

дей, пациентов воспалительными заболеваниями, раком различных органов. Результаты исследований выявили у пациентов, особенно при раке, прогрессивное увеличение твердой фазы воды, ее насыщение рядом элементов, активацию гормонов стресса, интенсивность метаболизма, подъем уровня мелких частиц лимфы, по сравнению с кровью и нормой. Отмечается также выход жидкости из клеток, тенденция ее депонирования во внеклеточном пространстве.

На основе полученных результатов, использования универсальной иерархической двухуровневой модели (9), термодинамического и молекулярно-физического методов, нами разработана собственная модель открытой камерной системы человека. Подсистема нижнего уровня включает в отдельные пространства (камеры) гематогенную, лимфоидную и соматогенную ткани с единственным выходящим координатором – интерстицием. Энергия многослойных поляризованных структур тканей, преобразованная в механическую (пондеромоторную) силу и стрикционную силу, может определять величину натяжения поверхности объема электромагнитного поля (ЭМП), обособить его действие в каждой камере. Интерстициальное ЭМП, основанное на аддитивном эффекте подсистемных ЭМП, являясь координатором верхнего уровня, осуществит контроль общей энергетики целой системы. В подсистемных ЭМП, где токовый диполь, поляризация определяют плотность энергии в движущем потоке, происходит регуляция молекул воды, ионов и др. частиц по энергетическим уровням твердой фазы воды внутри и вне клеток. Сопряженная связь энергии между подсистемными ЭМП, их взаимосвязь с метаболизмом, представленным циклами Эмбдена-Мейергофа-Кребса и Варбурга-Дикенса-Липмана, реализуется через системное действие в норме, переводом метаболизма на режим автоматизма его работы при раке. Устойчивость состояния в таких нелинейных системах будет также определяться точками бифуркации, где флуктуации, случайно избирая одну из ветвей неустойчивости, приведут к развитию необратимых процессов и самоорганизации в тканевых структурах.

Таким образом, успехи современного естествознания, развивающиеся на основе термодинамики и синергетики открытых систем, определяются достижениями науки из различных областей. Ближайшая перспектива исследований образованной во Вселенной сводится к установлению их энергетической взаимосвязи с неорганической и биологической микро- и макроструктурой на Земле, выявлению значимости человека в ноосфере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Пригожин И. Определено ли будущее? - Москва-Ижевск, 2005, -240 с.

2. А.Д.Чернин Физический вакуум и космическая антигравитация //ГАИШ МГУ, Обс. Туорла у-т Турку, Финляндия. <http://www.astronet.ru/db/msg/1174484>

3. Ксанфомалити Л. Сюрприз космологии к 100-летию открытия Эйнштейна //Архив, №5, 2005

4. Гросс Д. Грядущие революции в фундаментальной физике <http://elementy.ru/lib/430177>

5. Линде А.Д. Многоликая Вселенная // <http://elementy.ru/lib/430484>

6. Зинченко В.Г., Виноградов М.Ю., Новицкий О.П. Основы биоэнергетической диагностики и лечения. - М., 1991, - 97с.

7. Ling G.N. Life at the Cell and Below-Cell Level. The Hidden History of a Fundamental Revolution in Biology. Pacific Press, 2001.

8. Новиков В.В., Лисицын А.С. //Биофизика, 1997. т.42., вып.5, -С.1003-1007

9. Месарович М., Мако Д., Такахага И. Теория иерархических многоуровневых систем. - М., 1973. -344 с.

ПОЛУТЕЛА И ИХ ПУЧКОВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Вечтомов Е.М.

*Вятский государственный гуманитарный университет (ВятГГУ)
Киров, Россия*

Введение

Теория полутел – перспективное направление современной алгебры, которое можно рассматривать и как составную часть теории полукольца, и как группы с дополнительной бинарной операцией. Вопросы теории полукольца и полутел исследуются участниками научного алгебраического семинара ВятГГУ с 1994 года.

В данной работе мы кратко изложим основы теории пучковых представлений полутел, начало которой положено в [2]. В этом отношении наиболее полно изучен класс бигулярных полутел.

Полутелом называется алгебраическая структура, являющаяся одновременно мультипликативной группой и аддитивной коммутативной полугруппой, причем умножение дистрибутивно относительно сложения с обеих сторон. Полутела с добавленным нулем – это в точности полукольца с делением, не являющиеся кольцами. Наряду с кольцами и дистрибутивными решетками полутела с нулем образуют важнейший класс полукольца, играющий существенную роль в структурной теории полукольца. *Идемпотентные* полутела (полутела с тождеством $u+u=u$) представляют собой решеточно упорядоченные группы. Полутела связаны с кольцами, поскольку каждое полутело имеет кольцо разностей. Заметим, что *сократимые* полутела (полутела с квази-тождеством $u+w=v+w \Rightarrow u=v$) вкладываются в свои кольца разностей.

При исследовании полутел можно применить функциональный метод: изучаемое полутело реализуется в виде полутела сечений пучка некоторых полутел над топологическим пространством. Многие кольца допускают хорошие функциональные (пучковые) представления [1], которые во многом переносятся на полукольца [3].

Введем необходимые понятия. Класс единицы произвольной конгруэнции на полутеле называется *ядром* полутела. Решетку всех ядер (конгруэнций) полутела U обозначим $\text{Con}U$. Ядро полутела U , порожденное элементом u , назовем *главным ядром* и обозначим (u) . Полутело U назовем *конечнопорожденным*, если $U=(u_1)\dots(u_n)$ для конечного числа элементов $u_1, \dots, u_n \in U$. Ядро (2) полутела U , где $2=1+1$, служит наименьшим подполутелом в U , являющимся ядром. Если $U=(2)$, то полутело U называется *ограниченным*. Решетка ядер любого ограниченного полутела изоморфна решетке идеалов его кольца разностей. Полутело называется *редуцированным*, если в нем выполняется квазитожество $u^2+v^2=uv+vu \Rightarrow u=v$. Полутело U называется *дистрибутивным (цепным, простым, неразложимым)*, если решетка $\text{Con}U$ дистрибутивна (соответственно: является цепью, двухэлементна, имеет ровно два дополняемых элемента). Коммутативное полутело называется *полуполем*.

Аналог пирсовского представления. Для произвольного полутела U определим аналог кольцевого пучкового представления Пирса [1, § 12]. Рассмотрим булеву подрешетку $B(U)$ в $\text{Con}U$ всех дополняемых ядер полутела U и пространство $M(U)$ всех максимальных идеалов булевой решетки $B(U)$ со стоуновской топологией. Дизъюнктивное объединение Π факторполутел $U/\sim M$ по всем $M \in M(U)$ образует структурный пучок полутела U над нульмерным компактом $M(U)$. Обозначим через $\Gamma(M(U), \Pi)$ полутело всех сечений пучка Π .

Теорема 1. Любое полутело U изоморфно полутелу $\Gamma(M(U), \Pi)$ сечений пучка Π факторполутел полутела U над нульмерным компактом $M(U)$.

Следствие 1. Всякое полутело с конечным множеством ядер изоморфно прямому произведению конечного числа неразложимых полутел.

Полутело, все ядра (главные ядра) которого дополняемы, называется *булевым (бирегулярным)*. Бирегулярные полутела служат аналогами бирегулярных колец. Легко видеть, что бирегулярные полутела дистрибутивны.

Теорема 2. Полутело U бирегулярно тогда и только тогда, когда оно изоморфно полутелу всех сечений некоторого пучка простых и тривиальных полутел $(U/\sim M)$ над нульмерным компактом $(M(U))$.

Следствие 2. Всякое бирегулярное полутело разлагается в прямое произведение бирегулярного идемпотентного полутела и бирегулярного

ограниченного полуполя, которые определены однозначно с точностью до изоморфизма.

Следствие 3. Во всяком бирегулярном полутеле каждое ядро является пересечением максимальных ядер, а конечнопорожденные ядра – главные.

Ядро P полутела U называется *неприводимым*, если $A \cap B \subseteq P$ влечет $A \subseteq P$ или $B \subseteq P$ для любых $A, B \in \text{Con}U$. Пространство $\text{Spec}U$ всех неприводимых ядер полутела U , взятое со стоуновской топологией, назовем *неприводимым спектром* полутела U . Его подпространство $\text{Max}U$, состоящее из всех максимальных ядер, называется *максимальным спектром* полутела U . Максимальные ядра полутела всегда неприводимы. В любом бирегулярном полутеле U неприводимые ядра максимальны: $\text{Spec}U = \text{Max}U$. Конечнопорожденные полутела соответствуют кольцам с единицей; их максимальный спектр компактен.

Для бирегулярного полутела U отождествим каждое максимальное ядро $M \in \text{Max}U$ с максимальным идеалом $\{A \in B(U) : A \subseteq M\}$ булевой решетки $B(U)$. Тогда нульмерный компакт $M(U)$ будет компактификацией локально компактного пространства $\text{Max}U$.

Теорема 3. Для любого бирегулярного полутела U равносильны следующие утверждения:

- 1) $\text{Max}U$ компактно;
- 2) $\text{Max}U$ гомеоморфно $M(U)$;
- 3) U – конечнопорожденное полутело;
- 4) $U=(u)$ для некоторого элемента $u \in U$, называемого образующей полутела.

Следствие 4. Конечнопорожденное бирегулярное полутело изоморфно полутелу всех сечений хаусдорфова пучка простых полутел над нульмерным компактом, определяемым однозначно с точностью до гомеоморфизма.

Для ядра A полутела U рассмотрим его *псевдодополнение* $A^* = \{u \in U : (u) \cap A = \{1\}\}$. В случае дистрибутивных полутел U псевдодополнение A^* являются наибольшим ядром в U , пересекающимся с данным ядром A по единичному ядру $\{1\}$. Дистрибутивное полутело назовем *бэровским*, если псевдодополнение любого его ядра дополняемо.

Предложение 1. Для ядра A полутела Γ всевозможных сечений пучка простых полутел над нульмерным компактом X справедливы утверждения:

1) A дополняемо в Γ тогда и только тогда, когда множество $\Delta A = \{x \in X : \forall s \in A s(x) = 1\}$ открыто-замкнуто в X ;

2) $A = B^*$ для некоторого ядра B в Γ тогда и только тогда, когда ΔA канонически замкнуто в X , то есть совпадает с замыканием своей внутреннейности.

Топологическое пространство называется *экстремально несвязным*, если замыкание любого его открытого множества снова открыто.

Теорема 4. Для того чтобы конечнопорожденное бирегулярное полутело было бэровским, необходимо и достаточно, чтобы его максимальный спектр был экстремально несвязным пространством.

Теорема 5. Полутело U булево тогда и только тогда, когда оно изоморфно полутелу всех сечений пучка простых и тривиальных полутел $(U/\vee M)$ над нульмерным компактом $(M(U))$, множество изолированных точек которого $(\text{Max}U)$ всюду плотно.

Следствие 5. Если полутело U булево, то пространство $M(U)$ является компактификацией Стоуна-Чеха дискретного пространства $\text{Max}U: M(U) \approx \beta \text{Max}U$.

Полутела сечений компактных пучков полутел. Пусть дан пучок Π полутел U_x над топологическим пространством X . Для точки $x \in X$ положим:

$I^x = \{s \in \Gamma: s(x) = 1 = 1_x \in U_x\}$ – ядро полутела сечений $\Gamma = \Gamma(\Pi, X)$;

$\pi_x: \Gamma \rightarrow U_x$, $\pi_x(s) = s(x)$ для всех $s \in \Gamma$, – гомоморфизм полутел.

Пучок Π называется компактным пучком, если:

1) X – компакт;

2) Π – факторный пучок, т. е. π_x является сюръективным отображением для любой точки $x \in X$;

3) $\Gamma^x \cdot \Gamma^y = \Gamma$ для любых точек $x \neq y$ из X .

Всякий компактный пучок Π обладает следующим важным свойством: для любых замкнутого множества Y в X , точки $x \in X \setminus Y$ и неприводимого ядра P_x полутела U_x существует сечение $s \in \Gamma$ со значениями 1 на Y и $s(x) \notin P_x$.

Предложение 2. Любой пучок полутел над нульмерным компактом компактен.

При исследовании полутел сечений пучков полутел над нульмерным компактом существенную роль играет следующее утверждение.

Предложение 3. Ядра A и B полутела $\Gamma(X, \Pi)$ сечений произвольного пучка полутел Π над нульмерным компактом X равны тогда и только тогда, когда $\pi_x(A) = \pi_x(B)$ для всех точек $x \in X$.

Следствие 6. Решетка ядер прямого произведения конечного числа полутел изоморфна прямому произведению решеток ядер сомножителей.

Теорема 6. Максимальные ядра полутела $\Gamma(X, \Pi)$ сечений компактного пучка полутел U_x – это в точности ядра вида $\pi_x^{-1}(K_x)$, где $x \in X$ и K_x – максимальное ядро в U_x . Если X – нульмерный компакт, то это верно и для неприводимых ядер.

Многие свойства полутел сечений пучков полутел над нульмерным компактом переносятся на полутела-слои, и обратно.

Теорема 7. Полутело $\Gamma(X, \Pi)$ сечений любого пучка Π полутел U_x над нульмерным компактом X дистрибутивно (ограничено) тогда и

только тогда, когда дистрибутивны (ограничены) все его слои U_x .

Полутело называется гельфандовым, если для любых его неравных максимальных ядер M и N найдутся такие элементы $u \in M \setminus N$ и $v \in N \setminus M$, что $(u) \cap (v) = \{1\}$. Максимальные спектры гельфандовых полутел хаусдорфовы, а каждое их неприводимое ядро может содержаться только в одном максимальном ядре. Следует отметить, что существуют цепные полуполя, не имеющие максимальных ядер.

Полутело U назовем сильно гельфандовым, если для любых двух различных максимальных ядер M и N в U существует элемент $u \in M \setminus N$, порождающий дополняемое ядро (u) . Полутело, имеющее наибольшее собственное ядро, назовем локальным полутелом. Всякое полутело служит наибольшим ядром некоторого локального полутела с образующей. Бирегулярные полутела и локальные полутела сильно гельфандовы, а сильно гельфандовы полутела гельфандовы.

Теорема 8. Для полутела $\Gamma(X, \Pi)$ сечений произвольного компактного пучка локальных полутел имеют место следующие утверждения:

1) Γ гельфандово;

2) сильная гельфандовость Γ эквивалентна нульмерности компакта X ;

3) если Γ конечно порождено, то $\text{Max} \Gamma$ гомотоморфно X .

Теорема 5 и утверждение 3) теоремы 7 являются пучковыми вариациями классической теоремы Гельфанда-Колмогорова о кольцах непрерывных функций.

Аналог ламбековского представления. В теории колец применяется также представление Ламбека [1, § 11]. Распространим эту конструкцию на полутела.

Для произвольного неприводимого ядра P полутела U положим $O_P = \{u \in U: \exists v \in U \setminus P (u) \cap (v) = \{1\}\}$. Если полутело U дистрибутивно или является редуцированным ограниченным полутелом, то O_P ($P \in \text{Spec} U$) суть его ядра, пересечение которых равно $\{1\}$. При этом существует точное представление полутела U сечениями структурного пучка Π факторполутел U/O_P над топологическим пространством $\text{Spec} U$.

Теорема 9. Любое редуцированное ограниченное полутело U изоморфно полутелу $\Gamma(\text{Spec} U, \Pi)$ сечений пучка Π факторполутел U/O_P над неприводимым спектром $\text{Spec} U$.

Следствие 7. Всякое гельфандово дистрибутивное редуцированное ограниченное полуполе изоморфно полуполю всех сечений компактного пучка цепных ограниченных полуполей.

Теорема 10. Конечнопорожденное дистрибутивное полутело U сильно гельфандово тогда и только тогда, когда оно изоморфно полутелу $\Gamma(X, \Pi)$ сечений пучка Π локальных полутел U_x над нульмерным компактом X .

Здесь в качестве X можно взять максимальный спектр $\text{Max}U$, а в качестве слоев U_M – факторполутела U/O_M .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Вечтомов Е. М. Функциональные представления колец: монография. – М.: МПГУ, 1993. – 190 с.
2. Вечтомов Е. М., Черанева А. В. К теории полутел // Успехи математических наук. – 2008. – Т. 63. Вып. 2.
3. Чермных В. В. Полукольца: учебное пособие. – Киров: Вятский гос. пед. ун-т, 1997. – 131 с.

МЕТОД ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКИМ СОСТАВОМ КАФЕДРЫ

Добрынина Н.Ф.

*Пензенский государственный университет
Пенза, Россия*

Применение методов прикладной математики и повышение качества научного уровня обучения в вузе требует внедрения наиболее совершенных математических моделей управления преподавательским составом кафедры. В настоящее время проводится большое число исследований с применением теории вероятностей и математической статистики. При этом особое внимание уделяется корреляционному и регрессионному анализу, позволяющим прогнозировать функционирование и развитие уровня математического образования. Исследования и классификация показателей и связей между математическими предметами требуют от планирующих органов всестороннего анализа состава кафедры математики и конечных результатов деятельности кафедры. Поэтому необходимо расширить исследование с применением сложного математического аппарата – многомерного статистического анализа. Методы многомерного статистического анализа позволяют определять неявные закономерности, объективно существующие в изучаемых явлениях. Наиболее перспективными в этом плане являются методы распознавания образов, факторный, кластерный и компонентный анализ. Данные компонентного анализа позволяют выделить и обосновать систему признаков, наиболее существенно влияющих на исследуемый процесс. Они позволяют отделить группы взаимозависимых признаков от независимых, существенных от несущественных.

Объект изучения может быть всесторонне охарактеризован при помощи набора признаков (параметров, показателей). При характеристике объекта исследования многомерными случайными признаками строится корреляционная матрица, элементы которой учитывают тесноту линей-

ной стохастической связи. Однако при большом числе признаков характеристика выявленных связей становится труднообозримой задачей. Возникает потребность в сжатии информации, то есть описании объекта меньшим числом обобщенных показателей, например, факторами или главными компонентами. Главные компоненты являются более удобными укрупненными показателями. Они отражают внутренние объективно существующие закономерности, которые не поддаются непосредственному наблюдению. При корреляционном анализе на основе полученной корреляционной матрицы строятся уравнения регрессии, связывающие факторные признаки с результативными. Уравнения регрессии являются конечной целью исследования. По ним проводится содержательная интерпретация полученных результатов и руководством вырабатываются соответствующие решения. При использовании метода главных компонент корреляционная матрица используется как исходная ступень для дальнейшего анализа значений признаков. Появляется возможность извлечения дополнительной информации об изучаемом процессе. Весьма ценная информация получается на основе ранее собранных статистических данных.

Можно выделить четыре основных типа задач, которые можно решить методом главных компонент.

Первая задача – отыскание скрытых, но объективно существующих закономерностей, определяемых воздействием внутренних и внешних причин.

Вторая задача – описание изучаемого процесса числом главных компонент m , значительно меньшим, чем число первоначально взятых признаков n . Эта задача обусловлена наличием большого числа признаков и связей между ними. Главные компоненты адекватно отражают исходную информацию в более компактной форме. Выделенные главные компоненты содержат больше информации, чем непосредственно измеряемые признаки.

Третья задача – выявление и изучение стохастической связи признаков с главными компонентами. Выявление признаков, наиболее тесно связанных с данной главной компонентой, позволяет руководителю выработать научно обоснованное управляющее воздействие, способствующее повышению эффективности функционирования изучаемого процесса.

Четвертая задача заключается в прогнозировании хода развития процесса на основе уравнения регрессии, построенного по полученным главным компонентам.

Возможности решения перечисленных четырех задач могут быть реализованы в следующих направлениях:

- 1) причинный анализ взаимосвязей показателей и определение их стохастической связи с главными компонентами;