О СУЩЕСТВОВАНИИ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Еленская Е.Ю.
Пермский государственный университет
Пермь, Россия

В теоремах существования неподвижных точек оператора, действующего в некотором пространстве, обычно требуется непрерывность этого оператора. Известны также условия существования неподвижных точек, в которых непрерывность оператора не требуется. Такие условия даются, например, в одной из систем условий теоремы 4.1 работы [2]. Изложим обобщение варианта этой теоремы, в котором непрерывность оператора заменяется непрерывностью его слева.

Пусть X – банахово пространство, $\le$ - полуупорядоченность, порождённая конусом K.

Определение. Оператор A: $M \to X$ ($M \subset X$) назовем непрерывным в точке $x \in M$ слева, если для любой последовательности $\{x_n\} \subset M$, $x_n \to x$, $x_n \le x$ выполняется $Ax_n \to Ax$.

Теорема 1. Пусть

1) X – банахово пространство, K – правильный конус, $\le$ - полуупорядоченность, порожденная конусом K,

2) u, v $\in$ X, $u \le v$, <u,v> - конусный отрезок, $A:\langle u,v\rangle \to X$, $Au \ge u$, $Av \le v$,

3) A – монотонен и непрерывен слева на <u,v>.

Тогда существует хотя бы одна неподвижная точка оператора A на конусном отрезке <u,v>.

В условиях этой теоремы оператор A может быть разрывным. Укажем одно из возможных приложений этой теоремы к нелинейным интегральным операторам.

Теорема 2. Пусть

1) k: $[a,b]\times[a,b] \to \mathbf{R}$, где $a,b \in \mathbf{R}$, $a<b$; k непрерывна;

2) существует такая непрерывная, не равная тождественно нулю функция $y:[a,b]\to\mathbf{R}$, $y\{t\}\ge 0$ при $t\in[a,b]$, что $k(t,s)\ge y(t)k(\tau,s)$ при $t,s\in[a,b]$;

3) f : $[0,+\infty)\to[0,+\infty)$, не убывает и непрерывна слева

4) $\frac{f(x)}{x}\to+\infty$ при $x\to 0$; $\frac{f(x)}{x}\to 0$ при $x\to+\infty$.

Тогда существует хотя бы одна неподвижная точка интегрального оператора A, определенного равенством $(Ax)(t) = \int_a^b k(t,s)f(x(s))ds$ ($t,s\in[a,b]$), в пространстве $C[a,b]$.

Таким образом, приведённые теоремы позволяют отказаться от достаточно жёсткого условия непрерывности нелинейного оператора и заменить его непрерывностью слева. Это обобщение можно применить к исследованию краевых задач для нелинейных интегральных операторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 2002.
2. Красносельский М.А. Положительные решения операторных уравнений. М.: Физматгиз, 1962.

НЕЧЕТКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА – А.А. МАРКОВА – Ю.В. ЛИННИКА

Тарушкин В.Т., Тарушкин П.В., Тарушкина Л.Т.
Санкт – Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург, Россия

Интервальное решение задачи определения параметров x_1, x_2 закона растворимости $y_2 = x_1 + x_2 z$ азотнокислого натрия $NaNO_3$ в виде параллелограмма P ={l(M)} – отрезков прямых l, параллельных друг другу (включая две стороны P), которое приводится в [1] , рассматривается в пространственной декартовой системе координат Ozyw. Здесь M = (y , z) – любая точка плоскости Ozy. Поскольку функция принадлежности параллелограма P, рассматриваемого как нечеткое множество, имеет вид:

$$m_p(M)=\begin{cases}1, M\in P\\ 0, \ |M\in P\end{cases}$$

то нечеткое множество, соответствующее P , будет:

$$\{(M, \mu_P(M))\} \quad (1)$$

(в системе Ozyw это параллелепипед высоты 1 [2]). Другие нечеткие решения задачи задаются множествами A = {(M, μ_A(M))}, B = {(M, μ_B(M))},…., функции принадлежности которых должны удовлетворять условиям $\mu_A(M) \le \mu_P(M)$, $\mu_B(M) \le \mu_P(M)$,….. (A, B , … являются подмножествами (1)). Предполагается, что дополнения нечетких решений - A, - B, … совпадают с - P т.е.

$$- A = - P , - B = -P , …... \quad (2)$$

Поскольку P – классическое множество, то - - P = P , отсюда из (2) получаем - - A = P , - - B = P , …, но поскольку $A \subseteq P$, $B \subseteq P$, … , то $A \subseteq - - A$, $B \subseteq - - B$,… , т.е. для нечетких решений задачи не выполнен закон двойного дополнения (двойственен в классической теории закону двойного отрицания). Аналогичным обра-