О СУЩЕСТВОВАНИИ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Еленская Е.Ю.
Пермский государственный университет
Пермь, Россия

В теоремах существования неподвижных точек оператора, действующего в некотором пространстве, обычно требуется непрерывность этого оператора. Известны также условия существования неподвижных точек, в которых непрерывность оператора не требуется. Такие условия даются, например, в одной из систем условий теоремы 4.1 работы [2]. Изложим обобщение варианта этой теоремы, в котором непрерывность оператора заменяется непрерывностью его слева.

Пусть X – банахово пространство, $\leq$ - полуупорядоченность, порождённая конусом K.

Определение. Оператор A: $M \rightarrow X$ ($M \subset X$) назовем непрерывным в точке $x \in M$ слева, если для любой последовательности $\{x_n\} \subset M$, $x_n \rightarrow x$, $x_n \leq x$ выполняется $Ax_n \rightarrow Ax$.

Теорема 1. Пусть

1) X – банахово пространство, K – правильный конус, $\leq$ - полуупорядоченность, порожденная конусом K,

2) $u, v \in X$, $u \leq v$, $\langle u,v \rangle$ - конусный отрезок, $A: \langle u,v \rangle \rightarrow X$, $Au \geq u$, $Av \leq v$,

3) A – монотонен и непрерывен слева на $\langle u,v \rangle$.

Тогда существует хотя бы одна неподвижная точка оператора A на конусном отрезке $\langle u,v \rangle$.

В условиях этой теоремы оператор A может быть разрывным. Укажем одно из возможных приложений этой теоремы к нелинейным интегральным операторам.

Теорема 2. Пусть

1) k: $[a,b] \times [a,b] \rightarrow \mathbf{R}$, где $a,b \in \mathbf{R}$, $a<b$; k непрерывна;

2) существует такая непрерывная, не равная тождественно нулю функция $y: [a,b] \rightarrow \mathbf{R}$, $y\{t\} \geq 0$ при $t \in [a,b]$, что $k(t,s) \geq y(t)k(\tau,s)$ при $t,s \in [a,b]$;

3) f : $[0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$, не убывает и непрерывна слева

4) $\dfrac{f(x)}{x} \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow 0$; $\dfrac{f(x)}{x} \rightarrow 0$ при $x \rightarrow +\infty$.

Тогда существует хотя бы одна неподвижная точка интегрального оператора A, определенного равенством $(Ax)(t) = \int_a^b k(t,s)f(x(s))ds$ ($t,s \in [a,b]$), в пространстве $C[a,b]$.

Таким образом, приведённые теоремы позволяют отказаться от достаточно жёсткого условия непрерывности нелинейного оператора и заменить его непрерывностью слева. Это обобщение можно применить к исследованию краевых задач для нелинейных интегральных операторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 2002.
2. Красносельский М.А. Положительные решения операторных уравнений. М.: Физматгиз, 1962.

НЕЧЕТКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА – А.А. МАРКОВА – Ю.В. ЛИННИКА

Тарушкин В.Т., Тарушкин П.В., Тарушкина Л.Т.
Санкт – Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург, Россия

Интервальное решение задачи определения параметров x_1, x_2 закона растворимости $y_2 = x_1 + x_2 z$ азотнокислого натрия $NaNO_3$ в виде параллелограмма P ={l(M)} – отрезков прямых l, параллельных друг другу (включая две стороны P), которое приводится в [1] , рассматривается в пространственной декартовой системе координат Ozyw. Здесь M = (y , z) – любая точка плоскости Ozy. Поскольку функция принадлежности параллелограма P, рассматриваемого как нечеткое множество, имеет вид:

$$m_p(M) = \begin{cases} 1, \; M \in P \\ 0, \; | M \in P \end{cases}$$

то нечеткое множество, соответствующее P , будет:

$$\{(M, \mu_P(M))\} \qquad (1)$$

(в системе Ozyw это параллелепипед высоты 1 [2]). Другие нечеткие решения задачи задаются множествами A = $\{(M, \mu_A(M))\}$, B = $\{(M, \mu_B(M))\}$,…., функции принадлежности которых должны удовлетворять условиям $\mu_A(M) \leq \mu_P(M)$, $\mu_B(M) \leq \mu_P(M)$,….. (A, B , … являются подмножествами (1)). Предполагается, что дополнения нечетких решений - A, - B, … совпадают с - P т.е.

$$- A = - P , - B = -P , …... \qquad (2)$$

Поскольку P – классическое множество, то - - P = P , отсюда из (2) получаем - - A = P , - - B = P , …, но поскольку $A \subseteq P$, $B \subseteq P$, … , то $A \subseteq$ - - A , $B \subseteq$ - - B ,… , т.е. для нечетких решений задачи не выполнен закон двойного дополнения (двойственен в классической теории закону двойного отрицания). Аналогичным образом можно показать , что не выполнен закон исключенного третьего и закон двойственности, что соответствует подходу конструктивной математики [3]. В заключение авторы считают своим долгом высказать благодарность профессору Г.Г. Меньшикову за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Тарушкин В.Т., Тарушкин П.В. , Тарушкина Л.Т. Интервальное решение задачи Д.И. Менделеева - А.А. Маркова – Ю.В. Линника. Электронная конференция РАЕН "Современные проблемы науки и образования", 15 – 20 ноября 2006.

2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Изд. "Радио и связь", 1982.

3. Новиков П.С. Конструктивная математическая логика с точки зрения классической. М.: Изд. "Наука", 1977.

Новые информационные технологии и системы

ЧАСТОТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В БАЗИСЕ УОЛША

Асаев А.С., Костров Б.В.
Рязанский государственный радиотехнический университет
Рязань, Россия

Преобразование изображений в плане улучшения качества традиционно ведется в пространственной области, где маски фильтров и алгоритмы преобразования применяются непосредственно к матрице изображения. Существуют и такой метод обработки изображения как частотный анализ. При этом осуществляется переход от непосредственно изображения $f(n,m)$ к его спектру $S(x,y)$, используя некоторый набор базисных функций $Wal(x,y)$, согласно формуле

$$S(x,y)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} f(n,m)\cdot Wal(x,n)\cdot \cdot Wal(y,m),$$

где N, M – размер матрицы однократного преобразования изображения (расчет спектра может производиться за несколько шагов постоянным окном M x N). Традиционным подходом считается использование Фурье-преобразования. В статье [1] показано, что существуют преобразования, выполняющиеся за меньшее время, относительно разложения по Фурье базису, следовательно, потенциально эффективнее. К таким преобразованиям относится разложение в базисе Уолша-Адамара [2]. В данной работе будет рассмотрен метод использования частотных фильтров сглаживания изображений.

В вопросе улучшения качества, в частности сглаживания изображения, рассматривается Гауссов фильтр низких частот, передаточная функция которого для двумерного случая задается формулой

$$H(u,v)=e^{-D^2(u,v)/2D_0^2},$$

где D(u,v) – расстояние от начала координат обрабатываемого спектра изображения, D_0 – частота среза (ширина гауссовой кривой), а также их модификации. Рассмотрим случай, когда D(u,v) задается формулой

$$D(u,v)=\sqrt{u^2+v^2},$$

где u и v – координаты спектра изображения. Исходное изображение (а), результат (б) и срез передаточной функции фильтра (в) показаны на рисунке 1.

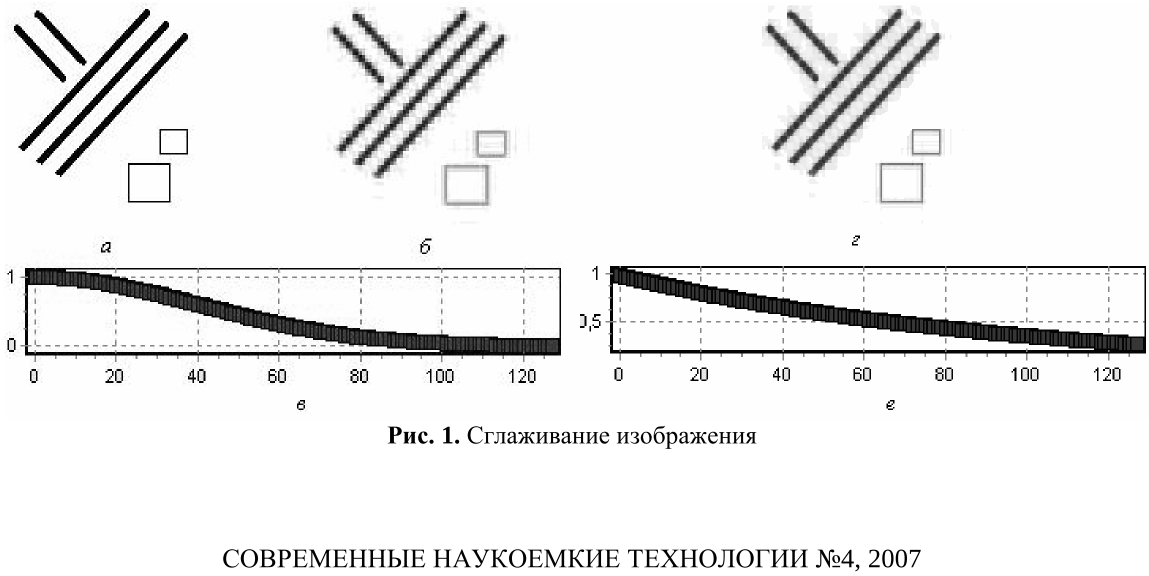

Рис. 1. Сглаживание изображения