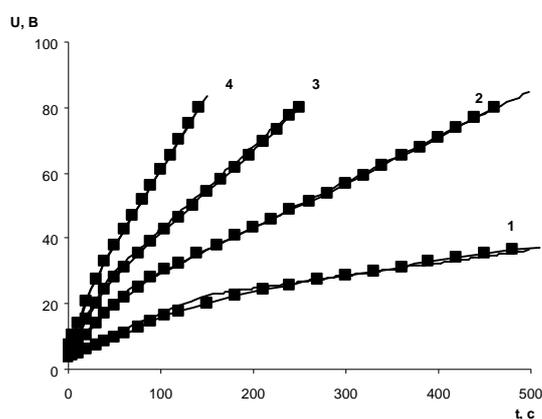


$$c(x,0) = c' = \text{const} (L = L_0) \quad (6)$$

Была выбрана следующая форма распределения встроенного заряда по глубине диэлектрика (рис. 1).

Численный расчет кинетических зависимостей роста напряжения в процессе окисления поверхности ниобия производился на основе системы уравнений (1) – (5). В процессе моделирования из условия наилучшего согласования экспериментальной и теоретической зависимости подбирались следующие параметры:  $\varphi_0$  – электрохимический потенциал,  $L_q$  – глубина залегания встроенного заряда,  $\chi$  – коэффициент скорости хим. реакции,  $c_{\text{встр}}$  – концентрация встроенных ионов.



**Рис.2.** Теоретические и экспериментальные кинетические зависимости роста напряжения в процессе окисления поверхности ниобия. Помеченные маркером – теоретические, без маркера – экспериментальные зависимости. 1)  $j = 1 \text{ mA/cm}^2$ , 2)  $j = 2 \text{ mA/cm}^2$ , 3)  $j = 3 \text{ mA/cm}^2$ , 4)  $j = 4 \text{ mA/cm}^2$

На рис. 2 представлены теоретические и экспериментальные кинетические зависимости роста напряжения в процессе окисления поверхности ниобия для различных значений тока реакции  $j$ . Из полученных данных следует, что экспериментальный излом графика объясняется наличием положительного заряда на границе окисел-электролит.

В зависимости от плотности тока рассчитаны следующие параметры: 1) величина и зависимость скорости химической реакции, 2) распределение и концентрация встроенного заряда, 3) изменение потенциала и напряженности поля в окисле и в области встроенного заряда.

Исследовано влияние концентрации электролита и скорости химической реакции на кинетику роста окисла. Изменение концентрации электролита сказывается на кинетике роста через встроенный на внешней границе заряд. В случае изменения состава подложки кинетика роста изменяется за счет изменения скорости реакции.

Предложенная модель процесса анодного окисления достаточно точно отражает кинетические зависимости возрастания напряжения. Объясняет зависимость кинетики роста напряжения от концентрации электролита. Подбор параметров модели позволяет определить концентрацию и распределение носителей по толщине. Концентрация ионов на границе раздела окисел – электролит логарифмически зависит от плотности тока. Это указывает на выполнение условия  $j = A \exp(BE)$ . Незначительный изгиб зависимости  $\ln j \sim EJ$  определяется полем подвижных ионов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Юнг Л. Анодные окисные пленки. - Л.: Энергия, 1967
2. Одынец Л.Л., Орлов В.М. Анодные окисные пленки. - Ленинград, "Наука", 1990.
3. Авдеев Н.А., Сивовцев Г.С. О математических моделях процессов анодного окисления. Труды петрозаводского государственного университета: сер. Прикладная математика и информатика. Вып.9./ Под.науч. ред. Проф. В. И. Чернецкого. ПетрГУ. - Петрозаводск, 2000, с 57.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИКЛИЧЕСКОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Дорофеева И.А., Луганцев Л.Д., Саитова Я.А.  
Московский государственный университет  
инженерной экологии

Характерной особенностью работы современного оборудования является нестационарность силового и температурного воздействия. Повторные воздействия механической нагрузки и нестационарного температурного поля вызывают в ряде случаев циклическое упругопластическое деформирование элементов конструкций и приводят к накоплению усталостных и квазистатических повреждений. Образование предельных состояний по возникновению трещин или по окончательному разрушению становится возможным при ограниченном числе циклов нагружения. В таких условиях традиционные методы оценки статической прочности оказываются недостаточными. Уточненный анализ несущей способности и долговечности элементов конструкций может быть выполнен на основе математических моделей неизоотермического упругопластического деформирования с учетом истории нагружения и изменения механических свойств конструкционного материала.

Предлагаемая математическая модель содержит три группы уравнений. Первую группу уравнений составляют дифференциальные уравнения равновесия, которым должны удовлетворять компоненты напряженного состояния. На

границах рассматриваемых объектов напряжения должны удовлетворять статическим граничным условиям. Вторую группу уравнений образуют уравнения совместности деформаций. На границах перемещения должны удовлетворять кинематическим граничным условиям.

Уравнения равновесия и уравнения совместности деформаций не зависят от физико-механических свойств материала и условий нагрева. Для расчета рассматриваемых конструкций шаговым методом эти уравнения и граничные условия записываем в приращениях:

$$\frac{\partial(\Delta S_{ij})}{\partial x_j} + \Delta F_i = 0, \quad (1)$$

$$\Delta e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial(\Delta u_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\Delta u_j)}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

$$\Delta p_i = \Delta S_{ij} n_j, \quad (3)$$

$$\Delta u_i = \Delta u_i^{(n)}. \quad (4)$$

Третью группу уравнений составляют уравнения пластического течения, связывающие напряжения и деформации. Их конкретный вид определяется применяемой теорией пластичности и принятой для расчета математической моделью

кинетики процесса упругопластического деформирования конструкционного материала. В данной работе уравнения пластического течения материала, связывающие приращения напряжений и деформаций в процессе нагружения конструкции, получены на основе соотношений теории неізотермического пластического течения с трансляционным и изотропным упрочнением [1]:

$$\{\Delta e\} = \left( [B^e] + [B^p] \right) \{\Delta s\} + \{F_T\} \Delta T, \quad (5)$$

Первое слагаемое в матричном уравнении (5) определяет приращения упругой и пластической деформаций, связанные с ростом напряжений, второе слагаемое – приращения деформаций, вызванных изменением температуры.  $[B^e]$  – матрица коэффициентов упругости;  $[B^p]$  – матрица коэффициентов пластичности; вектор  $\{F_T\}$  характеризует скорость изменения деформаций, вызванных изменением температуры  $\Delta T$ .

При решении задачи в главных осях напряженно-деформированного состояния:

$\{\Delta e\} = [\Delta e_1 \ \Delta e_2 \ \Delta e_3]^T$ ;  $\{\Delta s\} = [\Delta s_1 \ \Delta s_2 \ \Delta s_3]^T$ ;  $[ ]^T$  – символ транспонирования;

$$[B^e] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -m & -m \\ -m & 1 & -m \\ -m & -m & 1 \end{bmatrix}; [B^p] = \frac{9}{4A_i^2 (E_H + E_c)} \cdot \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1 a_2 & a_1 a_3 \\ a_2 a_1 & a_2^2 & a_2 a_3 \\ a_3 a_1 & a_3 a_2 & a_3^2 \end{bmatrix};$$

$$\{F_T\} = \left\{ \frac{de^T}{dT} \right\} + \left( \frac{\partial}{\partial T} [B^e] \right) \{s\} - \frac{3\{a\}}{2A_i (E_H + E_c)} \left( \frac{\partial H_e}{\partial T} + \frac{3}{2} \cdot \frac{a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3}{A_i} \cdot \frac{1}{E_c} \cdot \frac{dE_c}{dT} \right);$$

$$\{a\} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T; \left\{ \frac{de^T}{dT} \right\} = \frac{de^T}{dT} [1 \ 1 \ 1]^T;$$

$a_j = s_j - c_j$ , ( $j = 1, 2, 3$ ) – активные напряжения;

$s_j = S_j - S_0$ , ( $j = 1, 2, 3$ ) – компоненты девиатора напряжений;

$c_j$ , ( $j = 1, 2, 3$ ) – остаточные микронапряжения, характеризующие смещение центра упругой области на обобщенной диаграмме деформирования вследствие пластической деформации;

$A_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$  – интенсивность активных напряжений;

$$E_H = \frac{\partial H_e}{\partial e_p^*}, \quad E_c = \frac{ds_a}{de_0^p};$$

$2H_e = S_T^+ - S_T^-$  – мгновенная ширина упругой области на обобщенной диаграмме деформирования;  $S_T^+$  и  $S_T^-$  – мгновенные пределы текучести при прямом и обратном деформировании;

$S_a = c_1$  – остаточные микронапряжения при одноосном напряженном состоянии;

$e_p^*$  – накопленная пластическая деформация (параметр Одквиста);

Систему уравнений (1)–(5) можно рассматривать как математическую модель кинетики

процесса упругопластического деформирования, отражающую с достаточной полнотой характерные особенности работы элементов конструкций в условиях нестационарного термомеханического нагружения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Термопрочность деталей машин. Под ред. И.А.Биргера и Б.Ф.Шорра. М., "Машиностроение". 1975. 455 с., ил.

### ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ КАК ХАРАКТЕРИСТИКА РЕЛАКСАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Куропаткина С.А., Богатина В.Н., Богатин А.С.  
*Физический факультет Южного Федерального  
университета  
Ростов-на-Дону, Россия*

Релаксационные процессы проявляют себя в постоянных электрических полях в виде спада тока со временем, которое в первом приближении экспоненциально. При изучении процессов релаксационной поляризации в постоянных полях в величину спадающего со временем тока дают вклад все медленные поляризации, что весьма затрудняет их исследование. Поэтому чаще при изучении процессов релаксационной поляризации выбирается метод переменных полей, что позволяет изучать релаксационные процессы в различных частотных областях их проявления. Каждая поляризация, развивающаяся в диэлектрике, характеризуется своим временем релаксации  $t$  (или набором времен). Время релаксации – единственный макропараметр, который может быть получен непосредственно из эксперимента. Основной характеристикой всякого диэлектрика является диэлектрическая прони-

цаемость  $\epsilon$ . В переменном поле это величина комплексная  $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ . Величина  $\epsilon'$  выражает диэлектрическую проницаемость в обычном общепринятом смысле  $\epsilon' = 1 + a$ , где  $a$  – поляризуемость диэлектрика.  $\epsilon''$  – мнимая часть диэлектрической проницаемости.  $\epsilon''$  связанная с действительной частью тока, текущего через диэлектрик, причем в состав действительной части тока входит не только ток сквозной проводимости, но и действительная часть тока за счет процесса поляризации.  $\epsilon'$  и  $\epsilon''$  являются существенно важными для описания поляризационных явлений в диэлектриках. Наряду с ними часто используется такая характеристика как тангенс угла диэлектрических потерь  $tg\delta = \epsilon''/\epsilon'$ . Уча-

стки частотной зависимости  $\epsilon'$ , где она уменьшается с ростом частоты, называют областью дисперсии  $\epsilon'$ . Физически области дисперсии  $\epsilon'$  соответствуют такие состояния в образце диэлектрика, когда поляризационные заряды не успевают следовать за приложенным электрическим полем. Вклад отстающих от поля релаксаторов в общую поляризацию диэлектрика становится меньше. Это и приводит к снижению  $\epsilon'$ . На частотной зависимости  $\epsilon'$  может наблюдаться несколько таких спадов (ступенек), каждый из которых соответствует «отключению» очередного механизма поляризации.

Наряду с комплексной диэлектрической проницаемостью и тангенсом угла диэлектрических потерь релаксационную поляризацию можно описывать и с помощью комплексной удельной проводимости

$$s^* = s' - js'' = \frac{w^2 \Delta \epsilon \epsilon_0}{1 + w^2 t^2} - j(w \epsilon_0 \epsilon_\infty + \frac{w \epsilon_0 \Delta \epsilon}{1 + w^2 t^2}) \quad (1)$$

Принято считать, что  $s'$  в частотной области выше  $1/t$  имеет насыщение, а  $s''$  характеризуется экстремумами в ее частотной зависимости (максимумом и минимумом). Однако при изменении соотношения  $\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_\infty}$  характер  $s''(w)$

меняется. С уменьшением  $\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_\infty}$  высоты максимума уменьшаются, а при некоторых отношениях  $\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_\infty}$  он и вовсе исчезает.

В самом деле, с учетом уравнения Дебая

$$s'' = w \epsilon_0 \epsilon_\infty + \frac{w \epsilon_0 \Delta \epsilon}{1 + w^2 t^2} \quad (2),$$

Экстремумы этой функции находятся из уравнения

$$w^4 t^4 + w^2 t^2 (2 - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_\infty}) + (1 + \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_\infty}) = 0 \quad (3)$$

Корни уравнения действительны, пока дискриминант D положителен. При D=0 максимумы и минимумы функции сливаются, возникает точка перегиба.