

размеров элементов топологии в процессе их формирования. Геометрические размеры характеризуются набором параметров высота  $h$ , угол склона  $\alpha$ , параметр решетки  $b/d$ , определяемый отношением ширины  $b$  к периоду  $d$ . В этом случае существует возможность учитывать начальные значения параметров тест-объектов, которые априори точно известны. Так, например, если в начале процесса травления  $h=0$ ,  $\alpha=0$ ,  $b/d=\text{const}$ , то можно процесс фитинга ограничить областью банка данных с этими рабочими параметрами, эту область будем называть диапазон допустимых начальных значений (ДДНЗ).

В данной работе предлагается оптимизация процесса обработки банка данных с виртуальными тест-объектами. Для снижения времени

работы программного комплекса предлагается искать записи не в полном массиве данных, а в ДДНЗ. В ходе технологического процесса диапазон изменения геометрических параметров ограничен физическими принципами. В связи с этим, можно наложить ограничение на границы поиска в банке данных. Для этого предлагается использовать копии банка данных отсортированные по различным геометрическим параметрам виртуальных объектов. Используя эти копии можно сформировать текущий рабочий банк данных с виртуальными объектами, геометрические параметры которых входят в ДДНЗ. Размер полученного рабочего банка данных будет значительно меньше исходного, следовательно, сократится и время поиска искомым записей в нем.

### *Новые информационные технологии и системы*

#### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПОДВИЖНОЙ РАДИОСВЯЗИ КАК СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Бабин А.И.

*Национальный институт радио и инфокоммуникационных технологий (НИРИТ)  
Москва, России*

Полной математической модели системы подвижной радиосвязи (СПР), позволяющей рассчитывать вероятность нахождения и вызовов подвижного абонента (ПА) на территории, обслуживаемой базовой станцией, в настоящее время не существует. Решение этой задачи позволит определить количественные характеристики, определяющие качество работы СПР как системы массового обслуживания, а также получить исходные данные для синтеза оптимальных алгоритмов динамического управления распределением частотно-временного ресурса СПР, включая сети мобильного беспроводного доступа.

Рассмотрим сначала решение задачи при условии, что изменение количества ПА внутри зоны обслуживания много меньше изменения

$$P_k'(S) = -\lambda P_k(S) + \lambda P_{k-1}(S) \quad (1)$$

и определяется формулой:

$$P_k(S) = \frac{(\lambda S)^k}{k!} e^{-\lambda S} \quad (2)$$

Таким образом, в условиях, когда изменение числа ПА в зоне мало по сравнению с изменением числа заявок на обслуживание, число ПА, равное  $k$ , случайно и подчинено закону Пуассона.

Состояние случайной среды в момент времени  $t$  будем характеризовать величиной  $n$  - число вызовов. Тогда, если  $l$  - число предоставленных каналов,  $\lambda$  - интенсивность потока вы-

$$P_n'(t) = -(k\lambda + n\mu)P_n(t) + k\lambda P_{n-1}(t) + (n+1)\mu P_{n+1}(t) \quad (3)$$

количества требований на обслуживание. Такая постановка адекватна ситуации в СПР радиально-зонавой архитектуры. Сделаем несколько естественных допущений:

1. Количество объектов в среднем пропорционально площади территории на которой могут находиться абоненты. Будем считать что вероятность числа объектов определяется только площадью  $S$  участка и не зависит от его формы и расположения.

2. Количество ПА на одном участке не зависит от количества ПА на любом другом участке, который не пересекается с первым.

3. Вероятность того, что на участке малой площади попадут не менее 2-х ПА пренебрежимо мало по сравнению того, что на этот участок попадет одно ПА.

Другими словами на одном малом участке больше одного ПА быть не может.

Исходя из принятых допущений легко показать, что функция  $P_k(S)$  - вероятность того, что на участок площадью  $S$  попало ровно  $k$  - ПА удовлетворяет дифференциальному уравнению:

зовов от одного ПА,  $\mu$  - интенсивность потока освобождения ( $1/\mu$  - средняя продолжительность разговора), то можно составить следующее уравнение отдельно для случаев  $n < l$  и  $n \geq l$ .

При  $n < l$

и при  $n \geq l$

$$P'_n(t) = -(k\lambda + l\mu)P_n(t) + k\lambda P_{n-1}(t) + l\mu P_{n+1}(t) \quad (4)$$

Уравнения отличаются коэффициентами "освобождения каналов" - в первом случае  $n\mu$  и  $(n+1)\mu$ , во втором -  $l\mu$ .

Для стационарного решения уравнения приобретают вид:

для  $n < l$ :

$$-(k\lambda + n\mu)P_n(t) + k\lambda P_{n-1}(t) + (n+1)\mu P_{n+1}(t) = 0$$

решение которого:

$$P_n = \frac{1}{n!} \left( \frac{k\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \quad (5)$$

для  $n \geq l$  уравнение:

$$(k\lambda + l\mu)P_n = k\lambda P_{n-1} + l\mu P_{n+1}$$

и решение которого:

$$P_n = \left( \frac{k\lambda}{\mu} \right)^n \frac{1}{l! l^{n-l}} P_0 \quad (6)$$

Условие стационарности случайной среды вытекает из обеспечения сходимостью следующего ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n < \infty \quad (7)$$

где  $P_n$  - вероятность того, что длина очереди вызовов равна  $n$ .

С учетом (5), (6) и (7) условие стационарности или конечности очереди требований определится неравенством:

$$\frac{k\lambda}{l\mu} < 1 \quad (8)$$

Выражение для  $P^0$  определяется из условия нормировки

$$\left[ \sum_{n=0}^l \left( \frac{k\lambda}{\mu} \right)^n \frac{1}{n!} + \sum_{n=l+1}^{\infty} \left( \frac{k\lambda}{\mu} \right)^n \frac{1}{l! l^{n-l}} \right] P_0 = 1 \quad (9)$$

Если  $k, \lambda, \mu$  таковы, что наименьшее  $l$ , удовлетворяющее (8), невелико, то вклад первой суммы в (9) небольшой, а вторая вычисляется по формуле бесконечно убывающей геометрической прогрессии, т.е.

$$\sum_{n=l+1}^{\infty} \left( \frac{k\lambda}{\mu} \right)^n \frac{1}{l! l^{n-l}} P_0 = \frac{l^l \left( \frac{k\lambda}{l\mu} \right)^n}{1 - \frac{k\lambda}{l\mu}} \quad (10)$$

Таким образом, полученные формулы определяют решение поставленной задачи при принятых ограничениях.

Рассмотрим теперь решение задачи, при условии, что изменение величины  $k$  соизмеримо с изменением величины  $n$ . В этом случае рассмотрим модель случайного процесса, описывающего состояние системы в виде двумерного марковского процесса с состояниями определяемыми параметрами  $(k, n)$ .

Пусть  $P_{k,n}(t)$  - вероятность того, что в момент времени  $t$  процесс находится в состоянии с параметрами  $(k, n)$ , где  $k$  - число ПА в зоне,  $n$  - число заявок. ПА въезжают и выезжают из зоны. Плотности потоков въезда и выезда должны быть такими, чтобы среднее число машин в зоне не стремилось к бесконечности (при неограниченном числе ПА). Будем считать, что эти плотности совпадают и равны  $q$ . Плотность потока вызовов

в момент  $t$  пропорциональна числу ПА в зоне за вычетом ПА уже вышедших на связь в момент времени  $t$  и равна  $\lambda(k-n)$ . Плотность освобождения каналов (в случае их бесконечного числа) пропорциональна числу занятых  $\mu_n$ . Если число

каналов ограничено, то при  $n \geq l$  плотность освобождения каналов пропорциональна  $\mu^l$ . Вероятность отсутствия ПА в зоне зависит от всех вышеперечисленных факторов и определяется из условия нормировки:

$$P_{00} = 1 - \sum_{i,j=1}^N P_{ij}, \tag{11}$$

где  $N$  равно либо бесконечности в предположении неограниченного числа ПА либо максимально возможному числу абонентов.

Учитывая вышесказанное, можно составить следующее дифференциально-разностные уравнения:

$$P_{k,n}(t + \Delta t) = P_{k,n}(t)[1 - (k-n)\lambda\Delta t - n\mu\Delta t - 2q\Delta t] + P_{k-1,n}(t)q\Delta t + P_{k+1,n}(t)q\Delta t + P_{k,n-1}(t)(k-n+1)\lambda\Delta t + P_{k,n+1}(t)(n+1)\mu\Delta t \tag{12}$$

Считается, что попасть в состояние  $k,n$  из состояний более далеких  $h,m$  является величиной  $0(\Delta t)$ , где  $|k-h| > 1$  и (или)  $|n-m| > 1$ .

Уравнение (12) составлено для неограниченного числа каналов, используемых ПА. Когда же количество каналов ограничено величиной  $l$ , то уравнение (12) для  $n \geq l$  будет выглядеть следующим образом:

$$P_{k,n}(t + \Delta t) = P_{k,n}(t)[1 - (k-n)\lambda\Delta t - l\mu\Delta t - 2q\Delta t] + P_{k-1,n}(t)q\Delta t + P_{k+1,n}(t)q\Delta t + P_{k,n-1}(t)(k-n+1)\lambda\Delta t + P_{k,n+1}(t)\mu\Delta t \tag{13}$$

Переходя стандартным образом в (12) и (13) к дифференциальному уравнению и рассматривая стационарные случаи  $P'_{k,n}(t) = 0$ , получаем следующую систему линейных уравнений относительно величин  $P_{i,j}$  (предположение  $P'_{k,n}(t) = 0$  обуславливает независимость от времени искомой вероятности, поэтому в дальнейшем будем писать ее без указания параметра  $t$ ):

для  $n \leq l$

$$P_{k,n}(-(k-n)\lambda - n\mu - 2q) + qP_{k-1,n} + qP_{k+1,n} + (k-n+1)\lambda P_{k,n-1} + \mu(n+1)P_{k,n+1} = 0 \tag{14}$$

и для  $n \geq l$

$$P_{k,n}(-(k-n)\lambda - l\mu - 2q) + qP_{k-1,n} + qP_{k+1,n} + (k-n+1)\lambda P_{k,n-1} + \mu P_{k,n+1} = 0 \tag{15}$$

Системы уравнений (14), (15) совместно с уравнением (11) образуют линейную систему  $C_{N+2}^2$  уравнений относительно  $C_{N+2}^2$  искомых вероятностей  $P_{i,j}$  причём  $P_{i,j} = 0$  для  $i < 0, j < 0$  и  $i < j$ . Существование решений гарантируется ограниченностью снизу по абсолютной величине определителей  $\|A\|$ :

- для неограниченного числа каналов

$$\|A\| > \sum_{i=0}^{C_{N+2}^2 - N} \sum_{j=0}^R q^{R-j+N} \lambda^i \mu^j j!,$$

где  $R = C_{N+2}^2 - N - i - 1$ ,

- для числа каналов ограниченных величиной  $l$

$$\|A\| > \sum_{i=0}^{C_{N+2}^2 - N} \left( \sum_{j=0}^{B-1} q^{R+N-j} \lambda^i \mu^j j! + \sum_{j=B}^R q^{R-N-j} \lambda^i \mu^j l^j \right),$$

где  $B = C_{N+1}^2 - C_{l+1}^2 - (N-l)$ .

В качестве примера проиллюстрируем, как запишется система уравнений для  $N=4$ :

$$A\bar{P} = \bar{b}_0, \quad (16)$$

где  $\bar{b}_0^T = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ ,

$$\bar{P}^T = (P_{00}, P_{10}, P_{11}, P_{20}, P_{21}, P_{22}, P_{30}, P_{31}, P_{32}, P_{33}, P_{40}, P_{41}, P_{42}, P_{43}, P_{44}),$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ q & a_1 & \mu & q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & a_2 & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 & a_3 & \mu & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 2\lambda & a_4 & 2\mu & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & a_5 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & a_6 & \mu & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 3\lambda & a_7 & 2\mu & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 2\lambda & a_8 & 3\mu & 0 & 0 & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & a_9 & 0 & 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 & a_{10} & \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 4\lambda & a_{11} & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 3\lambda & a_{12} & 3\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 2\lambda & a_{13} & 4\mu \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & a_{14} \end{pmatrix}$$

где  $a_1 = -\lambda - 2q$ ,  $a_2 = -\mu - 3q$ ,  $a_3 = -2\lambda - 2q$ ,  $a_4 = -\lambda - \mu - 2q$ ,  
 $a_5 = -2\mu - 2q$ ,  $a_6 = -3\lambda - 2q$ ,  $a_7 = -2\lambda - \mu - 2q$ ,  $a_8 = -\lambda - 2\mu - 2q$ ,  $a_9 = -3\mu - 2q$ ,  
 $a_{10} = -4\lambda - 2q$ ,  $a_{11} = -3\lambda - \mu - 2q$ ,  $a_{12} = -2\lambda - 2q - 2\mu$ ,  $a_{13} = -\lambda - 3\mu - 2q$ ,  
 $a_{14} = -4\mu - 2q$ .

Вектор искомых вероятностей определяется соотношением

$$\bar{P}^T = A^{-1}\bar{b}_0 \quad (17)$$

**ДИАГНОСТИКА ПРОЧНОСТИ,  
ДОЛГОВЕЧНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ  
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С  
ПОМОЩЬЮ НОВОГО ПАРАМЕТРА –  
ТЕРМОБАРОСТОЙКОСТИ**

Босый С.И., Белозеров В.В.

*«Научный производственно-технологический  
центр ОКТАЭДР»*

*Ростов-на-Дону, Россия*

При исследовании надежности и долговечности материалов и при испытаниях изделий из них, традиционно используются термостаты, криостаты, термобарокамеры и способы термоциклирования и термобаронагружения в них соответственно, в т.ч. для ускорения испытаний [1].

Основными параметрами материалов для конструкций ответственного назначения является их термостойкость ( $T_T, ЧЦ$ ) - стандартизованная

температура ( $^{\circ}\text{C}$ ) термостойкости и число (const) термоциклов соответственно, при которых образец сохраняет свои характеристики, а также его прочность, характеризуемая пределами ползучести ( $\sigma_B$  и  $\sigma_T$ ) при кратковременном и длительном (час.) нагружении (МПа) соответственно и при определенной температуре ( $^{\circ}\text{C}$ ).

В отличие установок термического анализа (ТА), выпускаемых за рубежом, в первом отечественном дериватографе «ОКТАЭДР», вместо обычно применяемых линейных температурных режимов и постоянного давления или вакуума в рабочем объеме источника тепла/холода, введен адаптивный режим термобароциклирования (от минус  $70^{\circ}\text{C}$  до плюс  $70^{\circ}\text{C}$  в термокриостате) и термобаронагружения (от 20 до  $1000^{\circ}\text{C}$  в электропечи) образца с заданным шагом в интервале давлений  $P$  (от 0,001 до 1 МПа), что позволяет реализовать квази-изотермические и квази-