

УДК 621.391.84

ЯВЛЕНИЕ И МЕТОД КОМПЕНСАЦИОННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Бражников А.В., Гилев А.В., Белозеров И.Р., Хомич Л.В.
Сибирский федеральный университет, Красноярск

Приведено описание явления и метода компенсационной фильтрации полигармонических компонент периодических сигналов.

Ключевые слова: компенсационная фильтрация, явление, метод

При решении ряда технических задач появляется необходимость разделения исходного периодического сигнала на две компоненты, ортогональные по отношению друг к другу в смысле спектрального состава, т.е. когда гармонические составляющие исходного сигнала, входящие в спектр одной его компоненты, отсутствуют в спектре другой. Подобные ситуации возникают, в частности, при создании систем передачи информации, устройств и систем безразборной технической диагностики зубчатых передач [2, 9, 12], гидроакустических систем и др.

Выделение названных выше компонент исходного периодического сигнала на базе существующих методов связано с предварительным переходом из временной области в спектральную и осуществляется в два этапа:

– выделение (точнее – отфильтровывание) из исходного сигнала гармонических составляющих с заданными частотами;

– синтез искомым компонент исходного сигнала на основе гармонических составляющих, выделенных на первом этапе обработки.

Вследствие этого для осуществления названного выше процесса в настоящее время требуются существенные затраты времени на фильтрацию отдельных гармоник и синтез искомым компонент сигнала, а также в ряде случаев – значительные затраты аппаратных средств, что является серьезным препятствием при создании устройств и систем оперативного анализа сигналов, обладающих достаточно высокой надежностью и быстродействием.

Для устранения этого препятствия необходима разработка методов, с исполь-

зованием которых стало бы возможным выделение из периодического сигнала нужных компонент без перехода из временной области на спектральный уровень. Техническая реализация названных методов должна сопровождаться меньшими затратами аппаратуры и времени, необходимых для осуществления процесса фильтрации, чем при использовании существующих методов и технических средств аналогичного назначения.

В качестве одного из решений сформулированной задачи предлагается метод, названный авторами этой работы "методом компенсационной фильтрации полигармонических компонент периодических сигналов (МКФ)" [2, 3, 5]. МКФ был разработан авторами данной статьи в результате анализа электромагнитных процессов, происходящих в многофазных системах «автономный инвертор (АИ) – электродвигатель переменного тока (ЭД)», а именно – явления компенсационной фильтрации, возникающего на различных этапах преобразования электромагнитной энергии в названных электромеханических системах. Более подробно это явление рассмотрено ниже.

Базовым элементом МКФ является фильтрующий алгоритм ΦA_m по параметру m , где m – некоторое заданное натуральное число; $m > 1$. В соответствии с этим алгоритмом из исходного периодического сигнала $f(t)$ выделяется компонента $\gamma(t)$, представляющая собой при разложении в ряд Фурье совокупность всех гармонических составляющих $f(t)$ с угловыми частотами, удовлетворяющими равенству

$$\omega(c_\gamma) = c_\gamma \omega, \quad (1)$$

где ω – угловая частота основной гармоники исходного сигнала; c_γ – порядок гармоники компоненты $\gamma(t)$;

$$c_\gamma = km \pm n; \quad (2)$$

$k = 0, 1, 2, 3, \dots$; $n \in [n_0, n_m]$; n_0, n_m – некоторые заданные числа; t – время.

Величина n_0 может принимать значения $0, 1, 2, 3, \dots, n_m$, а n_m – $0, 1, 2, 3, \dots, n_{\text{гр}}$, где

$$n_{\text{гр}} = \begin{cases} (m/2) - 1 & \text{при } m = 2\xi + 1; \\ m/2 & \text{при } m = 2\xi; \\ \xi = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Реализация ΦA_m заключается в последовательном выполнении следующих процедур. Исходный сигнал $f(t)$ на интервале времени $[t_0; (t_0 + T)]$ разделяется на m участков $u_i(t)$, каждый длительностью $\tau = T/m$ (рис. 1,а), где T – период $f(t)$; i – номер участка сигнала $f(t)$; t_0 – момент начала обработки исходного сигнала. На интервале времени $[t_0; t_0 + T]$ величина i принимает значения от 1 до m (т.е. $i = \overline{1; m}$). Для получения математической модели процесса фильтрации по фильтрующему алгоритму ΦA_m , которая будет приведена ниже, целесообразно использовать систему нумерации участков сигнала $f(t)$, охватывающую два периода $f(t)$ и показанную на рис. 1,б.

На этом рисунке период сигнала $f(t)$, используемый для выделения компоненты $\gamma(t)$, отмечен штриховкой. При такой системе нумерации на интервале времени $[t_0; t_0 + T]$ величина i прини-

мает значения от $(1 - m)$ до m , т.е. $i = \overline{(1 - m); m}$. В этом случае вследствие периодичности $f(t)$ выполняется равенство $u_e(t) = u_j(t)$, где $e = j - m$.

Для выделения компоненты $\gamma(t)$ сигнала $f(t)$ необходимо и достаточно обработать $f(t)$ на интервале времени, длительность которого равна периоду исходного сигнала, т.е. сигнала $f(t)$. При этом формирование $\gamma(t)$ осуществляется отдельно на каждом из m интервалов времени $\theta \equiv [t_0 + (p - 1)\tau; t_0 + p\tau]$ длительностью τ , где $p = \overline{1; m}$. Причем на интервале θ_p образуется p -й участок $\gamma_p(t)$ составляющей $\gamma(t)$, а совокупность $\gamma_p(t)$ на интервале времени $[t_0; t_0 + T]$ представляет собой искомого компоненту $\gamma(t)$ сигнала $f(t)$, то есть

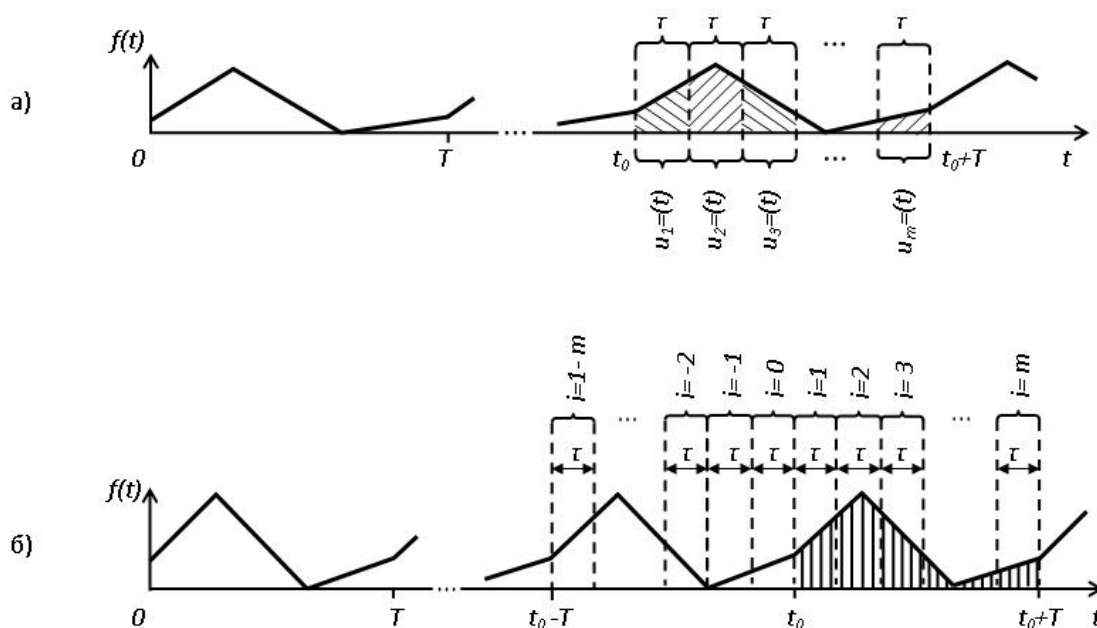


Рис. 1. Выделение участков исходного сигнала и система их нумерации: а – выделение участков исходного сигнала; б – система нумерации участков исходного сигнала

$$\gamma(t) = \sum_{p=1}^m \gamma_p(t). \quad (3)$$

Каждый участок $\gamma_p(t)$ формируется путем сложения $u_i(t)$, предварительно умноженных на соответствующие масштабные коэффициенты:

$$\gamma_p(t) = \sum_{j=1}^m S_j(n, m) \cdot u_v(t), \quad (4)$$

где

$$v = p - j + 1; \quad (5)$$

$$S_j(n, m) = \frac{A_0}{m} + \frac{2}{m} \sum_{n=n_0}^{n_m} A_n \cos[2\pi n(j-1)/m]. \quad (6)$$

Коэффициенты A_0 и A_n (при всех $n \in [n_0; n_m]$) могут принимать значения либо 0, либо 1, которые выбираются исходя из требований, предъявляемых к спектральному составу компоненты $\gamma(t)$. Методика выбора значений этих коэффициентов будет приведена ниже.

Все гармонические составляющие исходного сигнала $f(t)$, порядки которых не удовлетворяют равенству (2), взаимно уничтожаются в результате выполнения операции сложения, представленной в (4). Наличие такого эффекта побудило авторов этой работы назвать описываемый здесь метод "методом компенсационной фильтрации".

Из вышеизложенного следует, что для использования предлагаемого метода фильтрации необходимо априори (до начала соответствующего процесса обработки сигнала) знать длительность периода исходного сигнала.

Для получения математической модели описанного процесса фильтрации целесообразно представить этот процесс по-

вторяющимся с периодом, равным T , а также воспользоваться спектрально-гармоническим представлением периодически изменяющихся величин.

Любой исходный периодический сигнал $f(t)$ может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$f(t) = \sum_{c=0}^{\infty} F(c) \cos[c\omega t - \delta(c)], \quad (7)$$

где c – порядок гармоники сигнала $f(t)$; $F(c)$ и $\delta(c)$ – соответственно амплитуда и фаза c -й гармоники $f(t)$; $\omega = 2\pi/T$.

Разделению каждого периода сигнала $f(t)$ на m участков длительностью $\tau = T/m$ соответствует умножение $f(t)$ на систему избирательных функций $E_i(t)$, которые определяются по следующей формуле:

$$E_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \in [t_0 + (i-1)T/m \pm aT; t_0 + iT/m \pm aT]; \\ 0 & \text{при } t \notin [t_0 + (i-1)T/m \pm aT; t_0 + iT/m \pm aT]; \end{cases} \quad (8)$$

где $i = \overline{1; m}$; $a = 0, 1, 2, 3, \dots$

При этом в результате умножения $f(t)$ на функцию $E_i(t)$ происходит выделение из $f(t)$ участка $u_i(t)$ этого сигнала.

Избирательные функции $E_i(t)$, описываемые выражением (8), могут быть разложены в ряд Фурье:

$$E_i(t) = \frac{1}{m} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2B(l, m)}{l\pi} \cos \left\{ l \left[\omega t - \frac{\pi}{m} (2i-1) \right] \right\}, \quad (9)$$

где l – порядок гармоники функции $E_i(t)$;

$$B(l, m) = \sin(l\pi/m).$$

С учетом (7) и (9), выражение, описывающее участок $u_i(t)$ сигнала $f(t)$, будет иметь вид

$$u_i(t) = f(t)E_i(t) = \frac{1}{m} \sum_{c=0}^{\infty} F(c) \cos[c\omega t - \delta(c) +$$

$$+ \sum_{c=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B(l, m)}{l\pi} F(c) \sum_{v=1}^2 \cos \left\{ \left[c - (-1)^v l \right] \omega t - \delta(c) + (-1)^v l\pi(2i-1)/m \right\}. \quad (10)$$

Для получения математического описания участка $\gamma_p(t)$ компоненты $\gamma(t)$ исходного сигнала $f(t)$ необходимо сместить все выделенные участки $u_i(t)$ на временной интервал $[t_0 + (p-1)\tau \pm aT; t_0 + p\tau + aT]$. На основании (10) выражение для i -го смещенного участка $u_i(t)$ можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{p,i}(t) &= u_i(t - (p-i)T/m) = \\ &= \frac{1}{m} \sum_{c=0}^{\infty} F(c) \cos \left[c\omega t - \delta(c) - 2\pi c \frac{p-i}{m} \right] + \\ &+ \sum_{c=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B(l, m)}{l\pi} F(c) \sum_{v=1}^2 \cos \left\{ \left[c - (-1)^v l \right] \omega t - \right. \\ &\left. - \delta(c) + (-1)^v \frac{l\pi}{m} - 2\pi \left[c - (-1)^v l \right] \frac{p-1}{m} + \right. \\ &\left. + 2\pi c(i-1)/m \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

С учетом введенного понятия "смещенный участок исходного сигнала" выражение (4) для участка $\gamma_p(t)$ компоненты $\gamma(t)$ преобразуется к виду

$$\gamma_p(t) = \sum_{j=1}^m S_j(n, m) u_{p,v}(t).$$

Последнее выражение с учетом (5), (6) и (11) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_p(t) &= \frac{1}{m^2} \sum_{c=0}^{\infty} F_p(c) \cos [c\omega t - \delta(c)] + \\ &+ \sum_{c=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B(l, m)}{ml\pi} F_p(c) \sum_{v=1}^2 \cos \left\{ \left[c - (-1)^v l \right] \omega t - \right. \\ &\left. - \delta(c) + (-1)^v l\pi(2p-1)/m \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$F_p(c) = F(c) \left\{ A_0 Q_0(c) + \sum_{n=n_0}^{n_m} A_n [Q_1(c, n) + Q_2(c, n)] \right\}; \quad (13)$$

$$Q_0(c) = \begin{cases} m & \text{при } c = km; \\ 0 & \text{при } c \neq km; \end{cases} \quad (14)$$

$$Q_1(c, n) = \begin{cases} m & \text{при } c + n = km; \\ 0 & \text{при } c + n \neq km; \end{cases} \quad (15)$$

$$Q_2(c, n) = \begin{cases} m & \text{при } |c - n| = km; \\ 0 & \text{при } |c - n| \neq km. \end{cases} \quad (16)$$

В результате подстановки (12) в (3) и определения суммы по p , а также с учетом (13)-(16) может быть получено следующее выражение для компоненты $\gamma(t)$ исходного сигнала $f(t)$:

$$\begin{aligned} \gamma(t) = & A_0 \sum_{k=0}^{\infty} F(km) \cos [km\omega t - \delta(km)] + \\ & + \sum_{n=n_0}^{n_m} A_n \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 F(km - (-1)^\lambda n) \times \\ & \times \cos \{ [km - (-1)^\lambda n] \omega t - \delta(km - (-1)^\lambda n) \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Анализ выражения (17) показывает, что в спектре компоненты $\gamma(t)$ присутствуют только гармонические составляющие исходного сигнала $f(t)$, угловые частоты которых при $A_0, A_n = 1$ для всех $n = n_0; n_m$ удовлетворяют равенству (1). Указанные составляющие имеют те же амплитуды и фазы, что и соответствующие гармоники сигнала $f(t)$.

Как отмечалось выше, значения коэффициентов A_0 и A_n (при $n = n_0; n_m$) выбираются исходя из требований, предъявляемых к спектральному составу компоненты $\gamma(t)$ исходного сигнала $f(t)$. В

том случае, если в спектре $\gamma(t)$ должны присутствовать гармонические составляющие $f(t)$ с порядками $c_\gamma = km$, то значение A_0 принимается равным 1, в противном случае $A_0 = 0$. Аналогично производится выбор значений A_n : если в спектральный состав компоненты $\gamma(t)$ должны войти гармоники $f(t)$ с порядками $c_\gamma = km \pm n_k$ (где n_k – некоторое значение n ; $n_0 \leq n_k \leq n_m$), то

$$A_n \Big|_{(n = n_k)} = 1,$$

если – нет, то выбирается

$$A_n \Big|_{(n = n_k)} = 0.$$

Таким образом, значения коэффициентов A_0 и A_n определяют фильтрующие свойства алгоритма ΦA_m . Поэтому в дальнейшем A_0 и A_n будут именоваться "коэффициентами фильтрации".

В том случае, когда компонента $\gamma(t)$ при разложении в спектр должна представлять собой совокупность только тех гармонических составляющих исходного сигнала $f(t)$, порядки которых удовлетворяют равенству $c_\gamma = km$ (т.е. когда $A_0 = 1$, а $A_n = 0$ при всех $n \in [n_0; n_m]$), формирование одного периода $\gamma(t)$ достаточно производить на интервале времени длительностью τ с дальнейшим повторением полученного сигнала на последующих интервалах времени такой же длительности. Это обусловлено тем, что в рассматриваемом случае период $\gamma(t)$ равен τ . Однако для получения другого спектрального состава компоненты $\gamma(t)$ такая организация процедур ΦA_m неприемлема.

Параллельная или последовательная (во времени) обработка исходного сигнала $f(t)$ по конечному множеству фильтрующих алгоритмов ΦA_m с различными сочетаниями значений параметра m и коэффициентов фильтрации позволяет сформировать практически любой спектральный состав компоненты $\gamma(t)$.

Выше уже указывалось на то, что при использовании ΦA_m параметры гармонических составляющих (амплитуды, фазы), входящих в спектр $\gamma(t)$ имеют те

же значения, что и соответствующие гармоники исходного сигнала. Вследствие этого при вычитании $\gamma(t)$ из $f(t)$ образуется компонента $h(t)$ сигнала $f(t)$, ортогональная компоненте $\gamma(t)$ в смысле спектрального состава. При разложении в ряд Фурье $h(t)$ представляет собой совокупность только тех гармонических составляющих $f(t)$, которые отсутствуют в спектре $\gamma(t)$.

Реализация МКФ возможна на базе как стандартных, так и специальных цифровых устройств. Эти устройства и программное обеспечение МКФ проще, а затраты времени на обработку исходного сигнала с применением МКФ меньше, чем при использовании других существующих методов аналогичного назначения, особенно в том случае, если МКФ применяется в комплексе с известными методами определения параметров гармонических сигналов за время меньше периода (например, [10, 11]).

Как отмечалось выше, основные положения МКФ были сформулированы авторами данной статьи в результате анализа электромагнитных процессов, происходящих в многофазных системах АИ-ЭД. А именно – явления компенсационной фильтрации (ЯКФ), возникающего на различных этапах преобразования электромагнитной энергии, которое происходит в процессе работы указанных электромеханических систем.

Математически обобщенное ЯКФ может быть сведено к линейному преобразованию, связанному с определением сумм вида

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^m a_i(t) \alpha_i(t), \quad (18)$$

где $a_i(t)$ – некоторая периодическая функция (в общем случае – несинусоидальная), которая может быть представлена в виде следующего гармонического ряда:

$$a_i(t) = \sum_{g=1}^{\infty} A(g) \cos \left[g\omega t - \beta_1(g) - \frac{2\pi}{m} g(i-1) \right]; \quad (19)$$

g – порядок (номер) гармоники функции $a_i(t)$; $A(g)$ и $\beta_1(g)$ – соответственно амплитуда и фаза g -й гармоники $a_i(t)$; ω_1 – угловая частота основной (первой) гармоники функции $a_i(t)$; $i = \overline{1; m}$; $\alpha_i(t)$ – оператор линейного преобразования;

$$\alpha_i(t) = \frac{\sin}{\cos} \left[\omega_2 t - \beta_2 - \frac{2\pi}{m} (i-1) \right]; \quad (20)$$

ω_2 и β_2 – соответственно угловая частота и начальная фаза функции $\alpha_i(t)$.

Выражение (18) с учетом (19) и (20) принимает вид

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \frac{1}{2} \sum_{g=1}^{\infty} A(g) \sum_{i=1}^m \frac{v \cdot \sin}{\cos} \left[(g\omega_1 + v\omega_2)t - \right. \\ &\quad \left. - \beta_1(g) - v\beta_2 - \frac{2\pi}{m} (g+v)(i-1) \right] = \\ &= \sum_{g=1}^{\infty} G(g) A(g) \frac{v \cdot \sin}{\cos} \left[(g\omega_1 + v\omega_2)t - \beta_1(g) - v\beta_2 \right], \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$G(g) = \begin{cases} m/2 & \text{при } g+v = bm; \\ 0 & \text{при } g+v \neq bm; \end{cases} \quad (22)$$

$$b = 0, \pm(1, 2, 3, \dots); v = \pm 1.$$

Как показывает совместный анализ выражений (21) и (22), в спектре функции $\sigma(t)$ будут присутствовать только гармоники порядков $g = bm \pm 1$. Гармоники порядков $g \neq bm \pm 1$ в процессе линейного преобразования (18) взаимно уничтожаются (компенсируются). Именно на этом эффекте основывается МКФ.

Подробное описание (в том числе и математическое) электромагнитных процессов и ЯКФ, наблюдающихся в многофазных системах АИ-ЭД, приведено, в частности, в [1, 4].

Таким образом, использование МКФ позволяет во временной области (без перехода на спектральный уровень) выделять из исходного периодического сигнала два ортогональные в смысле спектрального состава компонента, спектральные составы которых могут быть сформированы практически любыми. Процедуры фильтрации на базе предложенного метода достаточно просты, что обуславливает сравнительно малое время обработки исходного сигнала и относительную простоту аппаратных и программных средств, на ос-

нове которых производится реализация МКФ.

Детальное изучение ЯКФ позволило авторам данной статьи не только разработать МКФ (для области анализа сигналов), но и получить ряд важных результатов в области электромеханических систем переменного тока. В частности, на основе анализа ЯКФ были сформулированы принципы построения новых поколений магнитогиродинамических систем принудительной циркуляции металлических расплавов и инверторных электроприводов переменного тока с расширенными регуляторными возможностями [6-8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бражников А.В. Многофазный инверторный электропривод с различным исполнением ротора асинхронного двигателя // Диссертация канд. техн. наук, защищена 26.06.1985 г., № ГР 01830052658. – Красноярск, 1985. – 210 с.
2. Бражников А.В. Компенсационные методы обработки виброакустических сигналов редукторов // Сборник научных трудов «Молодые ученые – КАТЭЖУ». – Красноярск: Издательство КАТЭКНИИУголь, 1988. – С. 28-30.
3. Бражников А.В., Кочетков В.П. Метод компенсационной фильтрации компонент периодических сигналов // Депонированная рукопись. – ЦНИИТЭИприборостроения. – №5027-пр91, 1991. – 11 с.
4. Кочетков В.П., Бражников А.В., Дубровский И.Л. Теория электропривода. – Красноярск: Издательство КрПИ, 1991. – 140 с.
5. Бражников А.В. и др. Общая характеристика работ по созданию теории компенсационных модулированных фильтрующих систем // Сборник материалов Всероссийской научной конференции «Молодежь и наука – третье тысячелетие». – Красноярск: Издательство КРО НС «Интеграция», II часть, 2006. – С. 295-302.
6. Бражников А.В., Гилев А.В., Довженко Н.Н., Белозеров И.Р. Разработка и создание нового поколения магнитогиродинамических систем принудительной циркуляции металлических расплавов // Современные наукоемкие технологии. – № 1, 2009. – С. 8-9.
7. Бражников А.В., Гилев А.В., Довженко Н.Н., Белозеров И.Р. Разработка и создание нового поколения инверторных электроприводов переменного тока с расширенными регуляторными возможностями // Фундаментальные исследования. – № 2, 2009. – С. 72-73.
8. Бражников А.В., Гилев А.В., Белозеров И.Р. Нетрадиционный способ регулирования скорости многофазного асинхронного электродвигателя // Фундаментальные исследования. – № 5 (приложение), 2009. – С. 10-12.
9. Генкин М.Д., Соколова Л.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 288 с.
10. Левин М.И., Семко Ю.И. Определение параметров периодических сигналов путем измерения их мгновенных значений // Автометрия. – № 1, 1966. – С. 33-40.
11. Угольников В.Н., Мешков В.П. Методы измерения амплитуды гармонического сигнала за время менее периода // Метрология. – № 8, 1984. – С. 8-11.
12. Harting D.R. Demodulated Resonance Analysis – A Powerful Incipient Failure Detection Technique. – ISA Transactions, 1977, vol. 17, №1, pp. 35-40.

PHENOMENON AND METHOD OF COMPENSATING FILTERING OF PERIODIC SIGNALS COMPONENTS POLYHARMONIC

Brazhnikov A.V., Gilyov A.V., Belozyorov I.R., Khomich L.V.

Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia

The description of phenomenon and method of compensating filtering of polyharmonic components of periodical signals is presented.

Keywords: compensating filtering, phenomenon, method