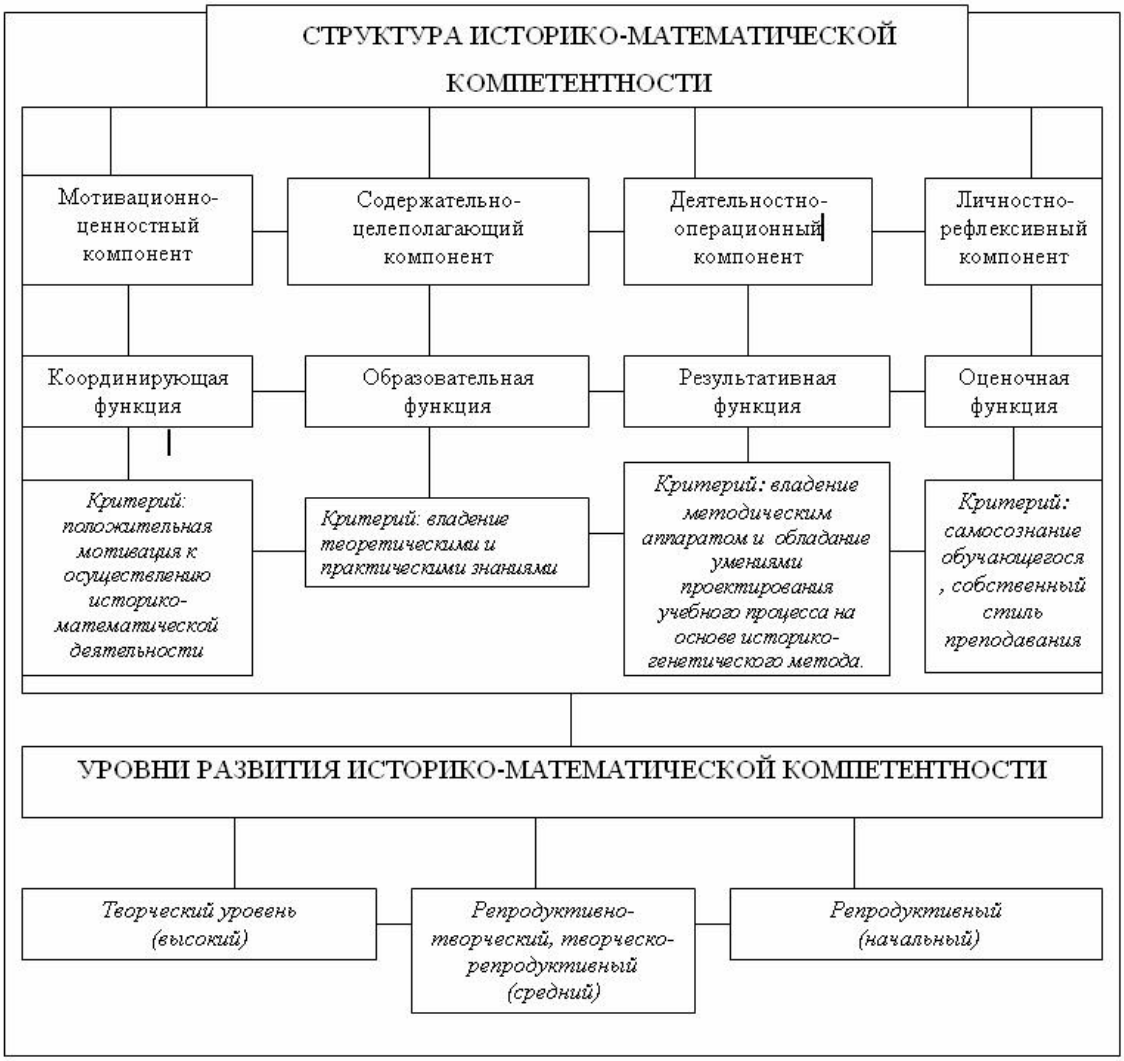
Таблица 2. Структура историко-математической компетентности



Таким образом, нами рассмотрены компоненты историко-математической компетентности, выделены основные умения, отражающие суть рассматриваемого понятия, определена сущность и структура историко-математической компетентности будущих учителей, выявлены уровни, критерии и показатели сформированности историко-математической компетентности студентов педагогических ВУЗов. На наш взгляд, знания по истории математики формируют устойчивую мотивацию учения, появляется возможность анализа и интеграции приобретаемого опыта в реальный мир, помогают сформировать более адекватную жизненную позицию.

К АНАЛИЗУ ПРОЦЕССОВ С СОУДАРЕНИЯМИ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДОВ ДМП В 2D-СИСТЕМАХ

Крупенин В.Л.
Институт машиноведения РАН
Москва, Россия

Изучаются случайные колебания двумерной конструкции, вибрирующей вблизи системы, плоских абсолютно упругих препятствий, установленных параллельно плоскости статического равновесия конструкции с одной или разных сторон. При ряде предположений с помощью методов диффузионных марковских процессов (ДМП) задача решается точно.

1. Рассмотрим прямоугольную решетку [1], составленную из $N=N_1N_2$ упругих линейных струн, защемленных на концах. Конструкция образована системой прямоугольных ячеек (длины- $\Delta l_{1,2}$; вершины - точечные абсолютно твердые тела с массами m). Возбуждение осуществляют случайные широкополосные силы (типа белых

шумов). Каждая струна (длины $l_{1,2}$, натяжения - $T_{1,2}$) нумеруется индексами k=1,2,., N_1 и q= 1,2.. N_2. Динамика решетчатой конструкции описывается посредством N функций прогибов $u_{kq}(t)$. Каждая из функций $u_{kq}(t)$ изменяется вдоль некоторой оси, перпендикулярной плоскости статического равновесия решетки (рис. 1).

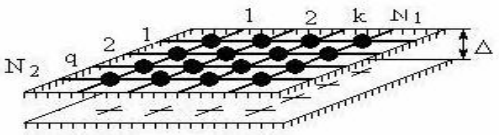


Рис.1

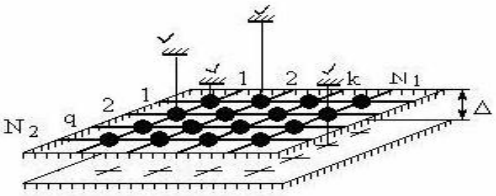


Рис.2

Параллельно плоскости статического равновесия решетки на расстояниях $\Delta_{1kq}>0$ и $\Delta_{2kq}<0$ от каждого из узлов установлены ограничители хода, с которыми точечные тела, находящиеся в узлах решетки могут совершать абсолютно упругие соударения; удары предполагаются прямыми и центральными. Ограничители могут располагаться произвольно. На рис. 1 показан случай одностороннего ограничителя, представляющего собой прямую стенку. На рис.2 с противоположенной стороны показано несколько прямых ограничителей – помечены штриховкой и «галочками».

Таким образом, если при $t=t^0$ и (или) при $t=t_0$ для каких либо k и q происходит соударение с верхним или нижним ограничителями, то [1]

$$\mathbf{u_{kq}(t_0-0)=-u_{kq}(t)(t^0+0)<0,\ u_{kq}(t^0)=\Delta_{1kq}>0;\ u_{kq}(t_0-0)=-u_{kq}(t)(t_0+0)>0,\ u_{kq}(t)=\Delta_{2kq}<0;\ \Delta_{1kq}\le u_{kq}(t)\le\Delta_{2kq}.} \quad (1)$$

Пусть вынуждающие силы, действующие на узлы [1], даются случайными некоррелированными широкополосными процессами $\xi_{kq}(t)$ типа белых шумов. Пусть $<\xi_{kq}\xi_{rs}>=2S\,\delta_{kq}\,\delta_{rs}\,\delta(t-t')$; δ_{kq}, δ_{rs} –символы Кронекера (k, q =1,2,.. N_1; r, s=1,2,.. N_2); δt - δ-функция Дирака. Считая, что координаты $u_{kq}(t)$ отсчитываются от точек, лежащих в плоскости равновесия конструкции, а, также предполагая, что рассеяние энергии пропорционально абсолютным скоростям каждого узла, запишем систему уравнений, описывающую движение решетчатой конструкции в промежутках между соударениями. Так как каждая частица лежит одновременно на двух струнах, то получим N уравнений:

$$mu_{kq}+bu_{kq}+c_1(2u_{kq}-u_{(k-1,q)}-u_{(k+1,q)})+c_2(2u_{kq}-u_{(k,q-1)}-u_{(k,q+1)})=\xi_{kq}(t); \quad (2)$$

здесь соответственно обозначено: $c_{1,2}=T_{1,2}\tilde{\Delta}l_{1,2}$– коэффициенты упругости b – коэффициент демпфирования. Граничные условия $u_{kq}=0$, при k=0;(N_1+1) и q=0;(N_2+1) [1].Определяющая уравнения движения функция Гамильтона системы (2) $H(u_{kq};y_{kq})$

$$H(u_{kq};y_{kq})=\Sigma\tfrac{1}{2}y^2_{kq}+\tfrac{1}{2}[\sum_{(k,q)}c_1(u_{k1}-u_{k,N2})^2+\sum_{(k)}c_2(u_{1q}-u_{N1,q})^2+$$

$$+\sum_{(k=2)}c_2(u_{kq}-u_{k,(q-1)})^2+\sum_{(q=2)}c_1(u_{1q}-u_{N1,q})^2]+\ldots\ldots, \quad (3)$$

где введено обозначение $y_{kq}\equiv u_{kqt}$. Без ограничения общности положим m=1, так что гамильтоновы переменные - (y_{kq},u_{kq}).

2. Для описания процесса воспользуемся методами ДМП [1]. Предполагая процесс стационарным, будем искать 2N – мерную стационарную плотность вероятностей $p(u_{kq},y_{kq})$; и запишем уравнение ФПК для уравнений (1) [1]:

$$\sum_{(k,q)}[\{H,p\}_{kq}-b\,\partial/\partial y_{kq}(y_{kq}p)\tfrac{1}{2}S\,\partial^2p/\partial y^2_{kq}]=0, \quad (4)$$

$\{H,p\}_{kq}\equiv(\partial H/\partial y_{kq})(\partial p/u_{kq})-(\partial H/\partial u_{kq})(\partial p/y_{kq})$ – скобка Пуассона для узла решетки. Уравнение (4) необходимо решать с учетом условий (1). Функция $p(u_{kq}(t);y_{kq}(t))$ от 2N ($N=N_1N_2$) переменных, удовлетворяющая (4) и сформулированным ограничениям, описывает известное распределение Гиббса [1], имеющее вид: $p(u_{kq};y_{kq})=C\exp\{-(2b/S)[H(u_{kq};y_{kq})]\}$, $u_{kq}\in\mathbf{X}=\{u_{kq}|\mathbf{\Delta}_{1kq}\le u_{kq}(t)\le\mathbf{\Delta}_{2kq}\}$, C – постоянная нормировки. Распределение (4) удовлетворяет всем данным выше условиям. При его посредстве можно полностью и в рамках данной модели точно описать искомый процесс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Крупенин В.Л. Случайные соударения решетчатой конструкции с периодической структурой и плоским ограничителем хода \\ ДАН, 2006 – т.2-с. 1-4.