит отношение ρ – симметрично.

3. Пусть пары $\langle A, B \rangle$ и $\langle B, C \rangle$ принадлежат ρ . Тогда $f(A) = f(B)$ и $f(B) = f(C)$, значит $f(A) = f(C)$, пара $\langle A, C \rangle$ лежит в ρ и отношение ρ – транзитивно. Утверждение доказано.

Отношение эквивалентности ρ определяет на иерархии I разбиение на классы эквивалентности, которые образуют фактор – множество I_1 . Факторизация иерархий существенно упрощает исследование категорий различных групп населения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Суровцева Н.Н., Клейменов В.Ф. О модулярных решетках в иерархии страт // Успехи современного естествознания. 2010. – № 9. – С. 204–205.
2. Биркгоф Г. Теория решеток. – М.: Наука, 1984. – 568 с.

«Проблемы передачи и обработки информации»

ОАЭ (Дубай), 15-22 октября 2010 г.

Технические науки

МНОГОАТРИБУТИВНЫЙ ВЫБОР СОСТАВА ВЫСОКОНАДЕЖНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ¹

Ковалев Д.И.

Сибирский федеральный университет,

Красноярск

kovalev.fsu@mail.ru

На современном этапе, когда программное обеспечение (ПО) применяется во множестве областей науки и производства, к качеству используемого ПО предъявляются высокие требования. Однако существуют отрасли, где недостаточная надежность ПО может привести к критическим ситуациям, ценой которых будут значительные экономические потери или даже жизни людей. Это относится и к телекоммуникационным системам реального времени (ТСРВ). В связи с этим, возникает потребность в таких алгоритмах программирования или методах разработки, которые бы обеспечивали достаточно высокий уровень надежности ПО данных систем [1].

В настоящее время используются различные подходы к разработке высоконадежного программного обеспечения. Однако результаты исследований показали, что наиболее устойчивым к аппаратным и программным ошибкам является мультиверсионное проектирование [2]. Оно состоит в том, что в систему включаются несколько компонент ПО, дублирующих друг друга по своему целевому назначению. При этом каждый модуль отличается уникальным составом, набором версий. Простое копирование версий одного модуля является неэффективным ввиду того, что копируются и скрытые ошибки. Поэтому версии разрабатываются независимо друг от друга. Так как при таком подходе значительно увеличивается набор компонентов, т. е. самих модулей и составляющих их мультиверсий, то усложняется и выбор оптимального состава ПО ТСРВ.

Использование модульного принципа на этапе технического проектирования связано с процессом оптимизации состава и взаимосвязей отдельных модулей программного обеспечения, имеющего оптимальные характеристики, связанные с разработкой, отладкой и эксплуатацией ПО ТСРВ.

Ввиду того, что при создании программных средств приходится учитывать ряд параметров или атрибутов ПО, таких как стоимость, ограниченность вычислительных ресурсов и пр., перед проектировщиком встает проблема выбора состава программного обеспечения, которая, как правило, оказывается многоатрибутив-

¹ Работа выполнена по гранту Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (Конкурс МК-2010, № МК-341.2010.9).