Дополнительные материалы конференций

Технические науки

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОГО НОМЕРА ПОЛИНОМА ПРИ ДЕГРАДАЦИИ СТРУКТУРЫ НЕПОЗИЦИОННОГО ПРОЦЕССОРА

Калмыков И.А., Руденко А.С.
Северо-Кавказский государственный технический университет
Ставрополь, Россия

Проблема исследований: Применение кодов полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет использовать обменные операции для построения отказоустойчивых спецпроцессоров (СП) цифровой обработки сигналов (ЦОС).

Решение проблемы исследований: Качественно новые требования, предъявляемые к цифровой обработке сигналов (ЦОС), а также всестороннее применение методов ЦОС, обусловили повышенный интерес к применению вычислительных систем, построенных на основе алгебраических систем, обладающих свойством конечного кольца или поля. Особое место среди них занимает полиномиальная система классов вычетов в расширенных полях Галуа $GF(2^v)$.

Малоразрядность остатков и независимость их обработки служат идеальной основой для построения высокоскоростных вычислительных систем ПСКВ [1,2]. В данной системе полином $A(z)$ представляется в виде

$$A(z)=(\alpha_1(z),\alpha_2(z),\dots,\alpha_n(z)), \qquad (1)$$

где $\alpha_i(z)\equiv A(z) mod\, p_i(z)$, $p_i(z)$ – минимальный многочлен поля Галуа; $i=1,2,...,n$.

Наряду с высоким быстродействием, обусловленным малоразрядностью остатков и модульностью вычислений, ПСКВ обладает способностью обеспечивать живучесть вычислительным системам. Если на диапазон возможного изменения кодируемого множества $M(z)$ наложить ограничения, считая, что для однозначного представления достаточно k первых остатков $(k < n)$, то соответствующие им основания упорядоченной системы $p_1(z),p_2(z),\dots,p_k(z);\ i=1,2,....,k$ принадлежат множеству информационных модулей. В этом случае диапазон однозначного представления по данным основаниям соответственно равен $P_{раб}(z)=\prod_{i=1}^{k}p_i(z)$. Оставшиеся «лишние остатки» $r = n – k$ считаются избыточными. Изменяя количество информационных k и избыточных r оснований в заданной структуре непозиционного СП, можно варьировать его основные показатели - точность, информационная надежность и производительность [1,3,4,5].

Возникновение ошибки в непозиционной кодовой конструкции $A(z)$ переводит ее из подмножества разрешенных комбинаций в подмножество запрещенных. Согласно КТО значение ошибочного полинома $A^*(z)$ определяется

$$A^*(z)=\sum_{i=1}^{k+r}\alpha_i(z)B_i(z) mod\, P_{пол}(z)=A(z)+\left|\Delta\alpha_j(z)B_j(z)\right|^{+}_{P_{пол}(z)}. \qquad (2)$$

Анализ выражения (1) показывает, что местоположение ошибочного полинома $A^*(z)$ относительно рабочего диапазона $P_{раб}(z)$ определяется величиной второго слагаемого.

Известно [3,4,5] , что величина ортогонального основания определяется

$$B_j(z)=m_j(z)P_{полн}(z)/p_j(z), \qquad (3)$$

где $m_j(z)$ – вес ортогонального j –го базиса.

С другой стороны, должно обеспечиваться условие

$$B_j(z)\equiv 1\, mod\, p_j(z). \qquad (4)$$

Преобразовав выражение (3), получаем

$$m_j(z)\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{k+r}p_j(z)\equiv 1\, mod\, p_j(z). \qquad (5)$$

Разделив обе части равенства (5) на величину $M_j(z)=\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{k+r}p_j(z)$, получаем

$$m_j(z)=(\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{k+r} p_j(z))^{-1} \bmod p_j(z). \qquad (6)$$

Принимая во внимание попарную простоту модулей $p_i(z)$, $i=1, 2, \ldots, k+r$, введем обозначение

$$m_j^i(z)=p_i(z)^{-1} \bmod p_j(z).$$

Тогда

$$m_j(z)=(\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{k+r} m_j^i(z)) \bmod p_j(z). \qquad (7)$$

Полученное значение веса ортогонального базиса может быть использовано для вычисления интервального номера, в который попадает ошибочный полином, из условия

$$l_{инт}^j(z)=\left|(\Delta\alpha_j(z)\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{k+r} m_j^i(z)) \bmod p_j(z)p_j^{-1}(z)\right|_{P_{конт}(z)}^{+}, \text{ где } P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z) \qquad (8)$$

Пример. Пусть задана полиномиальная система класса вычетов поля $GF(2^4)$. В данной системе определены следующие минимальные многочлены:

$p_1(z)=z+1;\ p_2(z)=z^2+z+1;\ p_3(z)=z^4+z^3+z^2+z+1;\ p_4(z)=z^4+z^3+1;\ p_5(z)=z^4+z+1.$

В качестве контрольного основания используется основание $p_5(z)=z^4+z+1$. Тогда $P_{раб}(z)=\prod_{i=1}^{4} p_i(z)=z^{11}+z^8+z^7+z^5+z^3+z^2+z+1$. Пусть ошибка произошла равна $\Delta\alpha_2(z)=1$. Тогда

$$l_{инт}^2(z)=\left[\frac{\Delta\alpha_2(z)B_2(z)}{P_{раб}(z)}\right]=\left[\frac{z^{14}+z^{13}+z^{11}+z^{10}+z^8+z^7+z^5+z^4+z^2+z}{z^{11}+z^8+z^7+z^5+z^3+z^2+z+1}\right]=z^3+z^2$$

Воспользуемся (8) для вычисления $l_{инт}^2(z)$. Значения $m_j^i(z)$ для оснований ПСКВ поля $GF(2^4)$ представлены в таблице 1.

Таблица 1. Величины $m_j^i(z)$ для поля $GF(2^4)$

	Значение $p_i(z)$ основания ПСКВ				
	$p_1(z)$	$p_2(z)$	$p_3(z)$	$p_4(z)$	$p_5(z)$
$m_1^i(z)$	-	1	1	1	1
$m_2^i(z)$	z	-	z	$z+1$	1
$m_3^i(z)$	z^3+z	z^3+1	-	z^2+1	z^3+z^2+1
$m_4^i(z)$	z^3	z^3+z^2+z	z^2	-	z^3+z+1
$m_5^i(z)$	z^3+z^2+z	z^2+z	z^3+z	z^3+z^2	-

Тогда имеем $\Delta\alpha_2(z)=1;\ m_2^1(z)=z;\ m_2^3(z)=z;\ m_2^4(z)=z+1.$

Подставляя в равенство (8), получаем:

$$l_{инт}^2(z)=\left|(z^2(z+1) \bmod (z^2+z+1))(z^2+z+1)^{-1}\right| \bmod (z^4+z+1)=z^3+z^2.$$

Таким образом, очевидно, что применение математической модели вычисления интервального номера, согласно (13), позволяет обнаружить в коде все однократные ошибки даже при постепенной деградации структуры СП ПСКВ.

Выводы:

Проведенные исследования позволили доказать связь между размещением ошибочных полиномов по диапазону при деградации структуры вычислительной системы и величинами весов ортогональных базисов ПСКВ. Разработана математическая модель контроля и коррекции ошибок для непозиционных спецпроцессоров ЦОС, функционирующих в ПСКВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с

2. Элементы применения компьютерной математики и нейроинформатики/Н.И. Червяков, И.А. Калмыков И.А., В.А. Галкина, Ю.О. Щелкунова, А.А. Шилов; Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 216 с.

3. Калмыков И.А., Щелкунова Ю.О., Гахов В.Р., Шилов А.А. Математическая модель коррекции ошибок в полиномиальной системе класса вычетов на основе определения корней интервального полинома.// Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – Т. 6. - №5. - С. 30-34.

4. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований сигналов в расширенных полях Галуа// Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2003. - №6. - С.61-68.

5. Калмыков И.А. ,Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронной сети для коррекции ошибок в непозиционном коде расширенного поля Галуа// Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2003. - №8-9. - С.10-1

Работа представлена на заочную электронную конференцию «Прикладные исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники», 15-20 января 2008 г. Поступила в редакцию 01.07.2008.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ

Калмыков И.А., Руденко А.С.
Северо-Кавказский государственный технический университет
Ставрополь, Россия

Проблема исследований: Параллельная обработка данных в вычислительных трактах по модулям системы полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) может служить базисом в реализации процедур коррекции ошибок.

Решение проблемы исследований:

В последние годы в вычислительной технике, в частности цифровой обработке сигналов (ЦОС), появилась практическая потребность в аппаратной реализации алгоритмов, обладающих повышенной вычислительной сложностью. Для обеспечения обработки сигналов в реальном масштабе времени в работе [1] предложено использовать полиномиальную систему класса вычетов (ПСКВ). В то же время высокие требования предъявляются к надежности работы спецпроцессоров (СП) ЦОС. Из существующих подходов к решению задачи построения отказоустойчивых вычислительных структур все большее применение находят методы теории кодирования.

Целенаправленное введение избыточности позволяет обнаружить и исправить ошибки, возникающие в результате отказов элементов вычислительных трактов СП ПСКВ. Если на диапазон возможного изменения кодируемого множества полиномов наложить ограничения, то есть выбрать *k* из *n* оснований ПСКВ ($k < n$), то это позволит осуществить разбиение полного диапазона $P_{полн}(z)$ расширенного поля Галуа $GF(p^v)$ на два непересекающихся подмножества. Первое подмножество называется рабочим диапазоном и определяется выражением

$$P_{раб}(z) = \prod_{i=1}^{k} p_i(z) \tag{1}$$

Многочлен *A(z)* с коэффициентами из поля $GF(p)$ будет считаться разрешенным в том и только том случае, если он является элементом нулевого интервала полного диапазона $P_{полн}(z)$, то есть принадлежит рабочему диапазону $A(z) \in P_{раб}(z)$. Второе подмножество $GF(p^v)$, определяемое произведением $r = n - k$ контрольных оснований

$$P_{конт}(z) = \prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z), \tag{2}$$

задает совокупность запрещенных комбинаций. Если *A(z)* является элементом второго подмножества, то считается, что данная комбинация содержит ошибку. Таким образом, местоположение полинома *A(z)* относительно подмножеств позволяет однозначно определить, является ли кодовая комбинация $A(z) = (\alpha_1(z),\ \alpha_2(z),\ \dots,\alpha_n(z))$ разрешенной, или она содержит ошибочные символы.