УДК 62-83: 621.313.333.072

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЯ НА ВХОДЕ МНОГОФАЗНОГО АВТОНОМНОГО ИНВЕРТОРА НАПРЯЖЕНИЯ

Бражников А.В.[*], Бабин В.А.[**], Гилёв А.В.[*], Белозеров И.Р.[*]
[*]*Сибирский федеральный университет, Красноярск*
[**]*Компания «Комбарко», Москва*

Получено соотношение между величинами входного и выходного напряжений многофазного автономного инвертора напряжения (АИН), которое может быть использовано при любом алгоритме управления вентильными элементами АИН.

Ключевые слова: многофазный автономный инвертор напряжения, входное напряжение

На начальном этапе проектирования целого ряда многофазных электромеханических систем (ЭМС) переменного тока (таких, как частотно-регулируемые электроприводы переменного тока, многофазные магнитогидродинамические системы, предназначенные для одновременного нагрева и перемешивания электромагнитным способом металлических расплавов или каких-либо других токопроводящих веществ и т.д.) перед разработчиком в качестве одного из первоочередных встает вопрос о расчете величины напряжения во входной цепи многофазного преобразователя частоты со звеном постоянного тока, являющегося, как правило, одним из основных элементов данных ЭМС и построенного на базе автономного инвертора напряжения.

Несмотря на то, что решение вопроса о методике расчета величины этого напряжения представляется вполне очевидным, некоторое время назад в ходе обсуждения общей методики проектирования многофазных ЭМС переменного тока вокруг названного вопроса возникла дискуссия.

В связи с этим авторы данной работы сочли необходимым изложить ниже самым подробным образом ход своих рассуждений по рассматриваемому вопросу (даже рискуя местами повторить общеизвестные истины и привести излишне подробные математические выкладки).

Подойдем к рассмотрению затронутой темы последовательно. Начнем с того, как определяется действующее значение переменного напряжения, имеющего синусоидальную форму. Общеизвестно (см., например, [1]), что действующее значение U_∂ переменного напряжения u любой формы вычисляется в соответствии со следующей формулой (в случае постоянного напряжения действующее значение этого напряжения равно его величине):

$$U_\partial = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt}, \qquad (1)$$

где (в случае переменного напряжения, имеющего синусоидальную форму)

$$u = U_m \cos(\omega t - \varphi); \qquad (2)$$

U_m, ω, φ – соответственно амплитуда, угловая частота и начальная фаза переменного (синусоидального) напряжения u;

$$\omega = 2\pi / T; \tag{3}$$

T – период; t – время.

В дальнейшем (чтобы максимально упростить изложение вопроса) будем рассматривать случай, когда $\varphi = 0$.

На основании (2) определим для этого случая величину u^2:

$$u^2 = U_m^2 \cos^2(\frac{2\pi}{T} t). \tag{4}$$

Поскольку $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}[1 + \cos(2\alpha)]$ (где в рассматриваемом случае $\alpha = \frac{2\pi}{T} t$), то выражение (4) преобразуется к виду

$$u^2 = \frac{U_m^2}{2}[1 + \cos(\frac{4\pi}{T} t)]. \tag{5}$$

Теперь определим значение интеграла $\int\limits_0^T u^2 dt$ с учетом (5):

$$\int\limits_0^T u^2 dt = U_m^2 \int\limits_0^T \cos^2 \alpha dt = \frac{U_m^2}{2} \int\limits_0^T [1 + \cos(\frac{4\pi}{T} t)] dt =$$
$$= \frac{U_m^2}{2} \int\limits_0^T dt + \frac{U_m^2}{2} \int\limits_0^T \cos(\frac{4\pi}{T} t) dt =$$
$$= \frac{U_m^2}{2} t \Bigg|_0^T + \frac{U_m^2 T}{8\pi} \sin(\frac{4\pi}{T} t) \Bigg|_0^T = \frac{U_m^2 T}{2} + 0 = \frac{U_m^2 T}{2}. \tag{6}$$

После подстановки (6) в (1) получаем:

$$U_\partial = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{U_m^2 T}{2}} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \tag{7}$$

Очевидно, что равенство (7) справедливо и при $\varphi \neq 0$.

На следующем этапе определим действующее значение периодического несинусоидального напряжения, выражение для которого можно представить в виде следующего гармонического ряда (т.е. ряда Фурье):

$$u = \sum_{c=0}^{\infty} U_m(c) \cos[c\omega t - \varphi(c)], \tag{8}$$

где ω определяется по формуле (3); c – номер (порядок) гармоники напряжения u; $U_m(c)$, $\varphi(c)$ – соответственно амплитуда и фаза c-ой гармоники напряжения u.

Из выражения (1) следует, что квадрат действующего значения такого напряжения может быть определен по следующей формуле:

$$U_\partial^2 = \sum_{c=0}^{\infty} U_\partial^2(c), \tag{9}$$

где U_∂ – действующее значение напряжения u; $U_\partial(c)$ – действующее значение c-ой гармоники напряжения u;

$$U_\partial(c) = \frac{U_m(c)}{\sqrt{2}}. \tag{10}$$

С учетом (9) и (10) выражение для величины U_∂ принимает вид

$$U_\partial = \sqrt{\sum_{c=0}^{\infty} U_\partial^2(c)} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{c=0}^{\infty} U_m^2(c)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sum_{c=0}^{\infty} U_m^2(c)}. \tag{11}$$

Для проверки справедливости выражения (11) рассмотрим случай, когда $u = u(t)$ представляет собой меандр (рис. 1), т.е. когда

$$u = \begin{cases} E \quad \text{при} \quad 0 \le t < \dfrac{T}{2}; \\ -E \quad \text{при} \quad \dfrac{T}{2} \le t < T, \end{cases} \tag{12}$$

где $E = \text{const}$ при $t = \text{var}$.

Подставив (12) в (1), получаем следующее:

$$U_\partial = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^t u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T E^2 dt} = \sqrt{\frac{E^2}{T}\int_0^T dt} =$$

$$= E\sqrt{\frac{1}{T}t\Big|_0^T} = E\sqrt{\frac{1}{T}(T-0)} = E. \tag{13}$$

С другой стороны, функция (12) может быть представлена в виде гармонического ряда (8), в котором $c = 2k-1$ (где $k = 1, 2, 3, \ldots$) и

$$U_m = \frac{4E}{\pi c}(-1)^{(k-1)}. \tag{14}$$

После подстановки (14) в (11) получаем:

$$U_{\partial} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sum_{c=1}^{\infty}[\frac{4E}{\pi c}(-1)^{(k-1)}]^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{16E^2}{\pi^2}\cdot\frac{1}{(2k-1)^2}} =$$

$$= \frac{4E}{\pi\sqrt{2}}\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}}. \qquad (15)$$

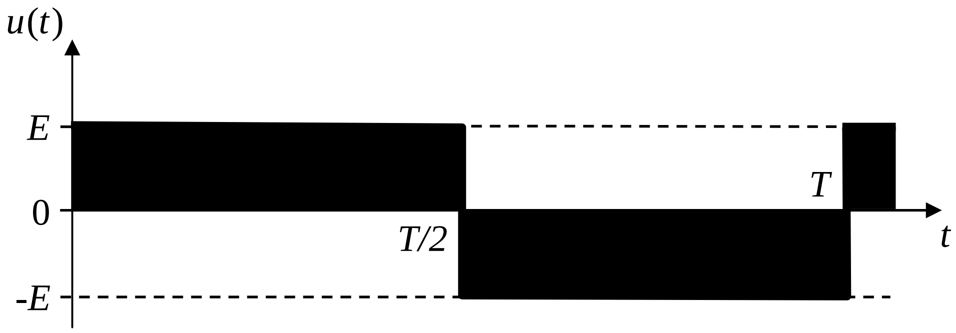

Рис. 1. Форма напряжения $u(t)$

Известно (см., например, [4]), что сумма сходящегося ряда $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}$ равна следующему:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}. \qquad (16)$$

После подстановки (16) в (15) окончательно получаем:

$$U_{\partial} = \frac{4E}{\pi\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\pi^2}{8}} = \frac{4E}{\pi\sqrt{2}}\cdot\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = E. \qquad (17)$$

Выражения (17) и (13) адекватны. Отсюда можно сделать вывод о том, что выражение (11) справедливо.

После того, как на соответствующем этапе проектирования соответствующей электромеханической системы (например, инверторного электропривода переменного тока – как синхронного, так и асинхронного) было определено действующее значение выходного фазного напряжения преобразователя частоты (оно же – фазное напряжение статора электродвигателя, в случае проектирования электропривода), можем перейти к определению величины напряжения на входе автономного инвертора напряжения (АИН), входящего в состав преобразователя частоты со звеном постоянного тока и являющегося одним из основных элементов системы привода.

Известно (см., например, [2, 3, 5]), что фазное напряжение i-ой фазы m_s-фазного АИН (где $i = \overline{1; m_s}$) связано с величиной U_u входного напряжения АИН следующим образом:

$$u_i = \frac{1}{2} U_u f_i, \tag{18}$$

где u_i – фазное напряжение i-ой фазы АИН; f_i – коммутационная функция i-ой фазы АИН (иначе говоря, – коммутационная функция i-ой точки подключения нагрузки к АИН).

Напряжение u_i может быть представлено в виде гармонического ряда, аналогичного ряду (8):

$$u_i = \sum_{c=0}^{\infty} U_{ф.m}(c) \cos[c\omega_0 t - \varphi_0(c)], \tag{19}$$

где ω_0 – угловая частота основной гармоники выходного (фазного) напряжения АИН; $U_{ф.m}(c)$ – амплитуда c-ой гармоники напряжения u_i, φ_0 – фаза (иначе говоря, – начальная фаза) c-ой гармоники напряжения u_i.

Коммутационная функция f_i также может быть представлена в виде соответствующего ряда Фурье:

$$f_i = \sum_{c=0}^{\infty} F_m(c) \cos[c\omega_0 t - \varphi_0(c)], \tag{20}$$

где $F_m(c)$ – амплитуда c-ой гармоники коммутационной функции f_i.

При этом величины $U_{ф.m}(c)$ и $F_m(c)$ связаны между собой следующим образом:

$$U_{ф.m}(c) = \frac{1}{2} U_u F_m(c). \tag{21}$$

С учетом этих обозначений действующее значение выходного (фазного) напряжения АИН на основании (10) и (11) может быть выражено следующим образом:

$$U_{ф.д} = \sqrt{\sum_{c=1}^{\infty} U_{ф.д}^2(c)} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{c=1}^{\infty} U_{ф.m}^2(c)} =$$

$$= \frac{U_u}{2\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{c=1}^{\infty} F_m^2(c)} = \frac{U_u}{2} F_д, \tag{22}$$

где $F_д$ – «действующее» (если использовать терминологию, аналогичную той, что применяется для фазного напряжения) значение коммутационной функции f_i;

$$F_д = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{c=1}^{\infty} F_m^2(c)}. \tag{23}$$

Из (22) следует, что действующее значение выходного (фазного) напряжения АИН и величина напряжения на входе (т.е. во входной цепи) АИН связаны следующим соотношением:

$$U_и = 2\frac{U_{ф.д}}{F_д}. \tag{24}$$

Одним из наиболее широко распространенных и наиболее просто реализуемых алгоритмов управления вентильными элементами АИН является так называемое 180-градусное управление. При алгоритме управления ключами АИН каждая фазная обмотка статора электродвигателя первую половину периода выходного напряжения инвертора подключена к положительному «полюсу» звена постоянного тока, расположенного на входе АИН, а вторую половину названного периода она подключена к отрицательному «полюсу» этого звена. При этом f_i описывается выражением, аналогичным выражению (12),

$$f_i = \begin{cases} 1 \quad \text{при} \quad 0 \le t < \dfrac{T}{2}; \\ -1 \quad \text{при} \quad \dfrac{T}{2} \le t < T, \end{cases} \tag{25}$$

а график функции $f_i = f_i(t)$ имеет вид меандра, аналогичного тому, что показан на рис 1 (см. рис. 2), а $F_д = 1$. Следовательно, при 180-градусном управлении вентилями АИН имеет место соотношение:

$$U_и = 2U_{ф.д}. \tag{26}$$

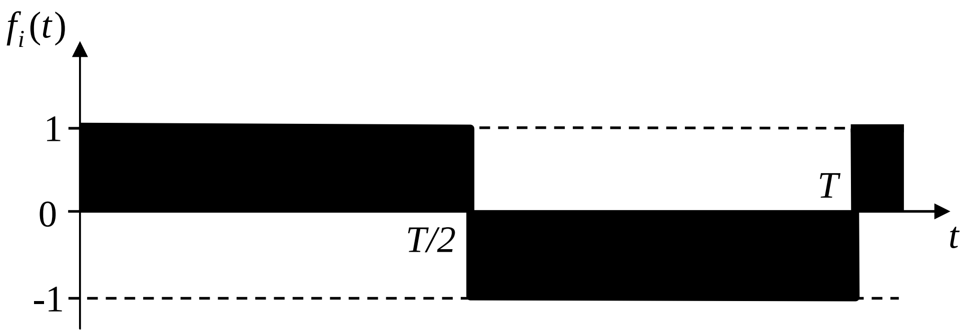

Рис. 2. График коммутационной функции $f_i(t)$ при 180-градусном управлении вентильными элементами АИН

Отсюда, в частности следует, что если $U_{ф.д} = 220\ В$, то при 180-градусном управлении вентильными элементами АИН $U_и = 440\ В$.

Таким образом, в ходе выполнения данной работы была получена формула (24), описывающая соотношение между действующим значением выходного (фазного) напряжения АИН и напряжением на входе этого инвертора. Эта формула, в частности, может быть использована для определения напряжения, которое должно быть обеспечено во входной цепи АИН, при любом алгоритме управления вентильными элементами инвертора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1967. – 776 с.

2. Бражников А.В. Многофазный инверторный электропривод с различным исполнением ротора асинхронного двигателя // Диссертация канд. техн. наук, защищена 26.06.1985 г., № ГР 01830052658. – Красноярск, 1985. – 210 с.

3. Бражников А.В. и др. Модель обобщенного электромеханического преобразователя энергии // Сборник научных трудов Всероссийской научной конференции «Молодежь и наука – третье тысячелетие». – Красноярск: Издательство КРО НС «Интеграция», 2007. – С. 405-414.

4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 832 с.

5. Кочетков В.П., Бражников А.В., Дубровский И.Л. Теория электропривода. – Красноярск: Издательство КрПИ, 1991. – 140 с.

CALCULATION OF VOLTAGE VOLUME IN INPUT CIRCUIT OF MULTIPHASE DC-AC INVERTER

Brazhnikov A.V.[*], Babin V.A.[**], Gilyov A.V.[*], Belozyorov I.R.[*]
[*]*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*
[**]*Combarco Corporation, Moscow, Russia*

The relationship between input and output voltages of multiphase DC-AC inverter is obtained in the paper. This relationship may be used for any of inverter rectifying elements control algorithms.

Keywords: multiphase DC-AC inverter, input voltage